

Правительство Москвы
Московский департамент образования
М Г П У

Основы комбинаторики

Москва 2017

Правило суммы

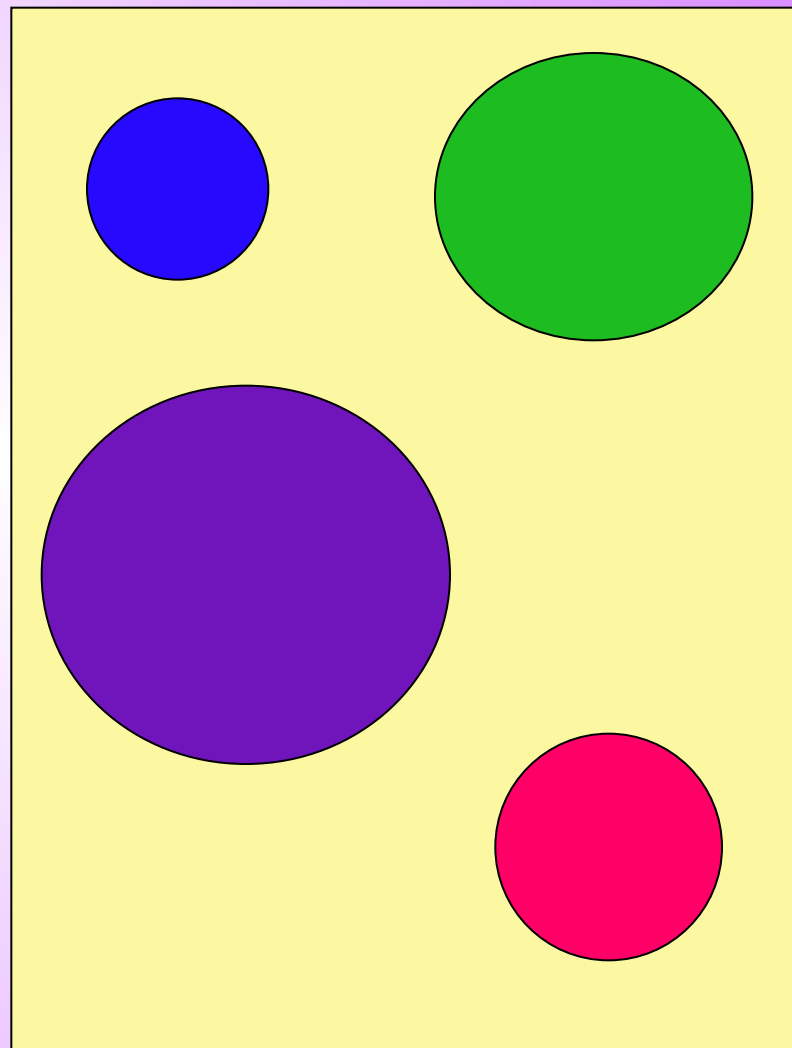
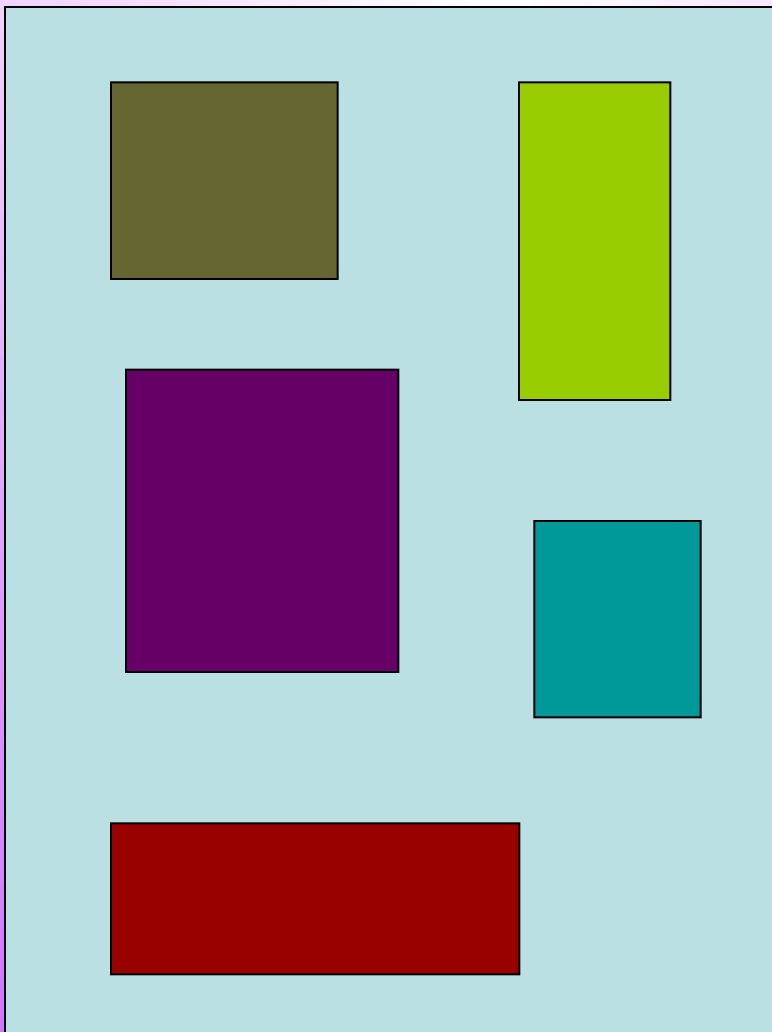
Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а объект **B** можно выбрать **m** способами, то объект **(A или B)** можно выбрать **m+n** способами.

