

Уровень жидкости в сосудах

Выполнена:

учителями физики МОУ «Лицей №15»

Ларионовым В.С, Ларионовой Н.В.

ученицей 8 класса «А» МОУ «Лицей № 15»

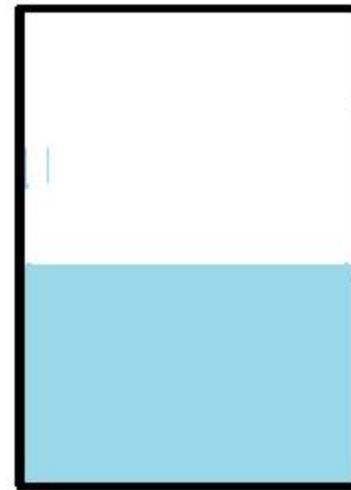
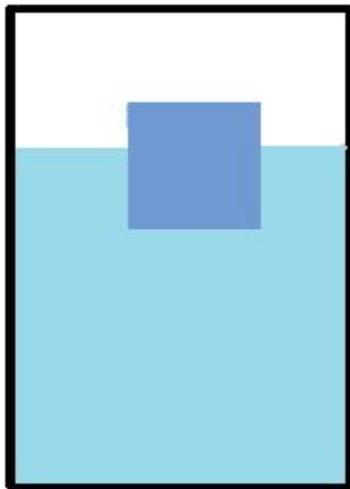
Гуровой Т.А.



Саров
2010

ЗАДАЧА

В цилиндрическом сосуде с водой плавает кусок льда. Изменится ли уровень воды в сосуде, если лёд растает?



ЦЕЛЬ УРОКА

Изучить 2 способа решения задач об изменении уровня жидкости в сосуде.

Сформулировать алгоритмы решения.

2 СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

```
graph TD; A[2 СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ] --> B[через объёмы]; A --> C[через давление на дно];
```

через
объёмы

через давление
на дно

Е

1. Запишем условие плавания для кусочка льда:

$$F_a = F_T.$$

2. Воспользуемся законом Архимеда:

$$\rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}} = m_{\text{л}} g,$$

где $m_{\text{л}}$ – масса льда, $V_{\text{в.ж}}$ – объём вытесненной жидкости.

3. Откуда

$$V_{\text{в.ж}} = m_{\text{л}} / \rho_{\text{ж}}.$$

4. После таяния льда объём воды в сосуде увеличился на

$$\Delta V = m_{\text{л}} / \rho_{\text{ж}}.$$

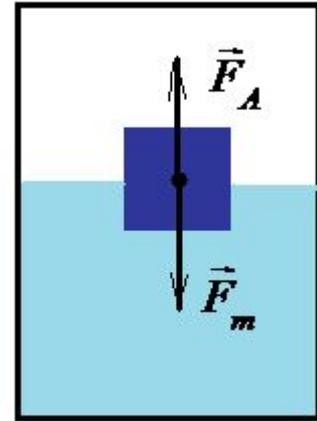
(Очевидно, что масса талой воды равна массе льда.)

5. Откуда следует, что

$$V_{\text{в.ж.}} = \Delta V,$$

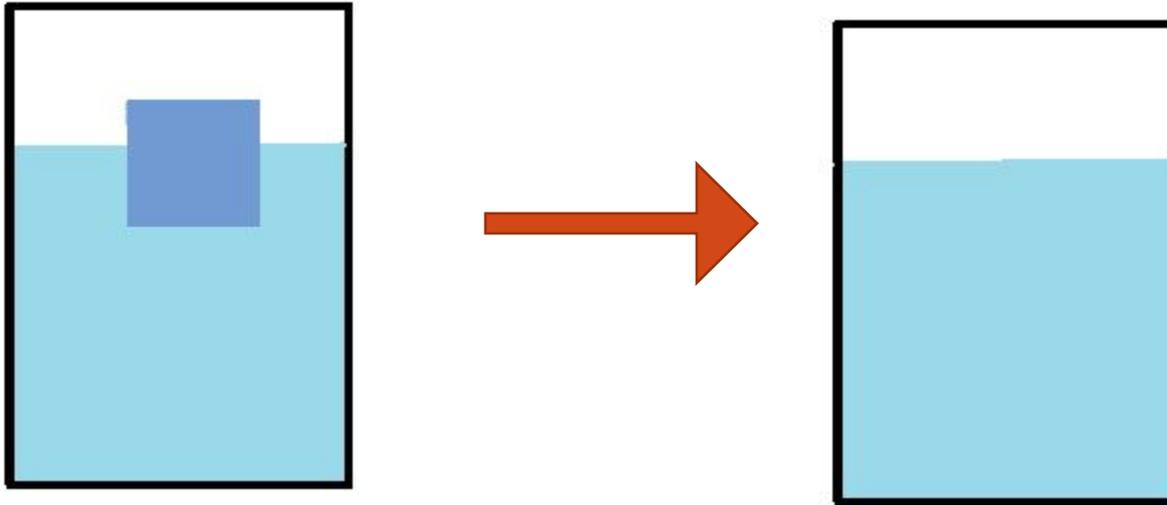
т.е.

$$h_1 = h_2.$$



ОТВЕ

T:



Уровень воды в сосуде не
изменится.

АЛГОРИТМ решения задачи через объёмы

1. Записать условие плавания тела:

$$F_{\text{т}} = F_{\text{а}}. \quad (1)$$

2. Воспользоваться законом Архимеда:

$$F_{\text{а}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж.}}. \quad (2)$$

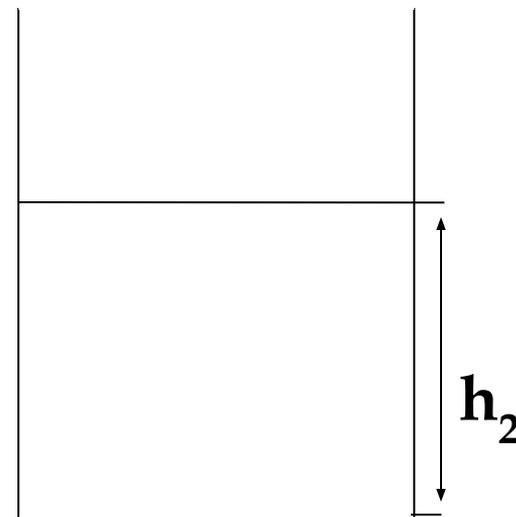
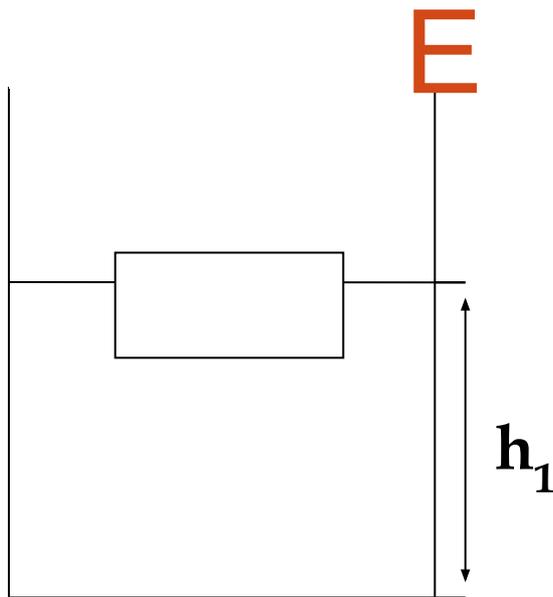
3. Используя уравнения (1) и (2) и расписав $F_{\text{т}}$ выразить объём вытеснённой жидкости $V_{\text{в.ж.}}$
4. Рассчитать на сколько измениться уровень воды в сосуде по сравнению с изначальным (до погружения тела в воду) после таяния льда (или других действий): ΔV .
5. Сравнить $V_{\text{в.ж.}}$ с ΔV и сформулировать ответ.

