

8 клас
Геометрія



Пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику

Усе здається неможливим, поки хто-небудь цього не зробить

Нельсон Мандела

06.01.2021

Пригадаємо

Сформулюйте три ознаки подібності для довільних трикутників

Сформулюйте і доведіть першу ознаку подібності прямокутних трикутників

Сформулюйте другу і третю ознаки подібності прямокутних трикутників

Чому прямокутні трикутники з пропорційними катетами подібні?

Середній пропорційний відрізок

Відрізок x називають середнім пропорційним між відрізками a і b , якщо:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$



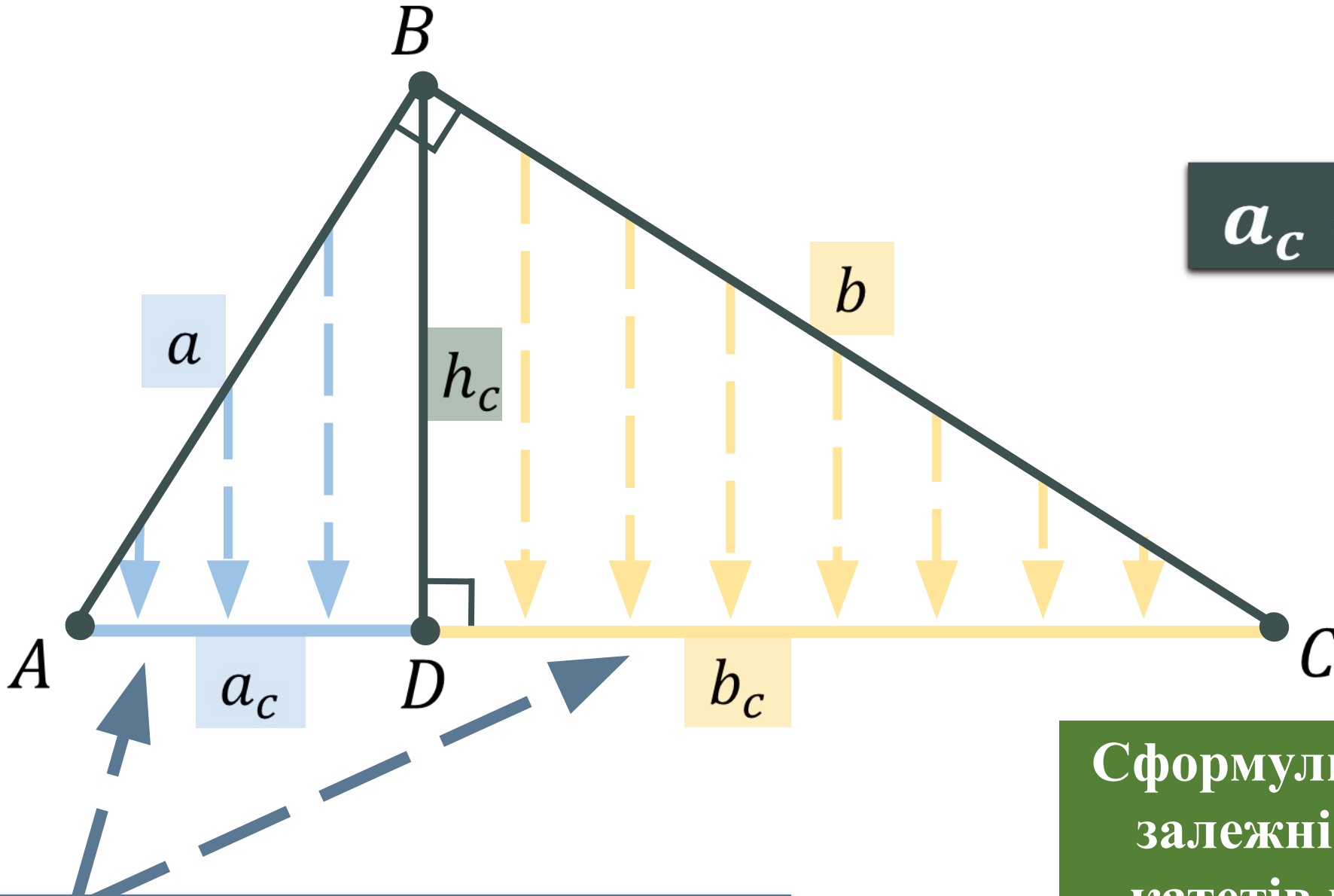
$$x^2 = a \cdot b$$

Співвідношення між довжинами деяких відрізків у трикутнику і колі називаються **метричними**

Чи можна встановити співвідношення між довжинами відрізків у трикутнику?