Примеры применения правила суммы

В тексте есть пять букв латинского алфавита и четыре буквы русского. Таня хочет выбрать одну букву. Сколько вариантов выбора у нее есть?

Ответ: 9 вариантов.

Правило суммы



Правило произведения

Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а после выбора объекта **A** объект **B** можно выбрать **m** способами, то объект **(A и B)** можно выбрать **$n \cdot m$** способами.

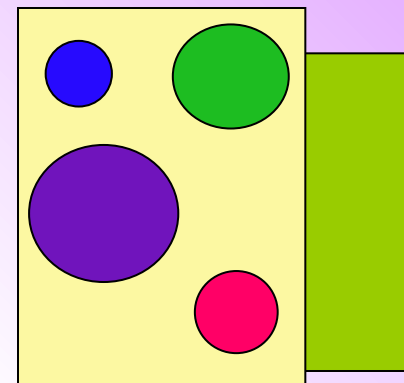
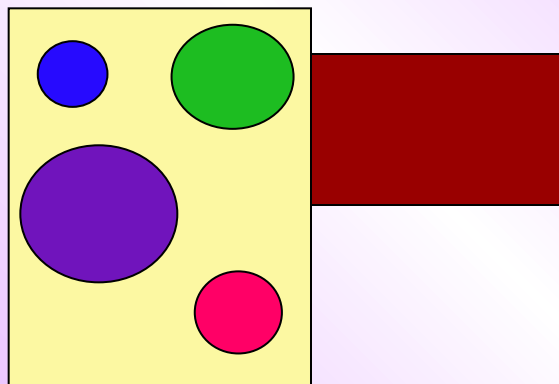
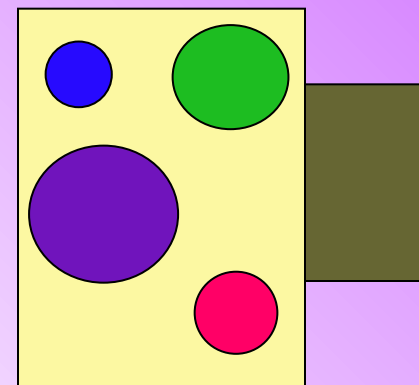
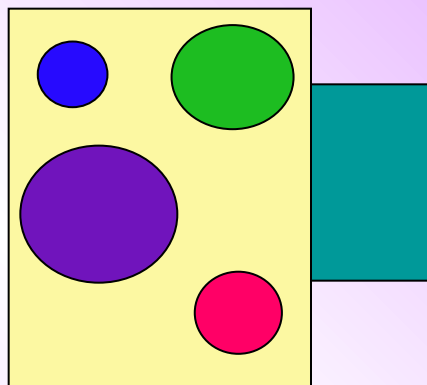
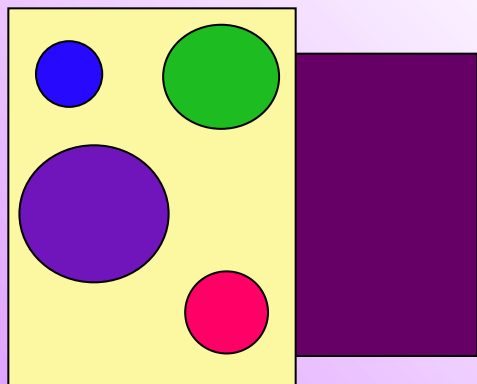
Примеры применения правила произведения

