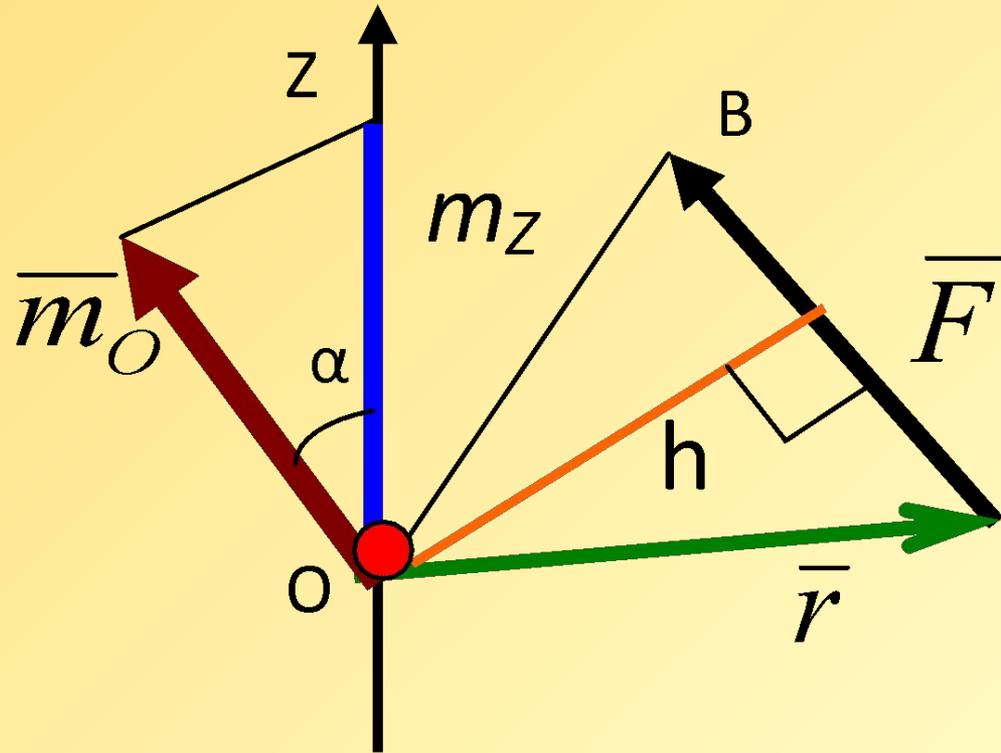


# Теоретическая механика Статика

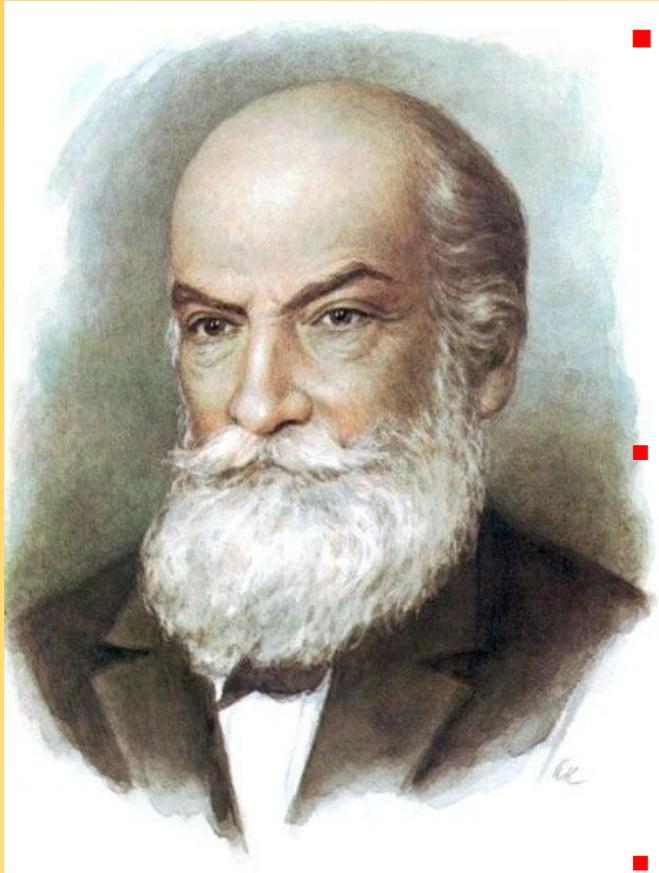
Лекция № 4

# 4.1 Момент силы относительно оси

- **Моментом  $m_z$  силы  $\vec{F}$  относительно оси  $Z$**  называется проекция момента этой силы  $\vec{m}_O$  относительно центра  $O$ , лежащего на этой оси, на эту ось.