Проекції катетів на гіпотенузу



$$a_c + b_c = c$$

Сформулюйте очевидну залежність проєкцій катетів на гіпотенузу



Проекції катетів на гіпотенузу

Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику

Теорема

$$1. h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

$$2. a^2 = c \cdot a_c \text{ і } b^2 = c \cdot b_c$$

$$3. h_c = \frac{ab}{c}$$

Проекції катетів на гіпотенузу
відносяться, як квадрати
катетів
гіпотенузу

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{ca_c}{cb_c} = \frac{a_c}{b_c}$$

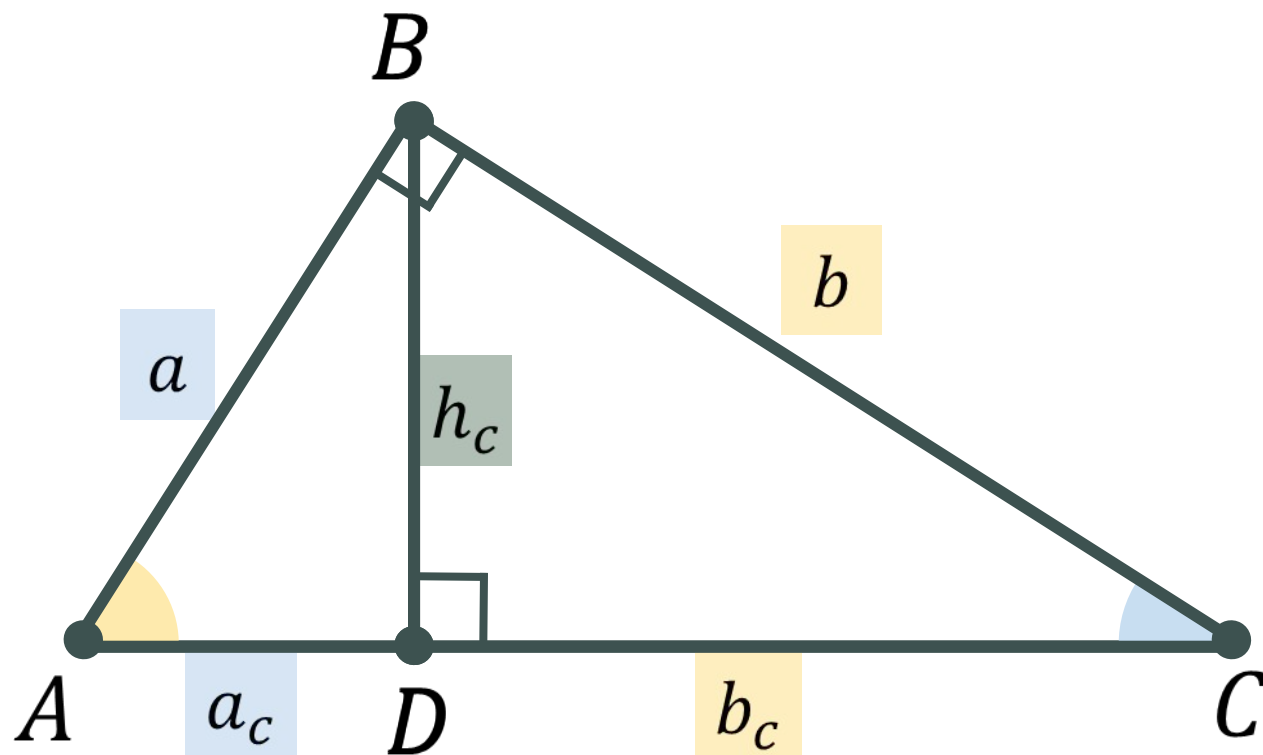


$$\frac{a_c}{b_c} = \frac{a^2}{b^2}$$

Відносяться
проекції катетів на гіпотенузу?



Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику



Доведено

$$1. h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

$$\triangle ABD \sim \triangle ABC$$

$$\triangle BCD \sim \triangle ABC$$

$$\triangle ABD \sim \triangle BCD$$

$$\frac{CD}{BD} = \frac{DB}{DA}$$



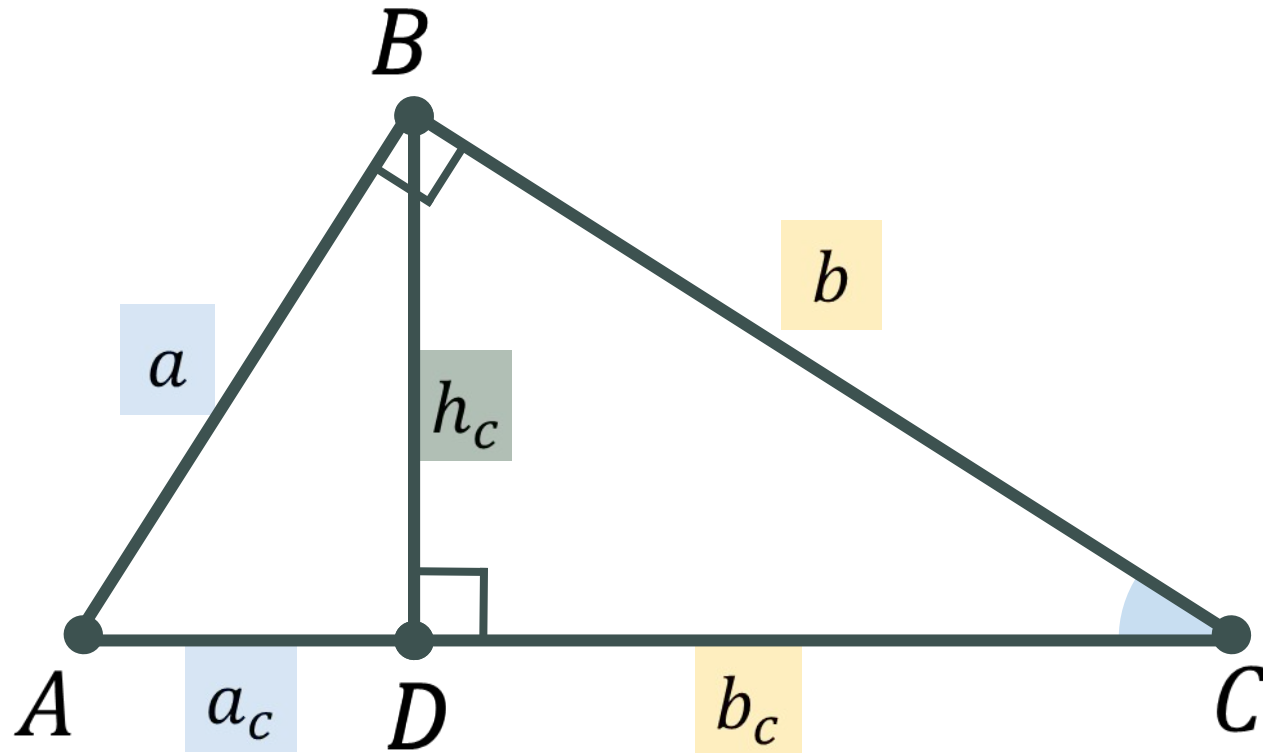
$$\frac{b_c}{h_c} = \frac{h_c}{a_c}$$

Якби робимо висновок.