2 СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

через
объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление
на дно



1. С одной стороны, силу давления на дно в 1-ом и во 2-ом случаях можно выразить следующим образом

$$F_{д1} = (m_{л} + M)g,$$

$$F_{д2} = (m_{в} + M)g,$$

где $m_{л}$ – масса льда, M – первоначальная масса воды в стакане без льда, $m_{в}$ – масса воды, образовавшейся после таяния льда.

$$\text{Т.к. } m_{л} = m_{в} \text{ , то } F_{д1} = F_{д2} \text{ .}$$

2. С другой стороны:

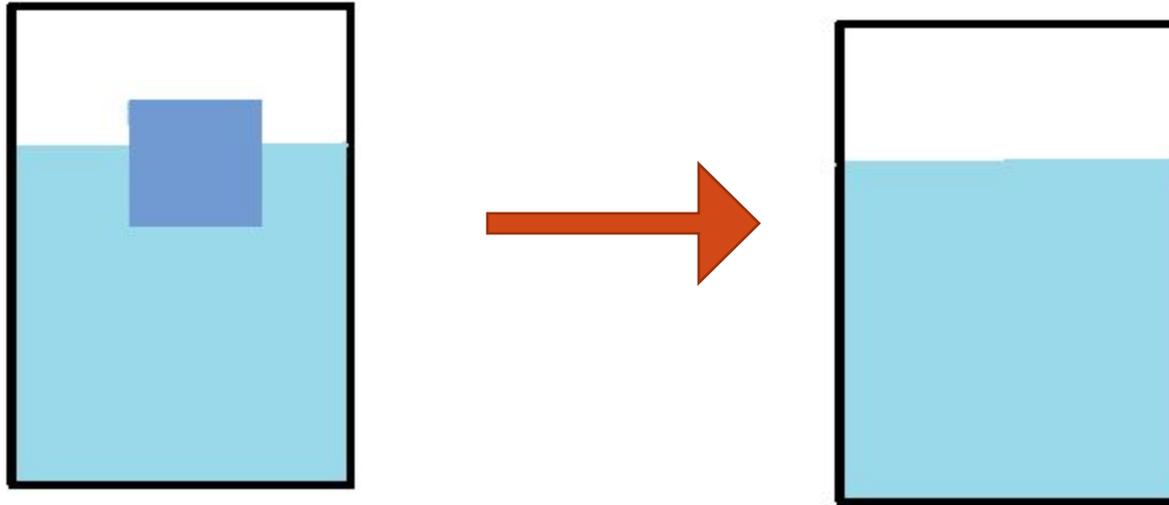
$$F_{д1} = p_1 S = \rho g h_1 S,$$

$$F_{д2} = p_2 S = \rho g h_2 S.$$

3. Т.к. $F_{д1} = F_{д2}$, то $h_1 = h_2$.

ОТВЕ

T:



Уровень воды в сосуде не
изменится.

АЛГОРИТМ решения задачи через давление на дно сосуда

1. Содержимое сосуда не изменилось, поэтому не изменилась и сила давления на дно сосуда:

$$F_{д1} = F_{д2}. \quad (1)$$

2. Выразить $F_{д1}$ и $F_{д2}$, воспользовавшись определительной формулой давления $p = F_{д}/S$ и формулой гидростатического давления $p = \rho gh$:

$$F_{д1} = \dots, \quad F_{д2} = \dots \quad (2)$$

3. Из уравнений (1) и (2) выразить высоты h_1 и h_2 и сравнить.

2 СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

через
объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление
на дно

1. $F_{\text{д1}} = F_{\text{д2}}.$
2. $p = F_{\text{д}} / S$ \rightarrow $F_{\text{д1}} =$
... $p = \rho g h$
3. $F_{\text{д2}} = \dots$
(1) и (2) $\rightarrow h_1 ? h_2$

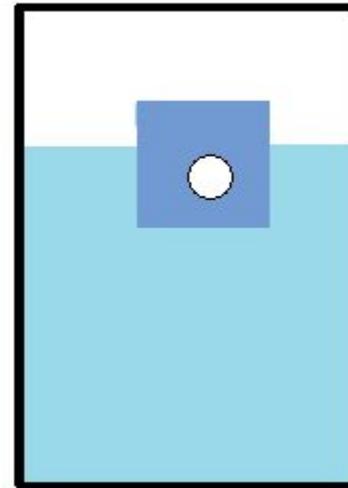
КЛЮЧЕВЫЕ ЗАДАЧИ

- Задача «Пузырёк воздуха во льду»
- Задача «Вмёрзшая сталь»
- Задача «Кастрюля»
- Задача «Непотопляемая лодка»
- Задача «Лишнее за борт»



Грузырек воздуха во льду

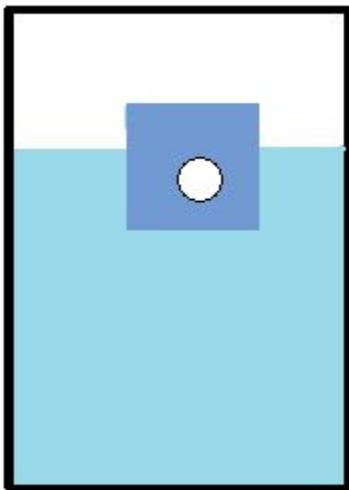
- Условие
- Решение
- Ответ



УСЛОВИ

е

- В сосуде с водой плавает кусок льда, в котором находится пузырёк воздуха. Через некоторое время лёд растаял.
- Изменился ли уровень воды в сосуде?



См. алгоритмы

- В сосуде с водой плавает кусок льда, в котором находится пузырёк воздуха. Через некоторое время лёд растаял.
- Изменился ли уровень воды в сосуде?