$$m_z = (\vec{m}_O)_z = m_O \cos \alpha.$$



## **ЖУКОВСКИЙ Николай Егорович**

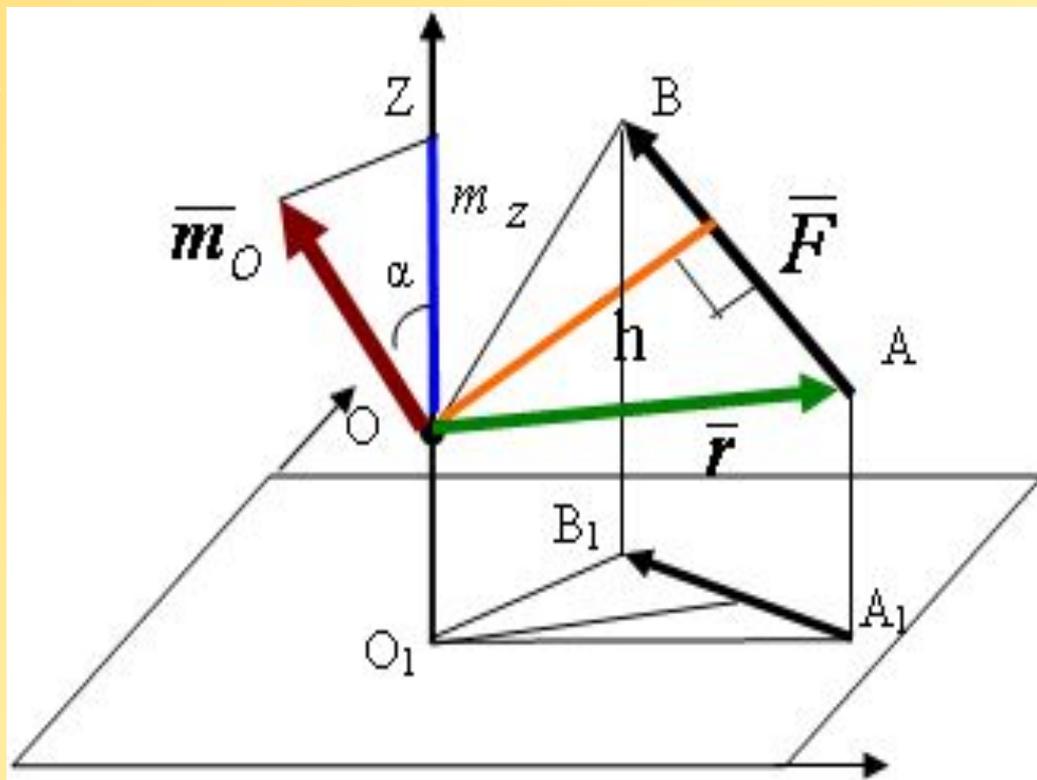
(1847-1921), русский ученый, основоположник современной гидро- и аэромеханики. С 1872 до конца жизни преподавал математику и механику. Для иллюстрации своих лекций он сконструировал множество приборов и механизмов.

В своей речи “О воздухоплавании” (1898) “отец русской авиации” предсказывал: “Человек не имеет крыльев и по отношению веса своего тела к весу мускулов в 72 раза слабее птицы, но я думаю, что он полетит, опираясь не на силу своих мускулов, а на силу своего разума”.