В тексте есть пять букв латинского алфавита и четыре русского.

Таня хочет выбрать одну букву латиницы и одну русскую. Сколько вариантов выбора у нее есть?

Ответ: 20 вариантов выбора подарка.

Правило произведения



Упорядоченные множества

Множество называется упорядоченным, если каждому элементу этого множества поставлено в соответствие некоторое число (номер элемента) от 1 до n , где n - число элементов множества (мощность множества).

Перестановки

Есть неупорядоченное множество A
мощности n .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Упорядоченное некоторым способом
подмножество мощности n множества A
называется **перестановкой** элементов
множества A

Количество перестановок

$$P_n = n!$$

Факториал

$$n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n$$

$$2! = 1 * 2 = 2$$

$$3! = 1 * 2 * 3 = 6$$

$$4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

$$5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$$

Перестановки

Пусть множество A мощности 3

$$A = \{1, 2, 3\}$$

Упорядоченные подмножества

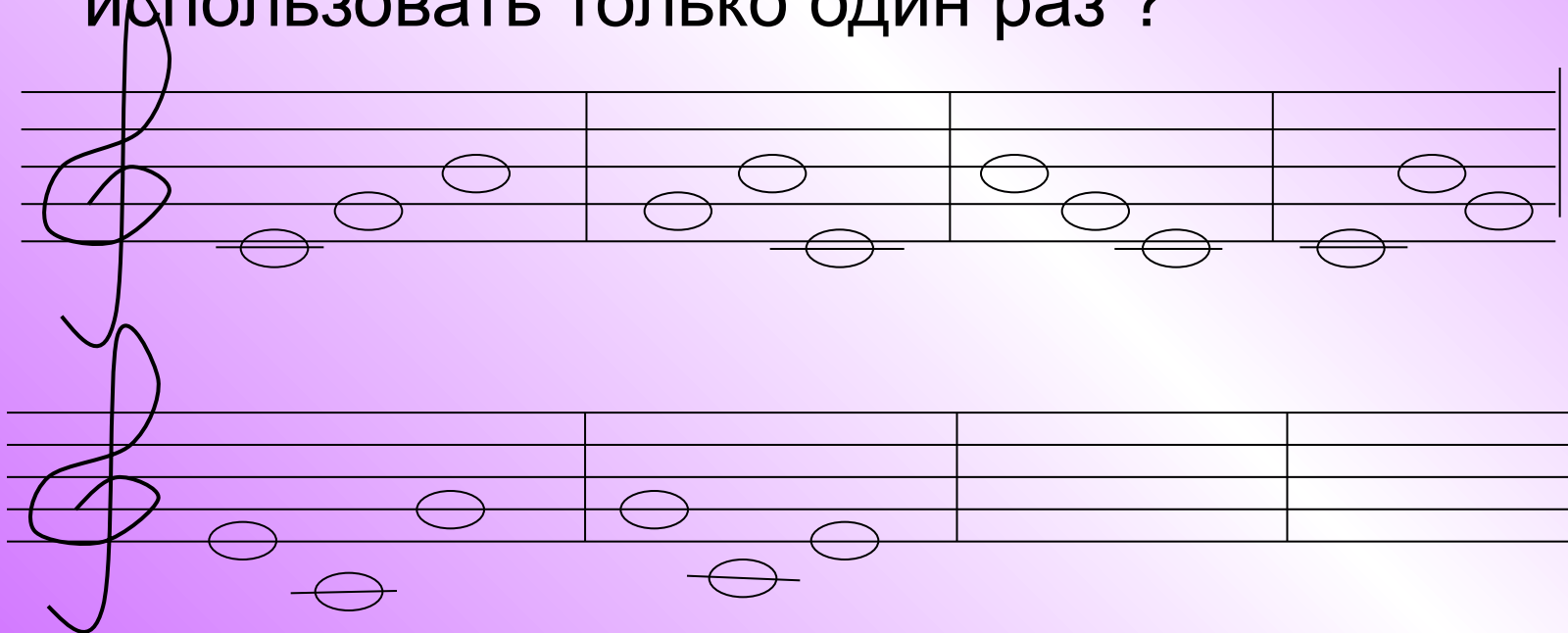
$$A = \{1, 2, 3\} \quad A = \{2, 1, 3\} \quad A = \{3, 1, 2\}$$