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c$$



Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику



Доведено

$$2. b^2 = b_c \cdot c$$

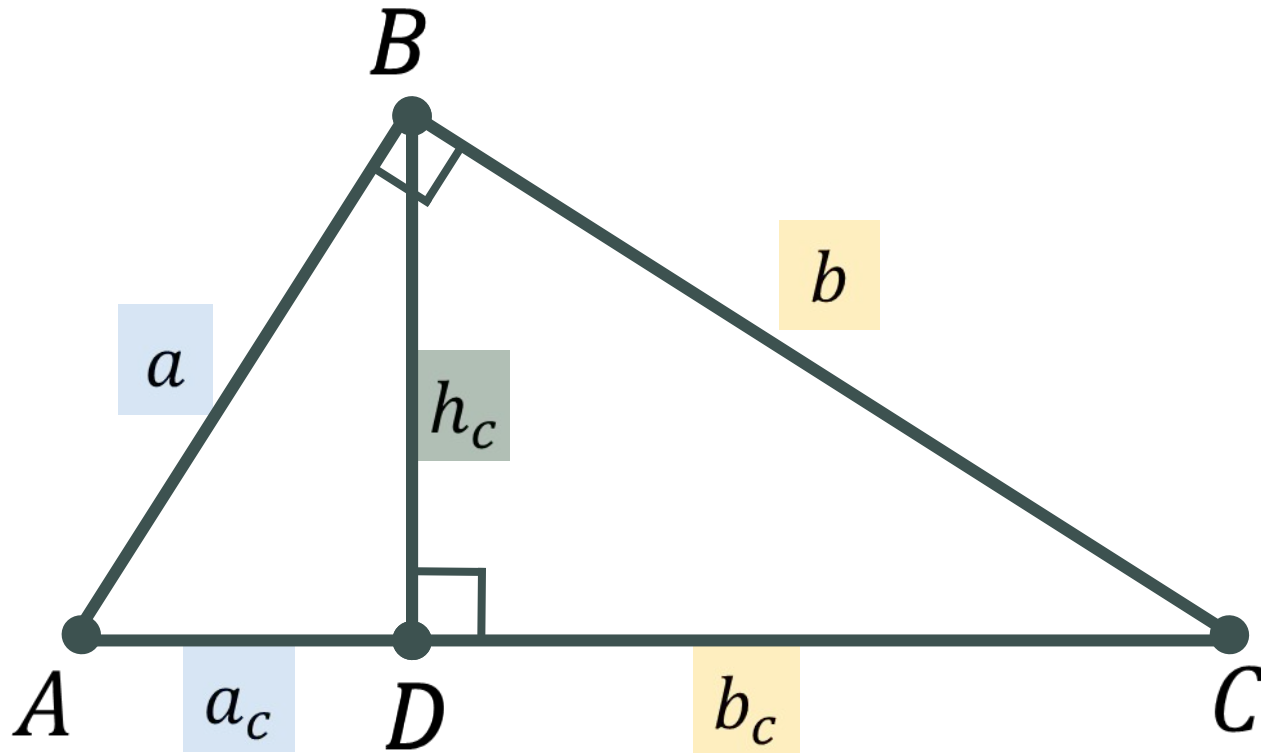
$$\triangle ABD \sim \triangle ABC$$

$$\triangle BCD \sim \triangle ABC$$

$$\triangle ABD \sim \triangle BCD$$

Аналогічно з $\triangle ABD$ і $\triangle ABC$
доводимо, що $a^2 = c \cdot a_c$

Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику



Доведено

$$3. h_c = \frac{ab}{c}$$

$$\triangle ABD \sim \triangle ABC$$