Алгоритмы

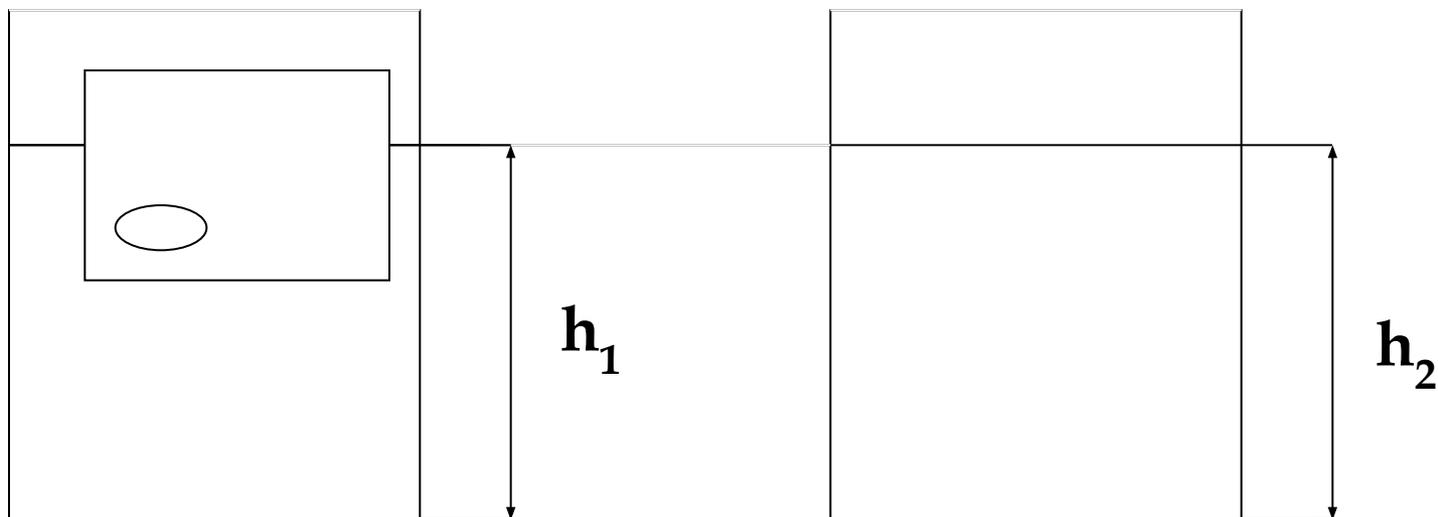
через объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление на дно

1. $F_{\text{д1}} = F_{\text{д2}}.$
2. $p = F_{\text{д}} / S$ $F_{\text{д1}} =$
 \dots \rightarrow $p = \rho g h$
3. Вернуться назад (2) $\rightarrow h_1 ? h_2$

Решение



1. С одной стороны, силу давления на дно в 1-ом и во 2-ом случаях можно выразить следующим образом:

$$F_{д1} = (m_{л} + M)g,$$

$$F_{д2} = (m_{в} + M)g,$$

где $m_{л}$ – масса льда, M – масса воды в первоначальном стакане без льда, $m_{в}$ – масса воды, образовавшейся после таяния льда (т.к. $m_{воз} \ll m_{л}$, то $m_{воз}$ пренебрегаем)

$$\text{Т.к. } m_{л} = m_{в}, \text{ то } F_{д1} = F_{д2}.$$

2. С другой стороны:

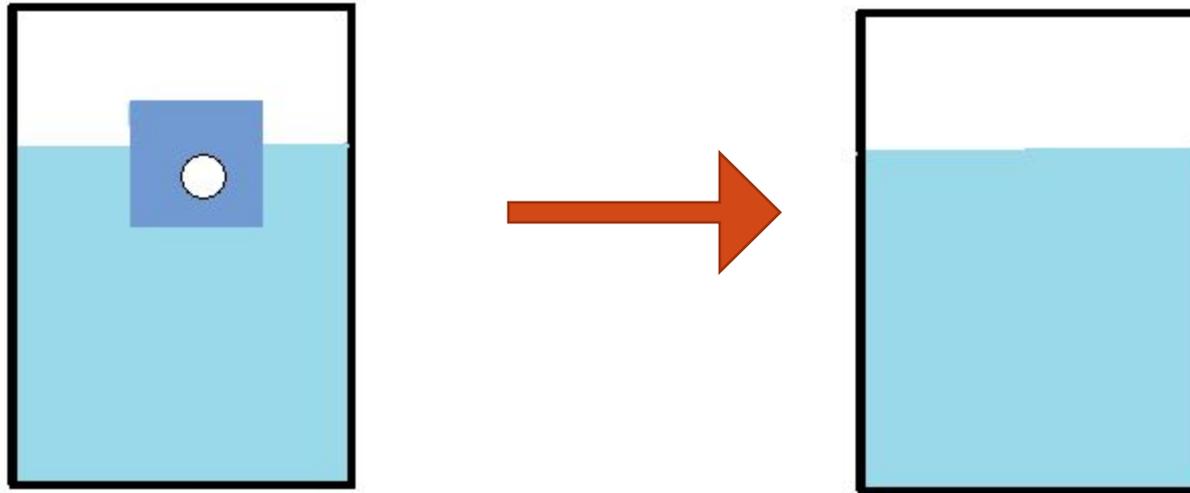
$$F_{д1} = p_1 S = \rho g h_1 S,$$

$$F_{д2} = p_2 S = \rho g h_2 S.$$

3. Т.к. $F_{д1} = F_{д2}$, то $h_1 = h_2$.

Отве

I

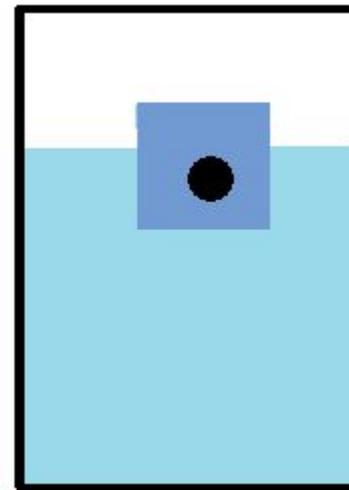


Уровень воды в сосуде не
изменится.