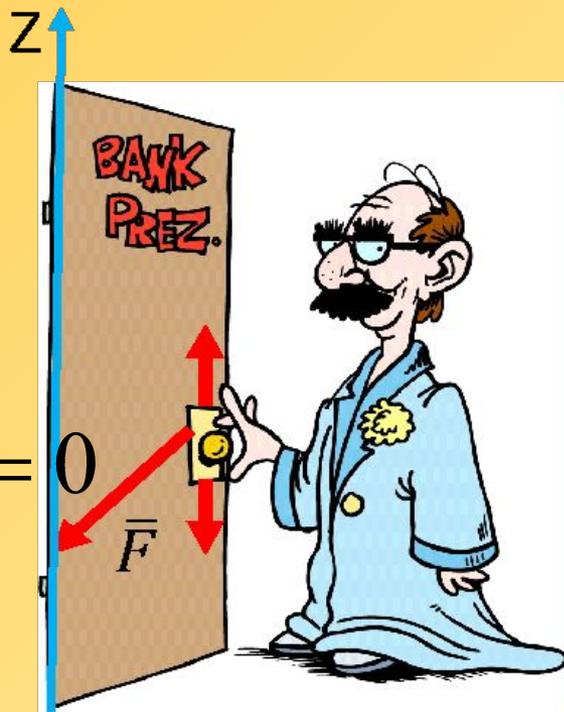
В конце 1918 Жуковский основывает Центральный аэрогидродинамический институт. Организованные им теоретические курсы для военных летчиков были реорганизованы в Институт инженеров воздушного флота (с 1922 — Военно-воздушная инженерная академия имени Жуковского).

# Правило Жуковского :

- Необходимо:
- спроецировать силу  $\vec{F}$  на плоскость перпендикулярную оси Z;
- определить момент этой проекции относительно точки  $O_1$  пересечения плоскости и оси Z.



$$M_z(\bar{F}) = 0$$



$$M_z(\bar{F}) \neq 0$$

- **Момент силы  $\bar{F}$  относительно оси  $Z$  равен нулю**, если сила и ось лежат в одной плоскости, так как в этом случае проекция силы на плоскость перпендикулярную оси  $Z$  пресечет эту ось (в частном случае равна нулю), ее плечо равно нулю. То есть,  $M_Z(\bar{F}) = 0$  , **если вектор  $\bar{F}$  параллелен или пересекает ось  $Z$ .**

## 4.2 Пространственная система сил

- ***В векторной форме*** условие равновесия произвольной пространственной системы сил имеет вид:

$$\bar{R} = 0; \bar{M}_O = 0$$

$$\bar{R} = 0; \bar{M}_O = 0$$

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2} = 0; \Rightarrow$$

$$R_X = 0; R_Y = 0; R_Z = 0; \Rightarrow$$

$$\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0; \sum F_{kZ} = 0.$$

$$M_O = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2 + M_Z^2} = 0; \Rightarrow$$

$$\sum M_X = 0; \sum M_Y = 0; \sum M_Z = 0.$$

**УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ  
ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ  
СИСТЕМЫ СИЛ В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОРМЕ  
ИМЕЮТ ВИД:**

$$\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0; \sum F_{kZ} = 0;$$

$$\sum M_{kX} = 0; \sum M_{kY} = 0; \sum M_{kZ} = 0.$$

Для нахождения моментов сил относительно координатных осей используют правило Жуковского и

теорему Вариньона: Момент равнодействующей относительно оси равен сумме моментов составляющих сил относительно этой оси.

- Для этого силы, действующие на тело, раскладывают *на составляющие параллельные осям координат* и находят
- моменты этих составляющих относительно всех осей координат.