$$\triangle BCD \sim \triangle ABC$$

$$\triangle ABD \sim \triangle BCD$$

$$\frac{BD}{AB} = \frac{BC}{AC}$$



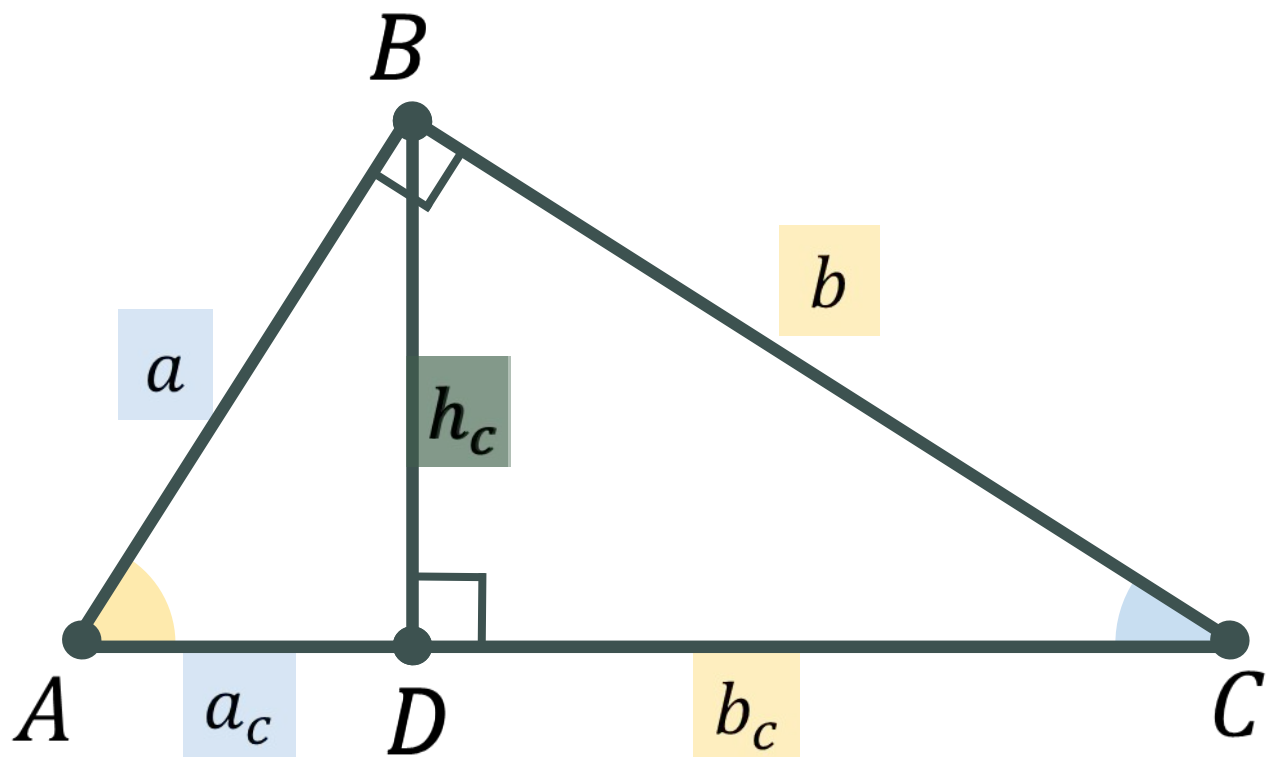
$$\frac{h_c}{a} = \frac{b}{c}$$

же
проп

$$h_c = \frac{ab}{c}$$



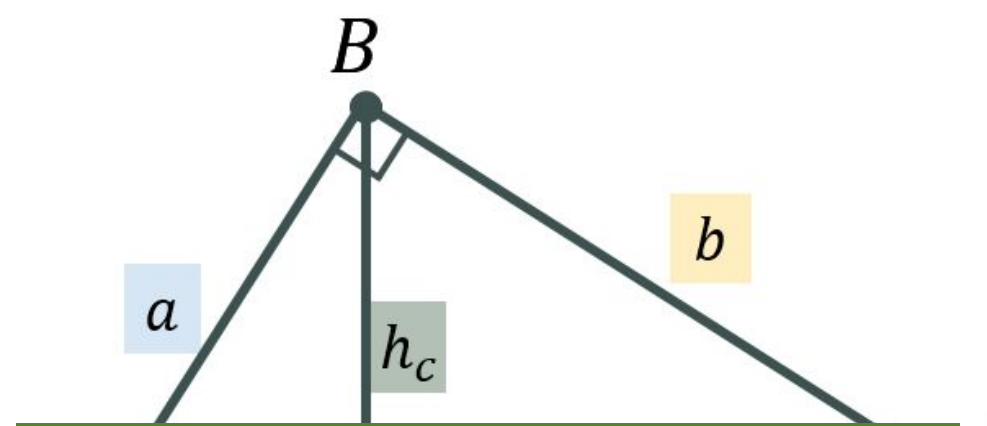
Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику



$$\Delta ABD \sim \Delta BCD$$

$$\Delta ABD \sim \Delta ABC$$

$$\Delta BCD \sim \Delta ABC$$



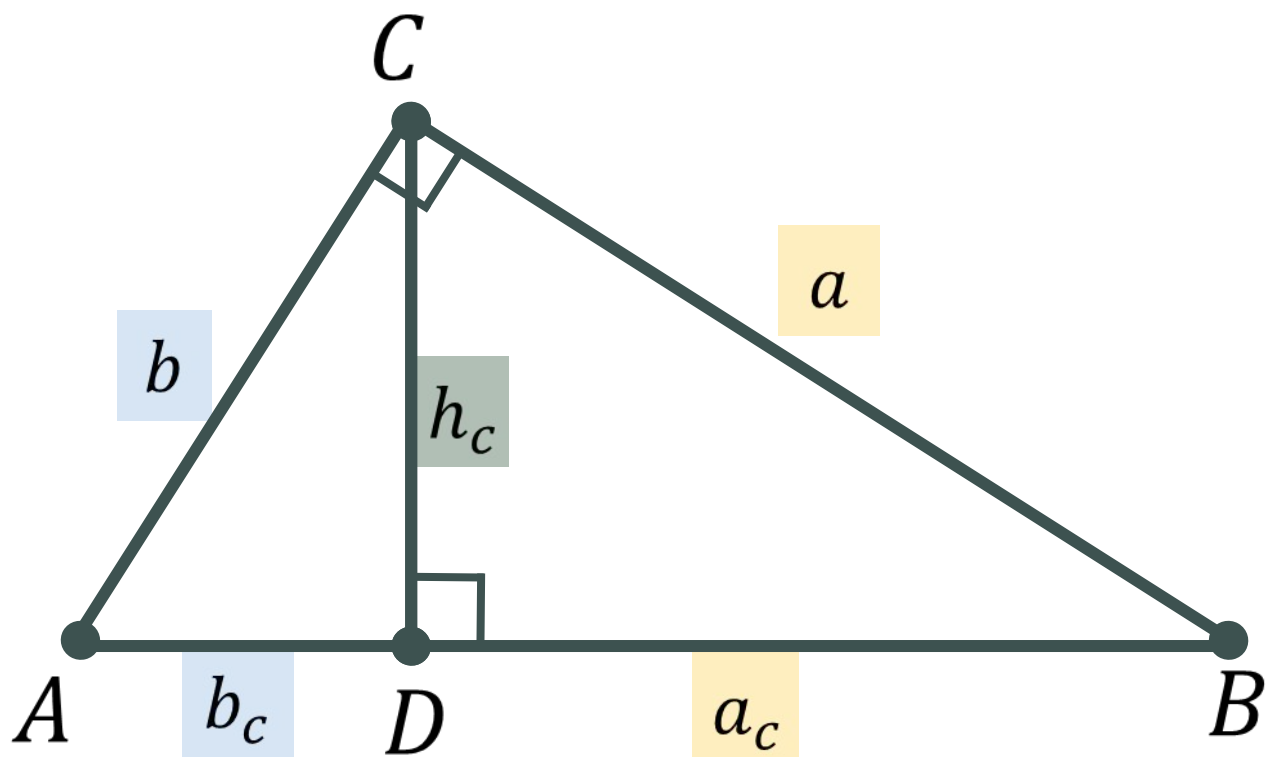
Який факт ми встановили у ході доведення теореми?