$$A = \{1, 3, 2\} \quad A = \{2, 3, 1\} \quad A = \{3, 2, 1\}$$

$$P_3 = 3! = 6$$

Перестановки

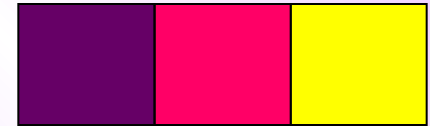
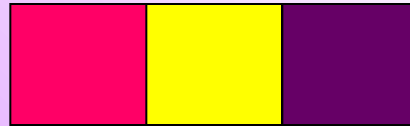
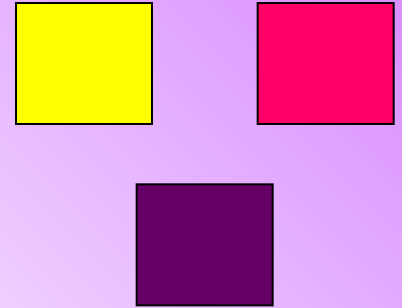
- Есть три ноты :до, ми, соль (первой октавы).
- Сколько различных вариантов мелодий можно сыграть, если каждую ноту использовать только один раз ?



Перестановки. Задачи

Задача 1. Есть три кубика разного цвета. Сколько различных «радуг» можно из них составить?

Ответ: $P_3 = 3! = 6$



Перестановки. Задачи

Задача 2. Сколько «слов» можно составить из слова «ПАР»?

Ответ: $P_3 = 3! = 6$

ПАР АПР РПА
ПРА АРП РАП

Перестановки. Задачи

Задача 3. **СКОЛЬКО «СЛОВ» МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ СЛОВА «WORD»?**

Ответ: $P_4 = 4! = 24$

WORD **W**ODR **W**RDO **W**ROD **W**DRO **W**DOR
ORWD **O**RDW **O**DWR **O**DRW **O**WDR **O**WRD
RDWO **R**DOW **R**ODW **R**OWD **R**WOD **R**WDO
DWOR **D**WRO **D**OWR **D**ORW **D**ROW **D**RWO

Перестановки. Задачи

Задача 4. Сколько вариантов 5-значного кода можно составить из цифр 4,5,6,7,8?

Ответ: $P_5 = 5! = 120$

Перестановки. Задачи

Задача 6. Сколько вариантов 6-значного кода можно составить из цифр 4,5,6,7,8,9?