Вмерзшая

сталь

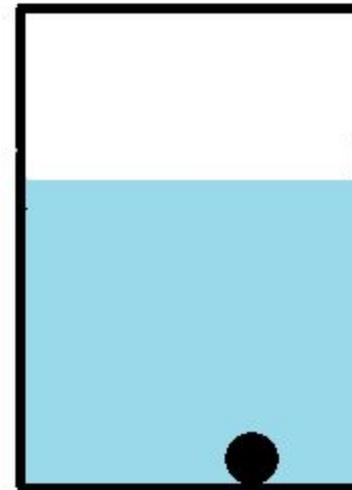
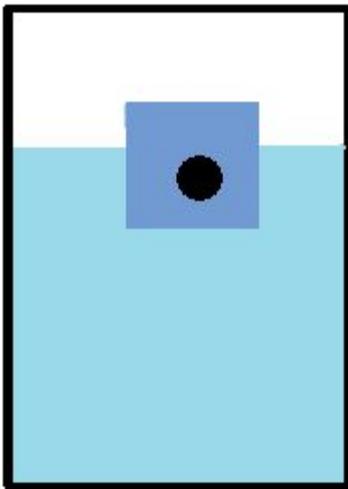
- Условие
- Решение
- Ответ



УСЛОВИ

е

- В сосуде с водой плавает кусок льда с вмёрзшим в него стальным шариком. Через некоторое время лёд растаял.
- Изменился ли уровень воды в сосуде?



См. алгоритмы

- В сосуде с водой плавает кусок льда с вмёрзшим в него стальным шариком. Через некоторое время лёд растаял.
- Изменился ли уровень воды в сосуде?

Алгоритмы

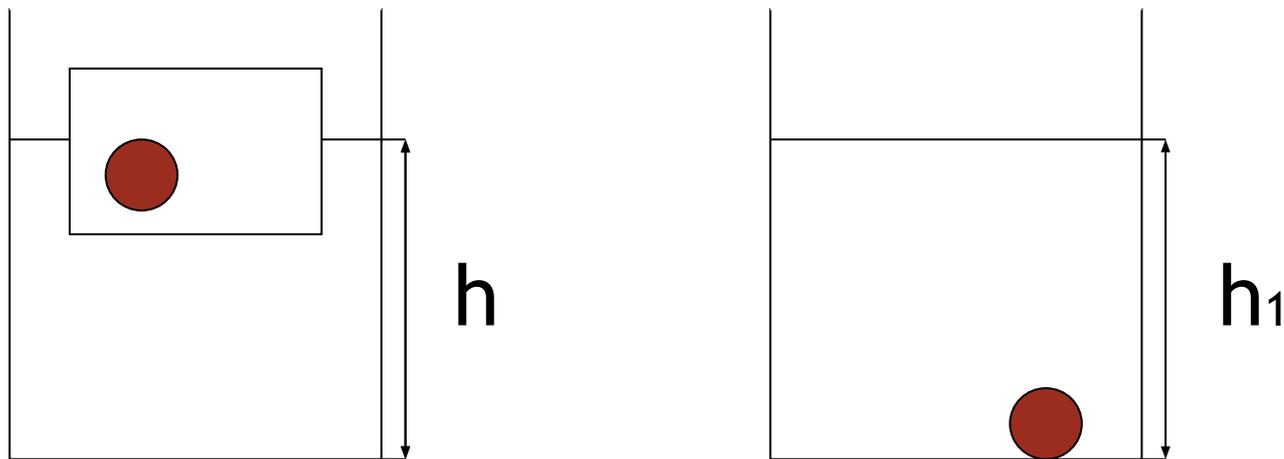
через объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление на дно

1. $F_{\text{д1}} = F_{\text{д2}}.$
2. $p = F_{\text{д}} / S$ \rightarrow $F_{\text{д1}} =$
 \dots
 $p = \rho g h$
3. Вернуться назад (2) $\rightarrow h_1 ? h_2$

Решение



1. Т.к. содержимое сосуда не изменилось, то $F_{д1} = F_{д2}$.

2. С другой стороны :

$$F_{д1} = \rho g h_1 S,$$

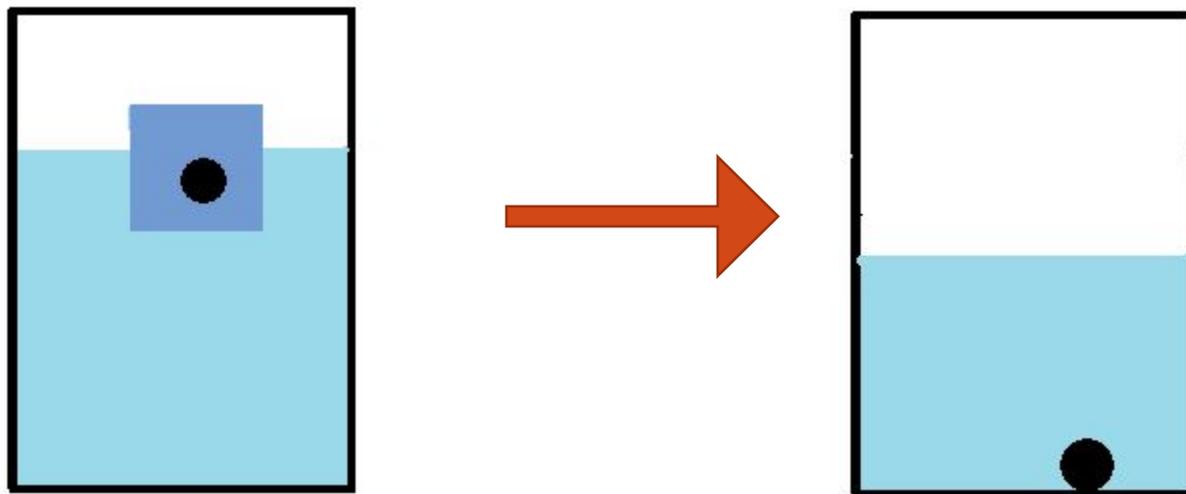
$$F_{д2} = \rho g h_2 S + P,$$

где P – вес шарика в воде, S – площадь дна сосуда, ρ – плотность воды.

3. Т.к. $F_{д1} = F_{д2}$, то $\rho g h_1 S = \rho g h_2 S + P$

Откуда следует, что $h_1 > h_2$.

Ответ

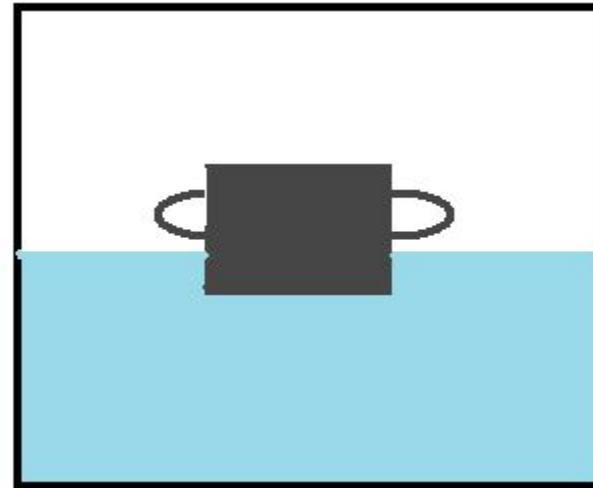


Уровень воды в сосуде
ПОНИЗИТСЯ.