Висота прямокутного трикутника ділить його на два подібні трикутники, кожен із яких подібний даному трикутнику

Розв'язуємо разом

№ 398



У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено висоту CD . Знайдіть:

а) CD , якщо $AD = 4$ см, $DB = 25$ см;

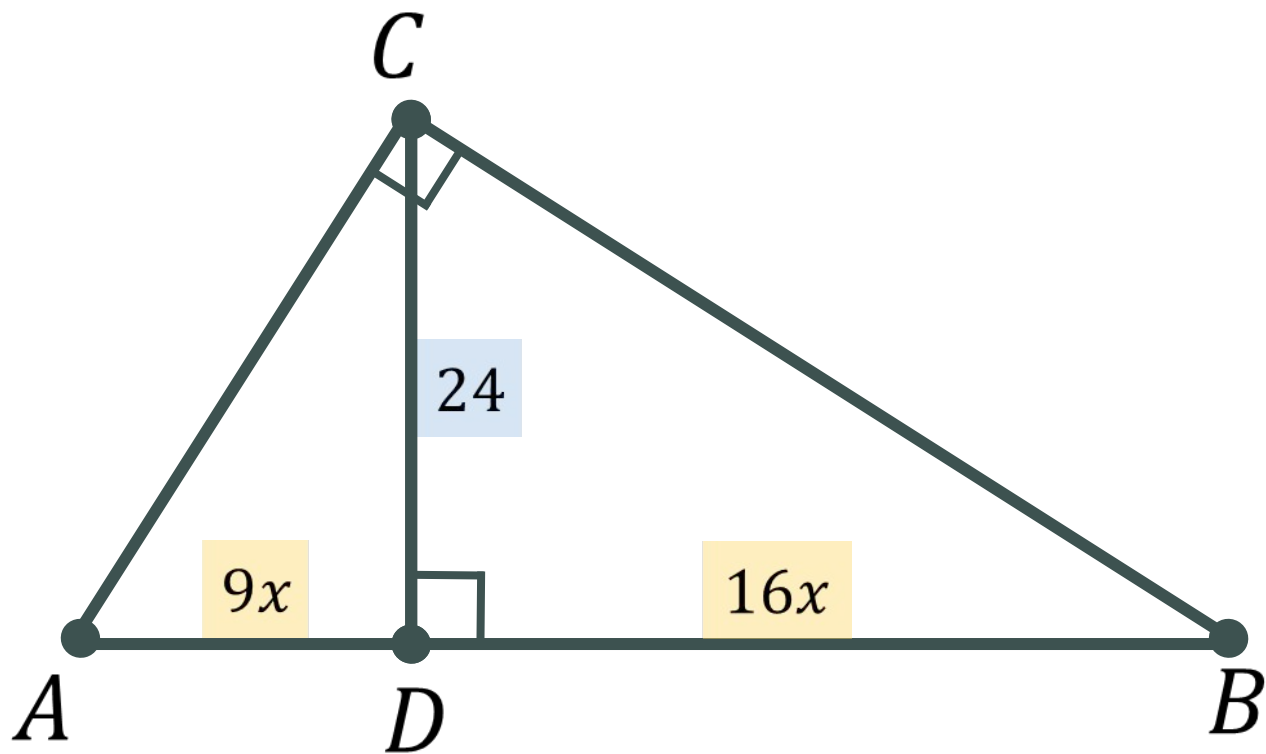
б) AC і BC , якщо $AB = 50$ см, $AD = 18$ см