Ответ: $P_6 = 6! = 720$

Размещения

Есть неупорядоченное множество A
мощности n .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Упорядоченное некоторым способом подмножество
множества A мощности m ($m < n$) называется

размещением элементов множества A

Количество размещений

$$A_n^m = n * (n-1) * \dots * (n-m+1)$$

Размещения

Количество размещений



$$A_n^m = n * (n-1) * \dots * (n-m+1)$$

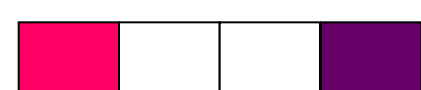
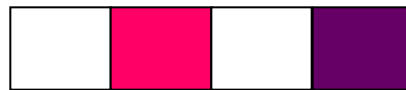
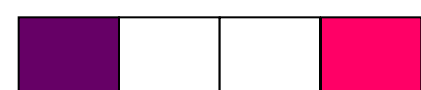
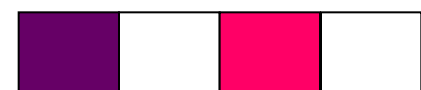
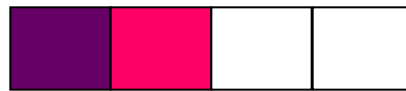
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Размещения. Задачи

Задача 1. Сколькими способами можно расставить две буквы на четырех клетках тетради. Ответ:



$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

 -буква а  -буква б



Размещения. Задачи

Задача 2. Сколькими способами можно расставить две буквы на трех клетках. Ответ: $A_3^2 = 3*2 = 6$.

 -буква а  -буква б



Размещения. Задачи

Задача 3. Сколько вариантов трехзначного цифрового кода существует?

Ответ: 720

$$A_{10}^3 = 10 * 9 * 8 * = 720$$

Размещения. Задачи

Задача 4. Сколькими способами можно составить программу концерта из 6 номеров, если предлагается выбрать из 10 артистов?

Ответ: 151200

$$A_{10}^6 = \frac{10!}{4!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10}{1*2*3*4} = 5*6*7*8*9*10 = 151200$$

Сочетания

Есть множество A мощности n .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Неупорядоченное подмножество множества A мощности m ($m < n$) называется

сочетанием элементов множества A

Количество сочетаний

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! * m!}$$

Сочетания. Задачи

Задача 1. В конспекте 2 буквы белого цвета, 2 буквы синего цвета и 1 буква желтого цвета. Сколькими способами можно выбрать 3 буквы (порядок выбора буквы не важен) ?

Ответ: 10

$$C_5^3 = \frac{5!}{3! * 2!} = \frac{1 * 2 * 3 * 4 * 5}{1 * 2 * 3 * 1 * 2} = 5 * 2 = 10$$

Сочетания. Задачи

Задача 2. Сколько вариантов экзаменационных билетов из двух вопросов можно создать, имея список из 20 вопросов?

Ответ: 190

$$C_{20}^2 = \frac{20!}{18! * 2!} = \frac{19 * 20}{2} = 19 * 10 = 190$$

Сочетания. Задачи

Задача 3. Сколькими способами можно выбрать 3 делегатов на студенческую конференцию в группе из 7 человек?

Ответ: 35

$$C_7^3 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 = 35$$

Литература

- Математика и информатика: Учебное пособие для студентов педагогических ВУЗов / В.Д., Будаев, Н.П. Стефанова, Е.Ю. Яшина и др.; Под ред. В.Д., Будаева, Н.П. Стефановой. М.: Высшая школа, 2004.- 349 с.
- А.Ф Холтыгин, Н.Я. Сотникова. Введение в математику и информатику.Изд-во С-Пб ун-та, 2003. -138 с.
- В.И. Бажанов. Математика и информатика: Учебное пособие.-,М.:МГИУ, 2005.-186 с.
- <http://www.wikipedia.org/>