Кастрюл

Я

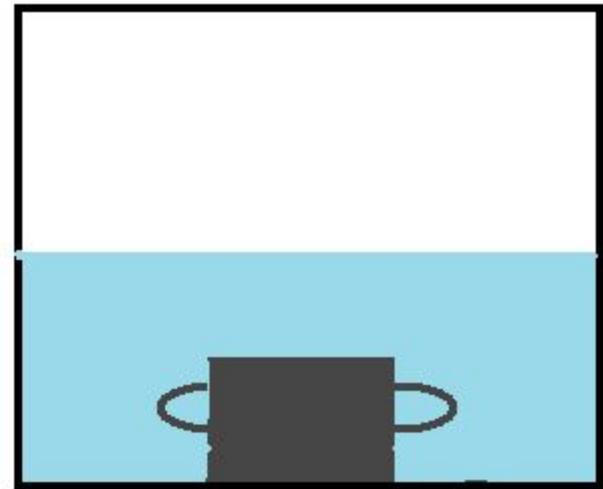
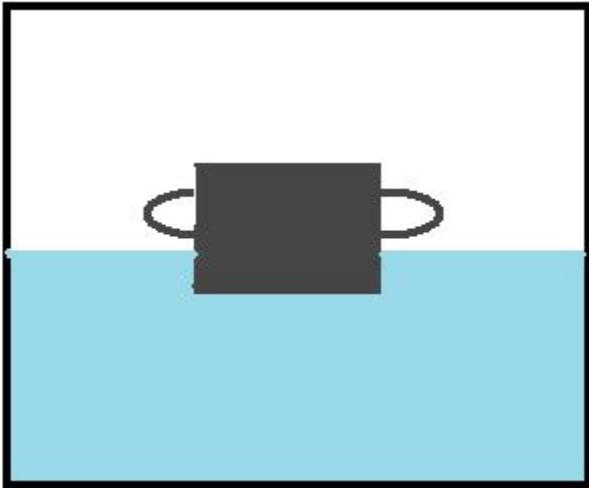
- Условие
- Решение
- Ответ



УСЛОВИ

е

- В большом сосуде на поверхности воды плавает стальная кастрюля. Кастрюлю утопили.
- Изменился ли уровень воды в сосуде?



См. алгоритмы

- В большом сосуде на поверхности воды плавает стальная кастрюля. Кастрюлю утопили.
- Изменился ли уровень воды в сосуде?

Алгоритмы

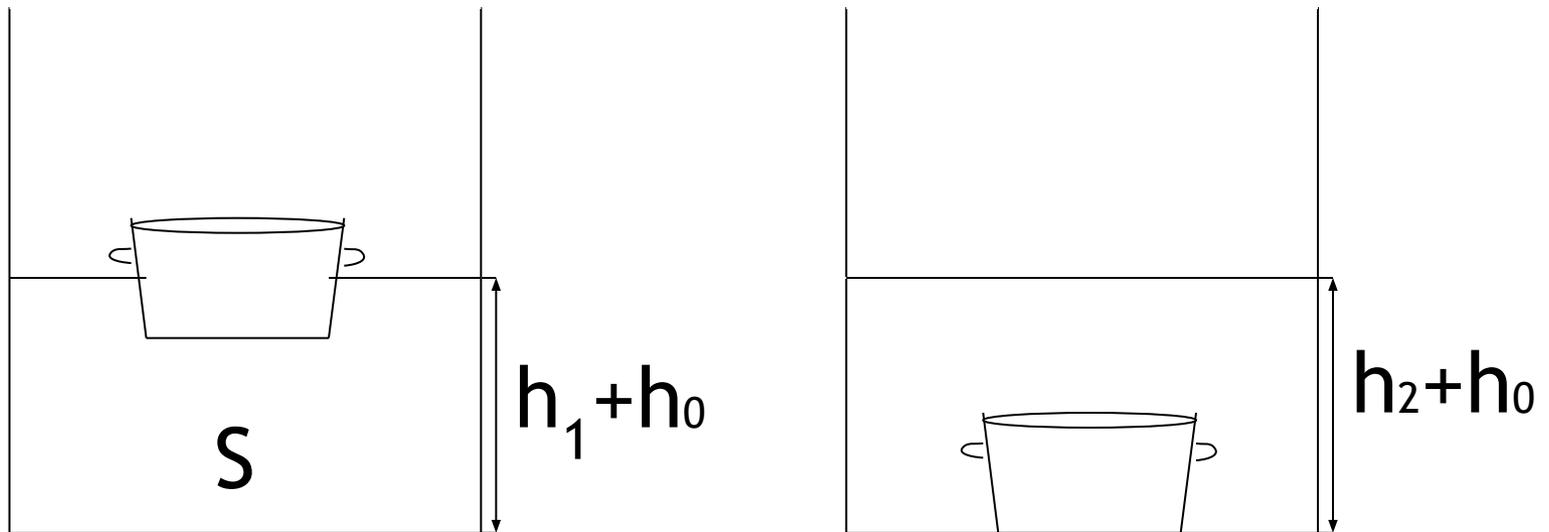
через объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление на дно

1. $F_{\text{д1}} = F_{\text{д2}}$
2. $p = F_{\text{д}} / S$ $F_{\text{д1}} =$
... $p = \rho g h$
3. Вернуться назад (2) $\rightarrow h_1 ? h_2$

Решение



h_0 - уровень воды в сосуде с водой.

1. Запишем условие равновесия для плавающей кастрюли и воспользуемся законом Архимеда:

$$F_a = V_1 \rho_B g = m_k g.$$

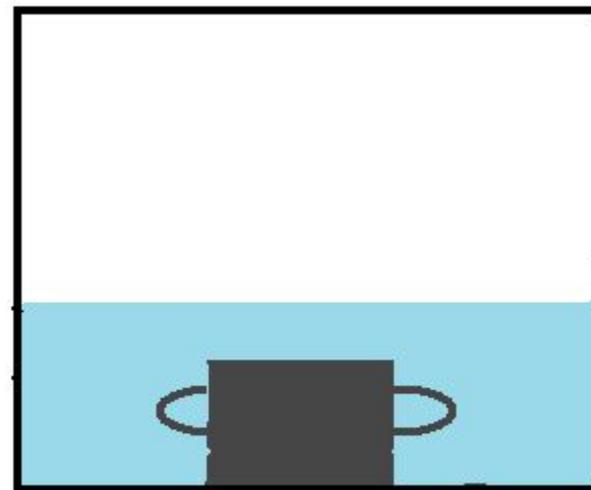
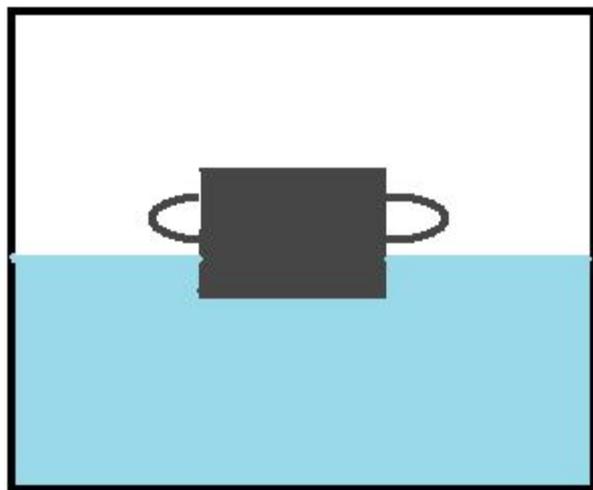
2. Выразим объёмы вытесненной воды в 1-ом и 2-ом случаях:

$$V_1 = m_k : \rho_B,$$

$$V_2 = m_k : \rho_k.$$

3. Т.к. $\rho_B < \rho_k \Rightarrow V_1 > V_2 \Rightarrow h_2 < h_1$.