а) $CD^2 = AD \cdot DB = 4 \cdot 25 = 100 = 10 \cdot 10$;
 $CD = 10$

б) $AC^2 = AD \cdot AB = 18 \cdot 50 = 900 = 30 \cdot 30$,
 $AC = 30$, $DB = 50 - 18 = \dots$
 $BC^2 = DB \cdot CB = 50 \cdot \dots = \dots$
 $CB = 40$

Розв'язуємо гуртом

№ 406



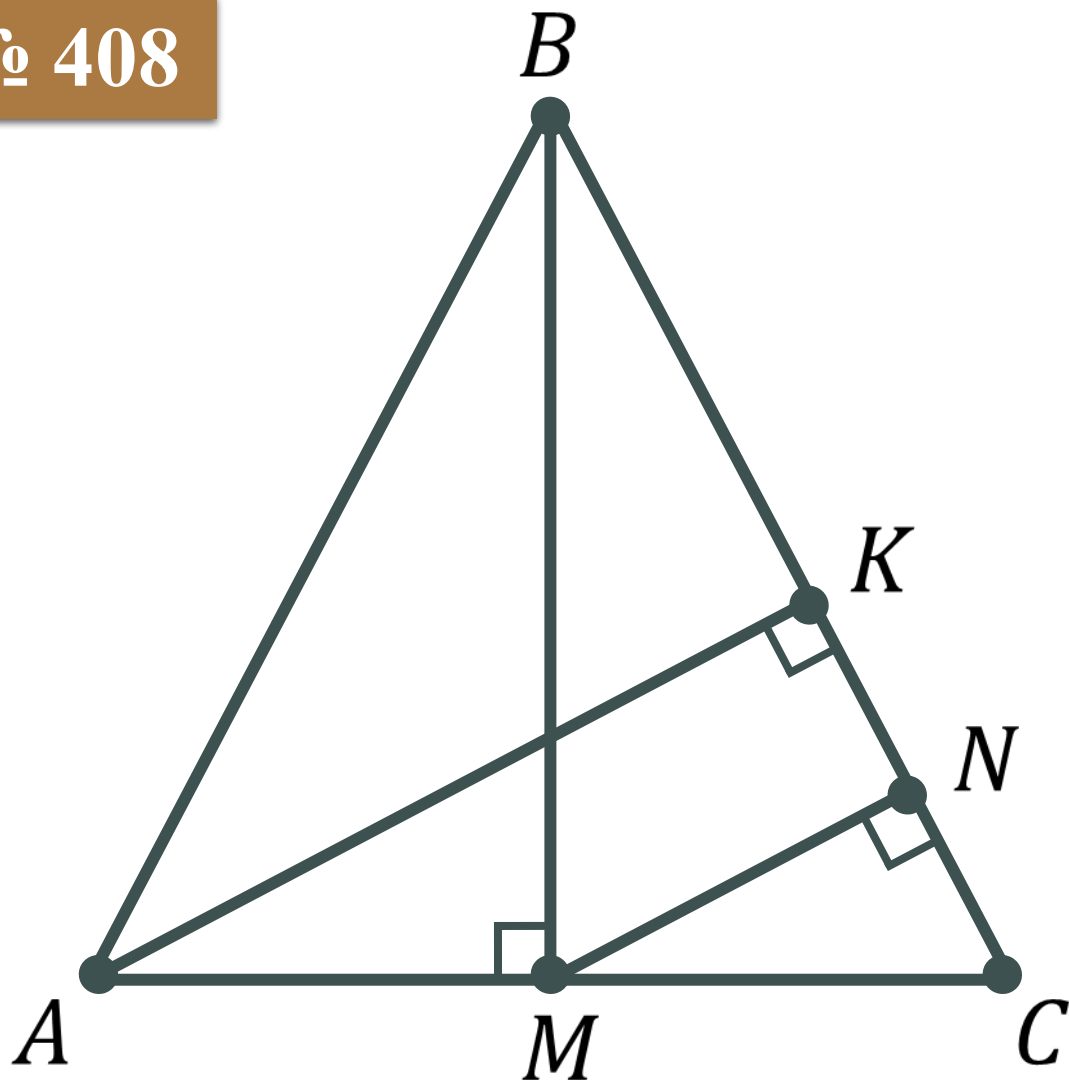
Висота прямокутного трикутника дорівнює 24 см і ділить гіпотенузу у відношенні 9:16. Знайдіть катети трикутника

Як позначимо AD і DB ?



