



Российский университет дружбы народов
Институт гостиничного бизнеса и туризма

В.И. Дихтяр

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ

*Раздел 1. Система научных знаний и информационная
реальность общества*

*Тема 1-1 s. Статистическая обработка информации: случайность и
вероятность; случайные величины; нормальное
распределение.*

Москва
2016

G. Zaltman “How Customers Think”

- *Представляя нам видимые и невидимые миры, ни искусство, ни наука не стоят на месте.*
- *Не имеет права «застыть» и маркетинг, ибо он является одновременно и искусством, и наукой.*



Теория вероятностей

- Неопределенности, случайные Δ , ω и явления ($\tilde{E}$, $\dot{M}$, гостеприимство..)
 [*random phenomenon*]
- Азартные игры $\Rightarrow$ природа сл. ω
- $\check{Z}$ (простые ω) $\Rightarrow$ вероятности более сложных их проявлений

Терминология

- ω детерминированное: причина $\rightarrow$ следствие (*единственное, определенное*)
- случайное ω : исход непредсказуем (*зависит от случайных факторов*)
- опыт $\equiv$ действие: результат неизвестен
- эксперимент $\equiv \sum \equiv$ один или несколько опытов
- элементарное событие ϖ – возможный результат эксперимента, исход
 $\Omega = \{\varpi\}$ – пространство элементарных событий
- событие $A = \{\varpi_1, \dots, \varpi_n\} \subseteq \Omega$



(Случайное) $\omega A \neq$ детерминированное

Особенности модели:

- **Неопределенность** исхода единичного Σ :
 A наступает или не наступает
- Возможность неограниченного **повторения** в одинаковых условиях
- **Стабилизация** относительной частоты ω



Примеры

- Бросание монеты и игрального кубика
- Извлечение карты из колоды
- Извлечение шаров из урны
- Розыгрыш лотереи
- Выбор клиента при опросе
- Будущая цена акции
- Банкротство банка



Действия над $\{\omega\}$

$A \subset B$ - B следует из A :

B происходит всегда, когда происходит A

$A + B$ сумма: $A \vee B$ (или)

AB произведение: $A \wedge B$ (и)



Определения

- A и B несовместны: не могут произойти одновременно
- $\bar{A}$ противоположно A : не произошло A
- A достоверно: происходит всегда
- A невозможно: не наступает никогда
- Полный набор событий: несовместны и их сумма есть достоверное ω



Классическое определение вероятности

- Вероятность $p(A)$ – числовая характеристика A
- Равновозможные ω (одинаковые шансы) $\Rightarrow$
симметрия
- N = число ω
(никакие два не могут наступить одновременно)
- Исход благоприятен для $A \equiv A$ следует из исхода
- $m(A)$ – число благоприятных исходов для A



Определение вероятности

$$p(A) = m(A) / N$$

1. $0 \leq p(A) \leq 1$ ($m(A) < N$)

2. A и B – несовместны

$$p(A+B) = p(A)+p(B)$$

3. $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ образуют *полный набор* $\Rightarrow$

$$p(A_1) + p(A_2) + \dots + p(A_k) = 1$$



Независимость

A не зависит от B , если $p(A|B) = p(A)$

- A и B независимы $\Rightarrow p(AB) = p(A)p(B)$

- $A_1, A_2, \dots, A_n$ независимы в совокупности $\Rightarrow$

$$p(A_1 A_2 \dots A_n) = p(A_1)p(A_2) \dots p(A_n)$$

Математическое ожидание MX

- произвольной конечной случайной величины X

$$m = X_1 p_1 + X_2 p_2 + \dots + X_n p_n = \langle x, p \rangle$$

- конечной случайной величины

$$X = \begin{pmatrix} x_i \\ p_i \end{pmatrix}, i = 1, 2, \dots, m$$

- характеризует среднее значение

$$MX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_m p_m = \sum_{i=1}^m x_i p_i$$



Свойства:

$$1. Mc = c \Rightarrow Mc = c \cdot I = c \quad c = \begin{pmatrix} c \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2. X \geq 0 \Rightarrow MX \geq 0$$

$$3. M(cX) = cMX$$

$$4. M(X \pm Y) = \sum_{i,j} (x_i \pm y_j) p_{ij} = M(X) \pm M(Y)$$

$$5. M(c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_n X_n) = c_1 MX_1 + c_2 MX_2 + \dots + c_n MX_n$$



СВОЙСТВО 5

$$M(X - MX) = MX - M(MX) = MX - MX = 0$$

Центрированная $Y = X - MX$, при $MY = 0$

СВОЙСТВО 6

$$M(X \bullet Y) = \sum_{i,j} x_i y_j p_{ij}$$

Для независимых случайных величин $p_{ij} = p_i q_j$

$$M(X \bullet Y) = \sum_{i,j} x_i y_j p_i q_j = \left(\sum_{i=1}^m x_i p_i \right) \left(\sum_{j=1}^n y_j q_j \right) = MX \bullet MY$$



Дисперсия

$$DX = M(X - MX)^2.$$

Случайная величина $(X - MX)^2$ распределена по закону

$$\left(\begin{array}{c} (x_i - MX)^2 \\ p_i \end{array} \right),$$

$$DX = \sum_{i=1}^n (x_i - MX)^2 p_i = |X_i - MX|_{P_0}^2$$

Среднеквадратичное отклонение

$$\sqrt{\frac{\sigma^2(x)}{n}} \quad \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sigma x_i^2}{n}} \quad \sigma_x = \sqrt{DX}$$

√ стандартное отклонение

Свойства:

- $DX \geq 0$
- $D(cX) = c^2 DX$
- $D(X + c) = DX; D(aX + b) = a^2 DX$
- $D(X + Y) = DX + DY$ (X и Y независимы)
- $DX = MX^2 - (MX)^2$

Стандартизация X

не меняет *дисперсии*

$$D X = M(X - MX - 0)^2 = DX.$$

Случайная величина

$$X^* = \frac{X - MX}{\sqrt{DX}} = \frac{X - MX}{\sqrt{DX}}$$

называется стандартизованной (по отношению к X) или просто стандартизацией X

$$MX^* = \frac{1}{\sqrt{DX}} M(X - MX) = 0,$$

$$DX^* = \frac{1}{DX} D(X - MX) = \frac{1}{DX} DX = 1.$$

Свойства

1. $r_{X,Y} = M(X^*Y^*)$
2. $r_{X,Y} = r_{X^*,Y^*}$ т.к. $MX^* = MY^* = 0, DX^* = DY^* = 1$
$$r_{X^*,Y^*} = \frac{M[(X^* - MX^*)(Y^* - MY^*)]}{\sqrt{DX^*} \sqrt{DY^*}} = M(X^*Y^*) = r_{X,Y}.$$
3. $|r_{X,Y}| \leq 1$
4. X и Y независимы $\Rightarrow r_{XY} = 0$
5. коэффициент корреляции равен $\pm 1 \equiv$ случайные величины линейно зависимы $|r_{X,Y}| = 1 \Leftrightarrow Y = aX + b$



Используемые символы

Символ	Значение
Δ	изменение
ω	событие
$\tilde{E}$	экономика
$\acute{M}$	менеджмент, управление
$\check{Z}$	знания
Ω	предметная область
U	урна