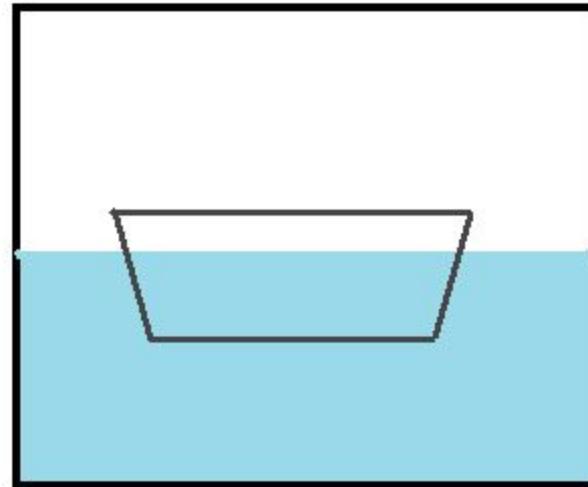
Ответ



Уровень воды в сосуде
ПОНИЗИТСЯ.

Непотопляемая лодка

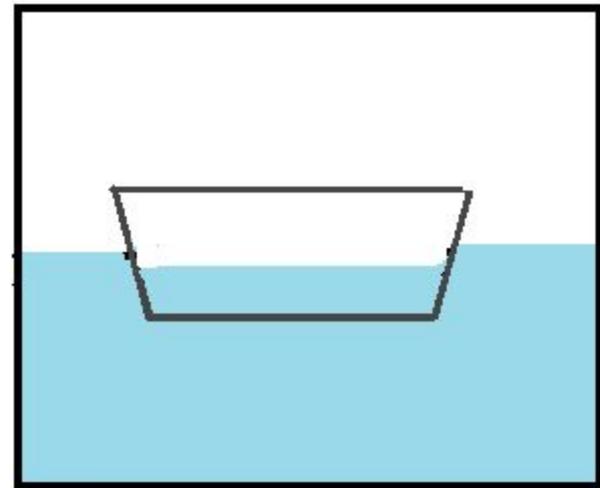
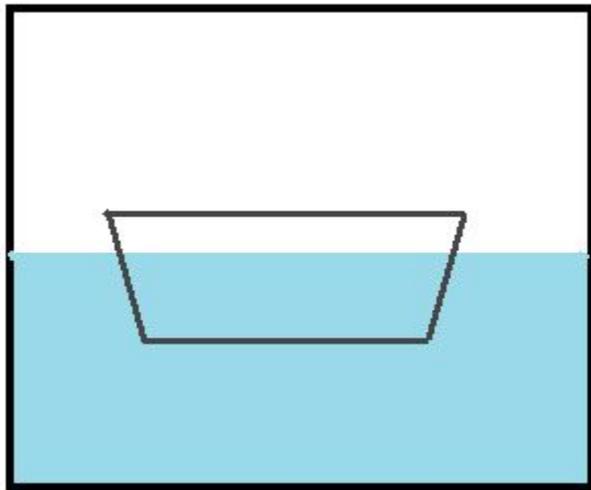
- Условие
- Решение
- Ответ



УСЛОВИ

е

- В небольшом бассейне плавает полузатопленная лодка, причём уровень воды в ней совпадает с уровнем в бассейне. Из лодки зачерпнули ведро воды и вылили за борт.
- Как изменился уровень воды в бассейне?



См. алгоритмы

- В небольшом бассейне плавает полузатопленная лодка, причём уровень воды в ней совпадает с уровнем в бассейне. Из лодки зачерпнули ведро воды и вылили за борт.
- Как изменился уровень воды в бассейне?

Алгоритмы

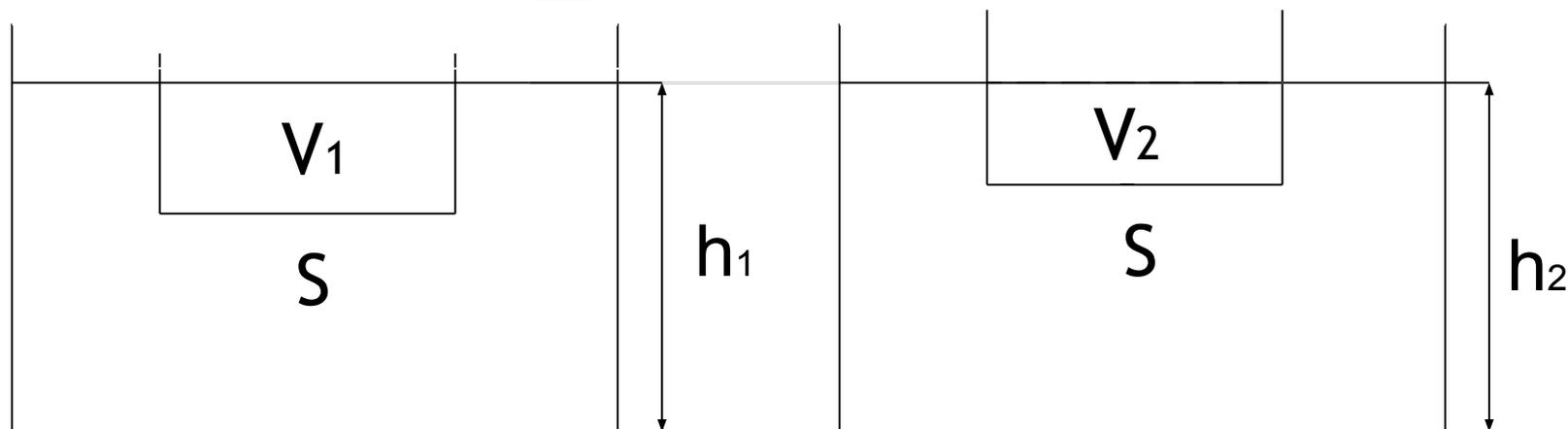
через объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление на дно

1. $F_{\text{д1}} = F_{\text{д2}}.$
2. $p = F_{\text{д}} / S$ \rightarrow $F_{\text{д1}} =$
 \dots
 $p = \rho g h$
3. Вернуться назад (2) $\rightarrow h_1 ? h_2$

Решение



1. Из условия равновесия лодки и закона Архимеда получим:

- $V_1 = M : \rho, \quad V_2 = (M - m) : \rho,$

- где M – масса лодки с водой, m – масса воды в ведре, ρ – плотность воды.