# Пример 1

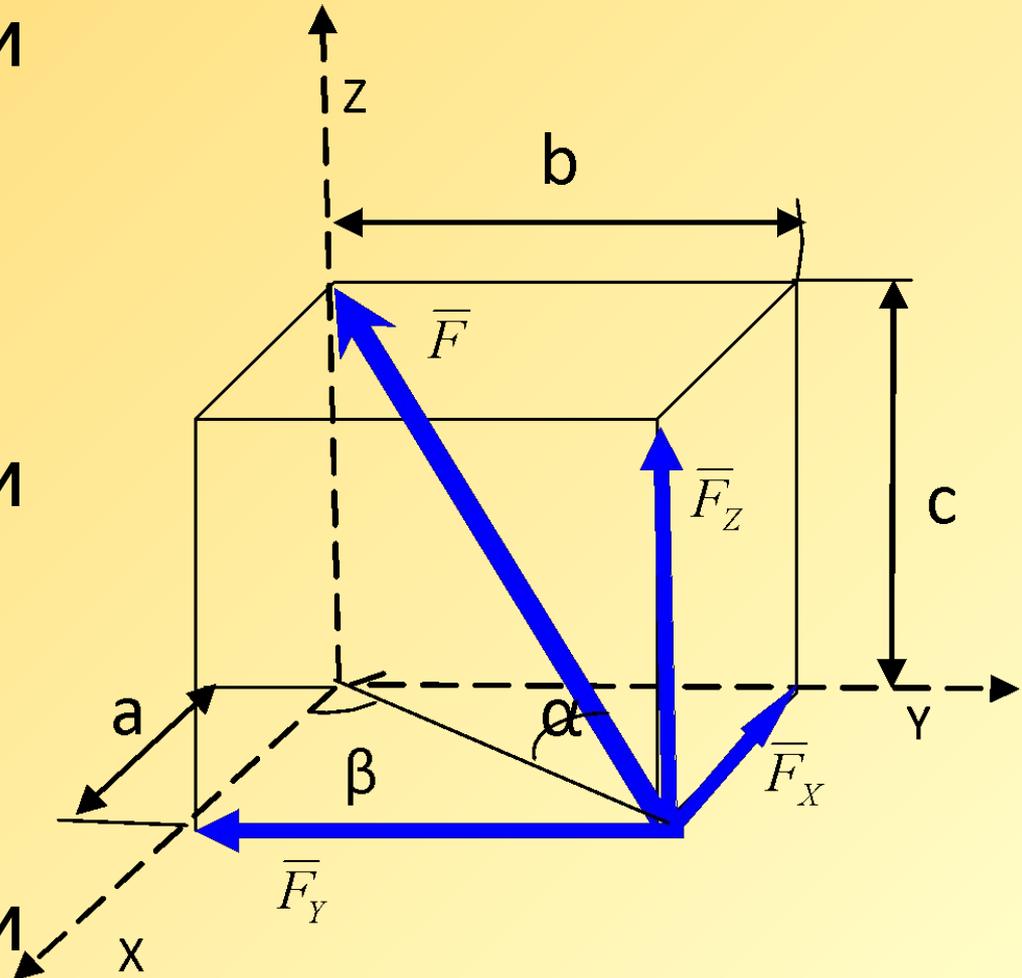
Момент силы  $\vec{F}$   
относительно оси  
OX равен:

$$F \sin \alpha \cdot b$$

Момент силы  $\vec{F}$   
относительно оси  
OY равен:

$$F \sin \alpha \cdot a$$

Момент силы  $\vec{F}$   
относительно оси  
OZ равен: **0**



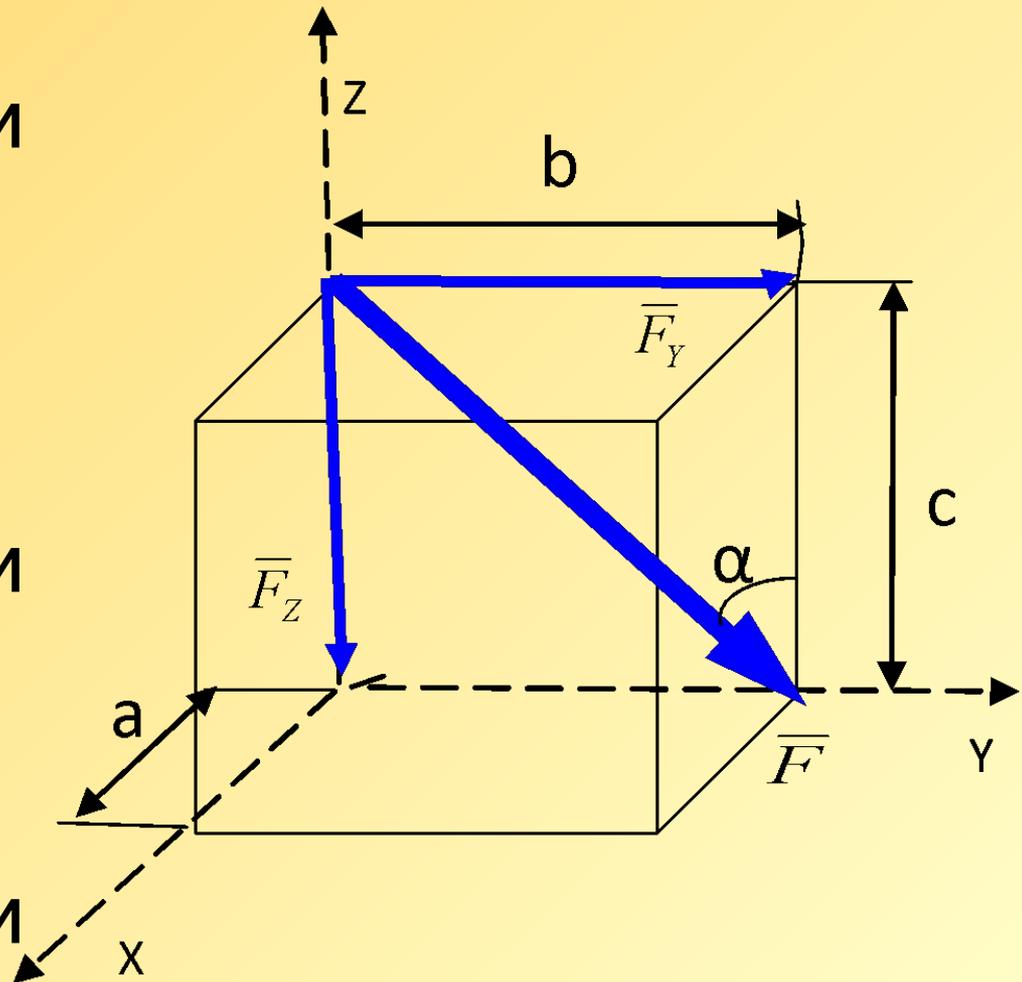
# Пример 2

- Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси OX равен:

$$-F \sin \alpha \cdot c$$

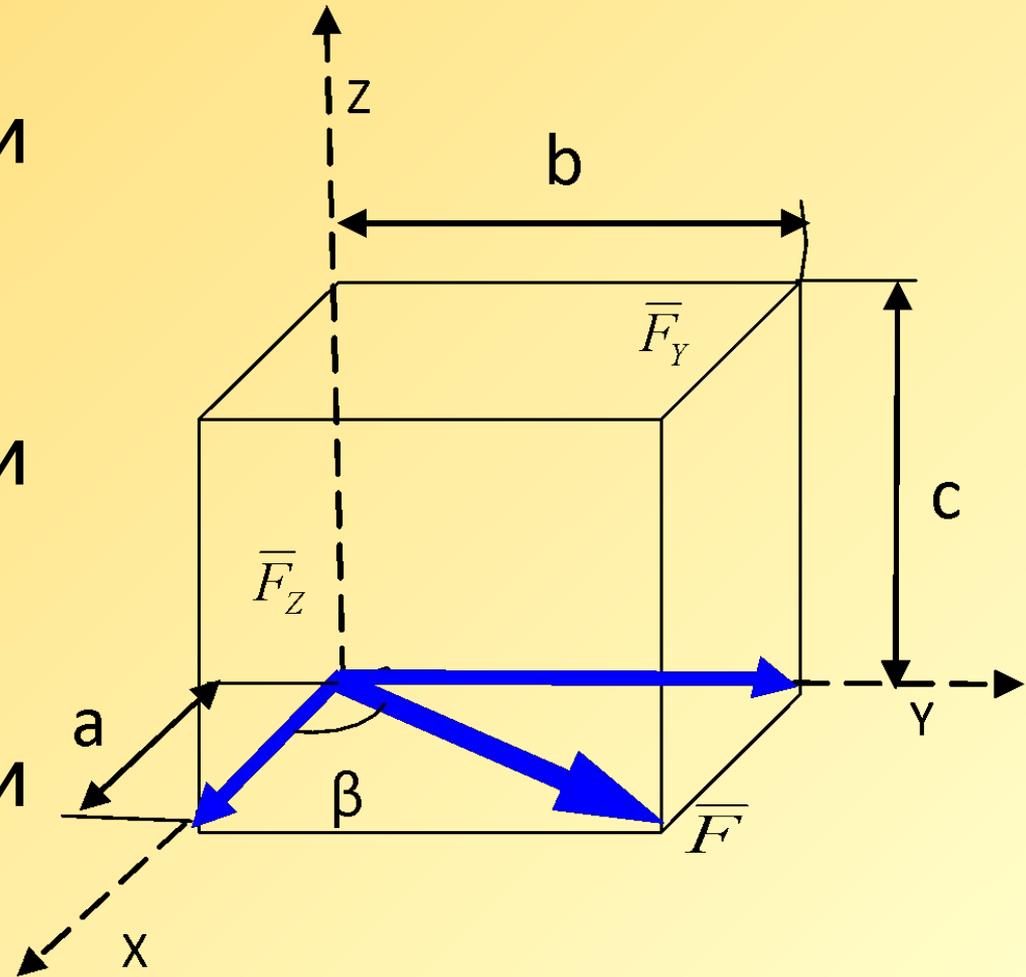
- Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси OY равен: **0**

- Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси OZ равен: **0**



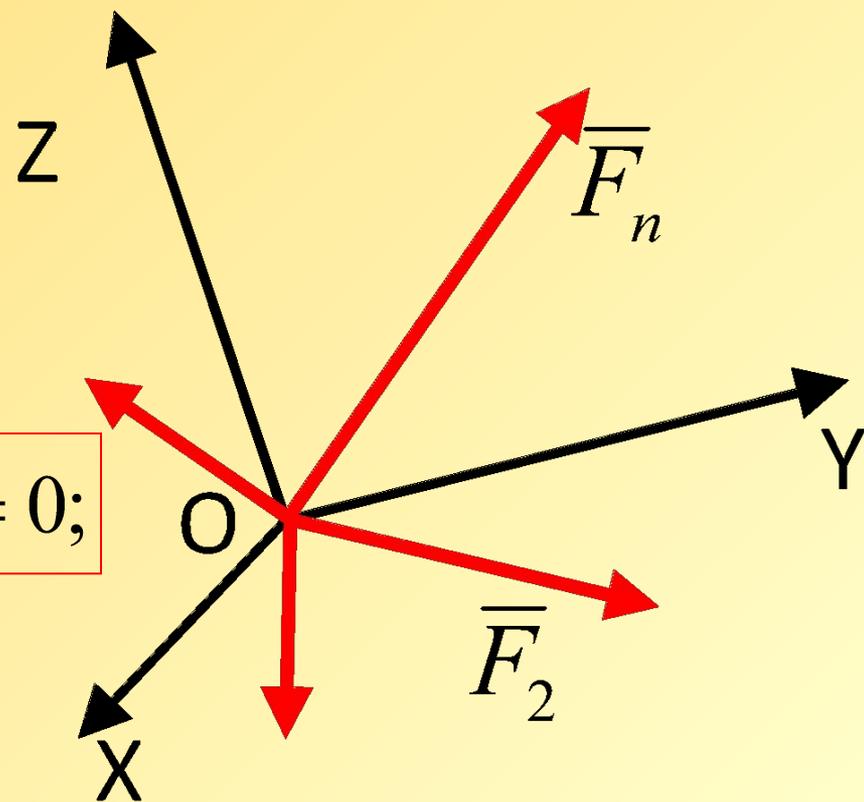
# Пример 3

- Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси OX равен: **0**
- Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси OY равен: **0**
- Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси OZ равен: **0**