Розв'язуємо гуртом

№ 408



Перпендикуляр, проведений із середини основи рівнобедреного трикутника до бічної сторони, ділить її на відрізки завдовжки 2,25 см і 4 см. Знайдіть висоту трикутника, проведenu до бічної сторони

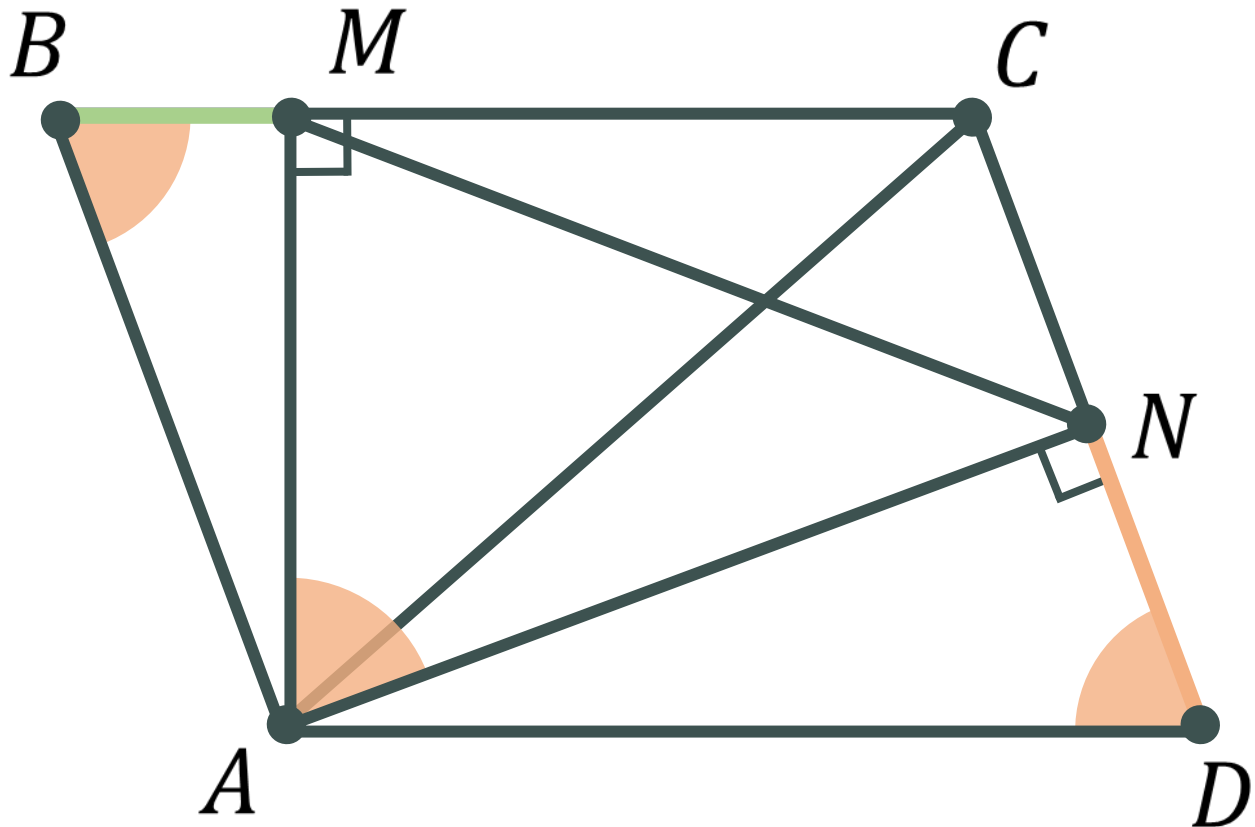
$$\triangle MNC \sim \triangle AKC \sim \triangle CMB$$

Що можемо сказати про $\triangle MNC$, $\triangle AKC$, $\triangle CMB$?



Розв'язуємо гуртом

№ 412



Відрізки AM і AN – висоти паралелограма $ABCD$, проведені до сторін BC і CD відповідно. Доведіть, що $\triangle MAN \sim \triangle ABC$.

$$\triangle AND \sim \triangle AMB$$

$$\angle B = \angle D = \angle MAN$$

$$\triangle MAN \sim \triangle ABC$$

При розгляданні паралелограма між його висотами розглянемо $\triangle MAN$ і $\triangle ABC$



Підсумки

Який відрізок називають середнім пропорційним двох відрізків?

Якою формулою пов'язані між собою висота, проведена до гіпотенузи та проекції катетів на гіпотенузу?

Якою формулою між собою пов'язані катет, гіпотенуза та проекція цього катета на гіпотенузу?

Який факт ми встановили у ході доведення теореми?

Домашнє завдання



Повторити §15

Розв'язати № 528, 529, 541

Бажаю творчих успіхів!

Ви повинні діяти і пам'ятайте – вода камінь точить

06.01.2021

Дякую за увагу!



00.01.2021