2. Изменение объёмов содержимого бассейна по сравнению с первоначальным объёмом воды :

- $\Delta V_1 = V_1 = M : \rho_{\text{в}},$

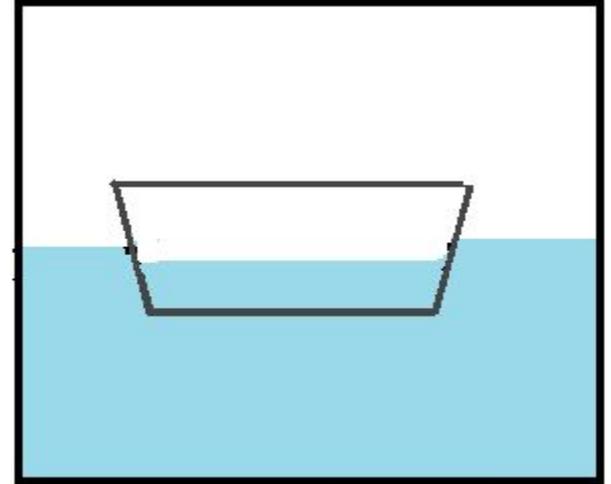
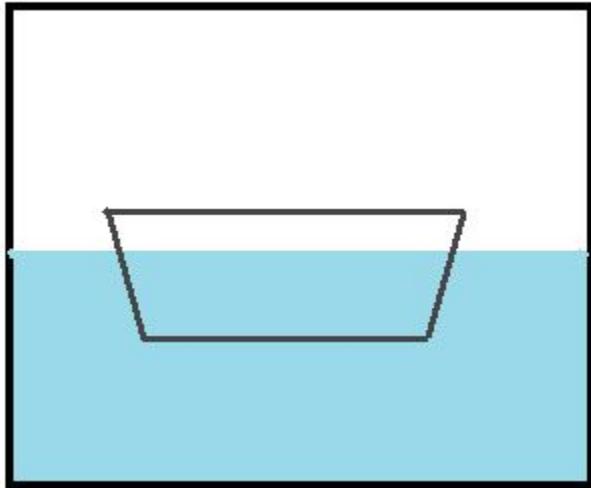
- $\Delta V_2 = V_2 + V_{\text{в.в}} = (M - m) : \rho_{\text{в}} + m_{\text{в}} : \rho_{\text{в}} = M : \rho_{\text{в}}$ (где $V_{\text{в.в}}$ – объём ведра воды).

- Откуда следует, что $\Delta V_1 = \Delta V_2.$

- 3. Т.к. $\Delta V_1 = Sh_1, \Delta V_2 = Sh_2,$ (где S – площадь дна бассейна, h_1 и h_2 – изменения уровня воды по сравнению с первоначальным уровнем), то $h_1 = h_2.$

Отве

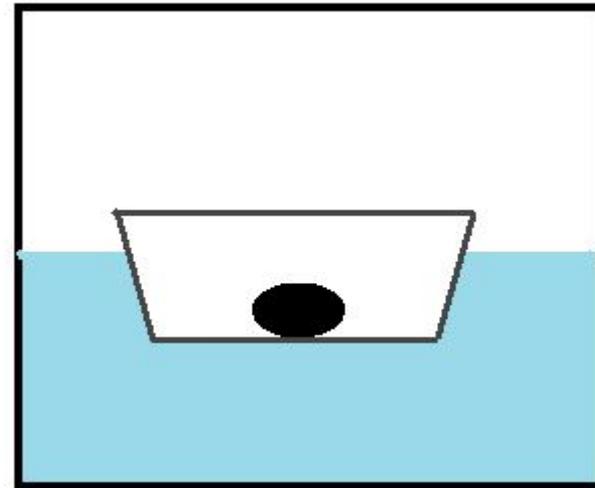
I



Уровень воды в бассейне
не изменился.

Лишнее за борт

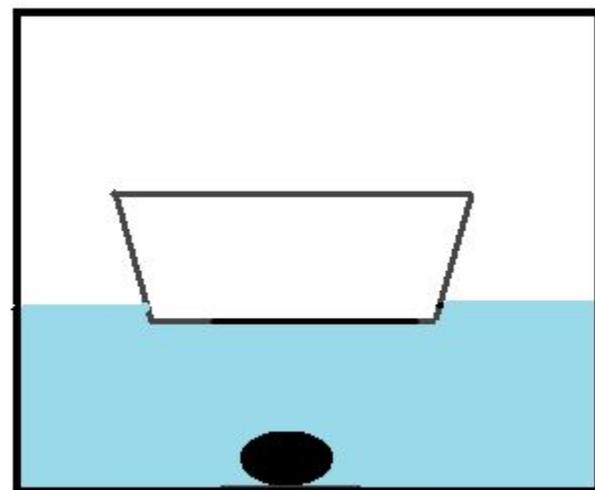
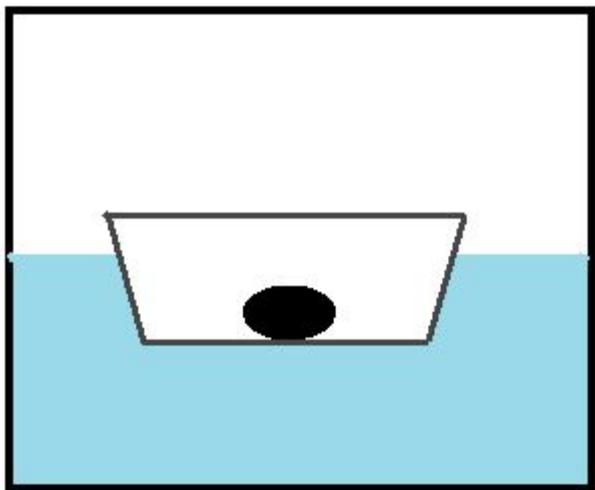
- Условие
- Решение
- Ответ



УСЛОВИ

е

- В небольшом бассейне плавает лодка. Лежащий на дне лодки камень бросили в воду.
- Как изменился уровень воды в бассейне?



См. алгоритмы

- В небольшом бассейне плавает лодка. Лежащий на дне лодки камень бросили в воду.
- Как изменился уровень воды в бассейне?

Алгоритмы

через объёмы

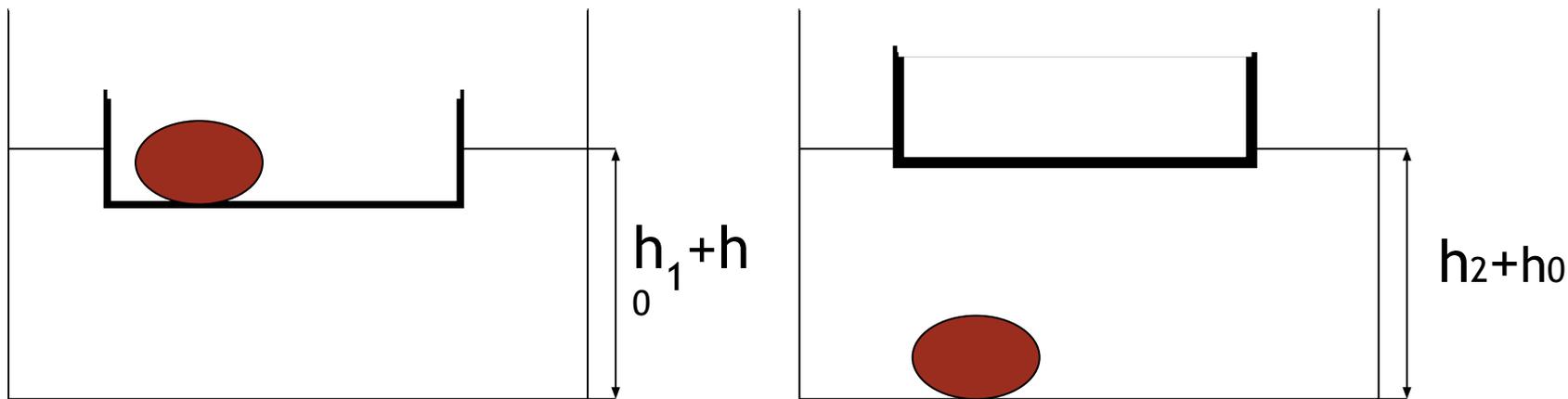
1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{в.ж}}$
3. $V_{\text{в.ж.}}$
4. $\Delta V.$
5. $V_{\text{в.ж.}} ? \Delta V$

через давление на дно

1. $F_{\text{д1}} = F_{\text{д2}}.$
2. $p = F_{\text{д}} / S$ \rightarrow $F_{\text{д1}} =$
 \dots
 $p = \rho g h$
3. Вернуться назад (2) $\rightarrow h_1 ? h_2$

Решение

e



h_0 – изначальный уровень воды в бассейне

1. Из условия равновесия для лодки запишем объёмы вытесненной воды в двух случаях:

$$V_1 = m_k : \rho_v + m_l : \rho_v,$$

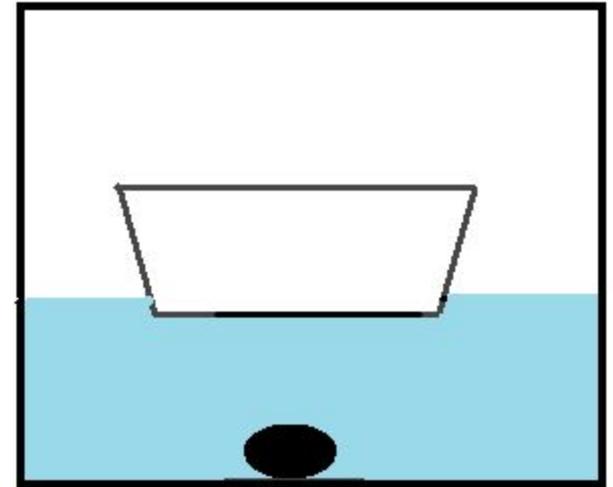
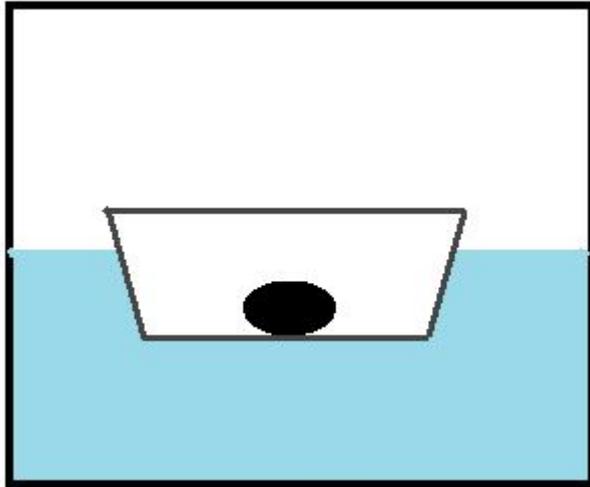
$$V_2 = m_l : \rho_v + m_k : \rho_k,$$

где m_l – масса лодки, m_k – масса камня, ρ_v – плотность воды, ρ_k – плотность камня.

Т.к. $\rho_v < \rho_k \Rightarrow V_1 > V_2 \Rightarrow h_1 > h_2 \Rightarrow h_1 + h_0 > h_2 + h_0.$

Отве

I



Уровень воды в бассейне
ПОНИЗИЛСЯ.

ЗАДАЧИ УРОКА

- Изучить 2 способа решения задач об изменении уровня жидкости в сосуде.
- Сформулировать алгоритмы решения.

Алгоритмы

через объёмы

1. $F_T = F_a$
2. $F_a = \rho_{ж} g V_{в.ж}$
3. $V_{в.ж}$
4. ΔV
5. $V_{в.ж} ? \Delta V$

через давление на дно

1. $F_{д1} = F_{д2}$
2. $p = F_d / S$ \rightarrow $F_{д1} =$
 \dots
 $p = \rho g h$
 $F_{д2}$ Вернуться
назад $\rightarrow h_1 ? h_2$

Библиография

3.

ББиблиограф

ИЯ

1. Гельгафт И.М., Генденштейн Л.Э., Кирик Л.А. 1001 задача по физике с решениями. Учебное пособие. – Харьков-Москва, 1995. – 592 с.
2. Городские олимпиады по физике г. Нижнего Новгорода. 2004-2008 гг. Сборник задач. – Н.Новгород: Институт прикладной физики РАН, 2009. –52с.
3. Подлесный Д.В. Анализ давления на дно сосуда в задачах гидростатики. // Потенциал, №10, 2005. – С.42-45
4. Полянский С.Е. Поурочные разработки по физике. – М.: ВАКО, 2004. –240с.
5. Черноуцан А. Гидростатика в стакане. // Квант, №3, 2008. – С.47-50.
6. Чивилёв В.И. Олимпиада «Физтех-2005». // Потенциал, №5, 2005. – С.59-61



Ñòàòüý
Ïàèåññàÿ Ä.Ä.



Ñòàòüý
À.×àðííóòàÿ