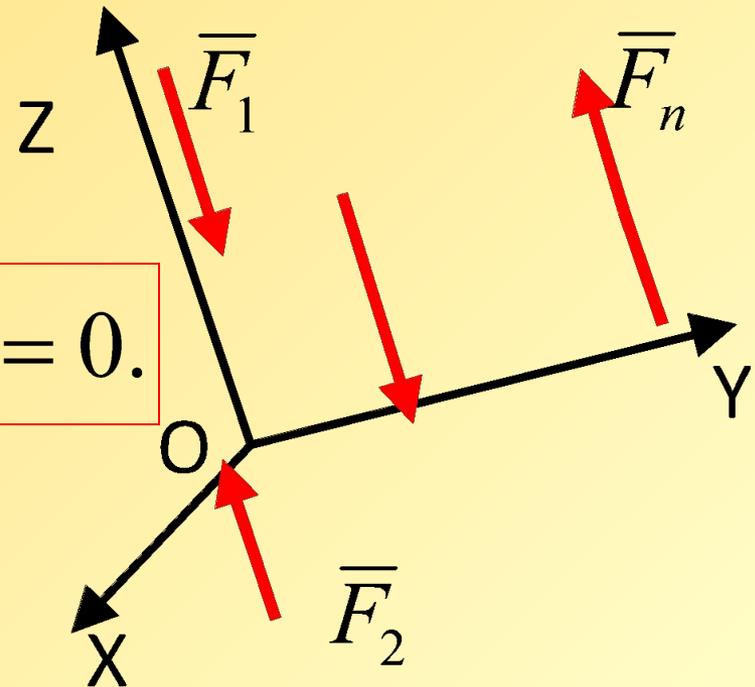
Если на тело действует  
*пространственная сходящаяся*  
*система сил*, то аналитические  
условия равновесия имеют вид:

$$\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0; \sum F_{kZ} = 0;$$



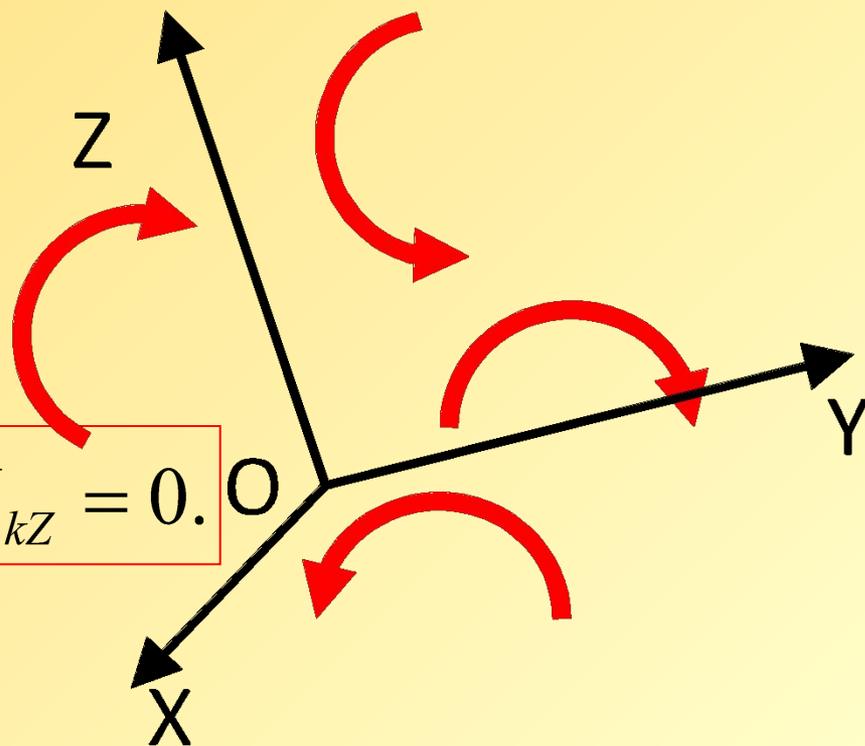
Если на тело действует *пространственная система параллельных сил*, то одну из осей координат (например, ось Z) располагают параллельно силам. Тогда аналитические условия равновесия примут вид:

$$\sum F_Z = 0; \sum M_X = 0; \sum M_Y = 0.$$



Если на тело действует  
*пространственная система пар*, то аналитические условия  
*равновесия примут вид:*

$$\sum M_{kX} = 0; \sum M_{kY} = 0; \sum M_{kZ} = 0.$$



# СИСТЕМА СИЛ

пространственная

плоская

произвольная

$$\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0; \sum F_{kZ} = 0;$$

$$\sum M_{kX} = 0; \sum M_{kY} = 0; \sum M_{kZ} = 0.$$

- 1)  $\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0; \sum m_O(\bar{F}_k) = 0.$
- 2)  $\sum F_{kX} = 0; \sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \sum m_B(\bar{F}_k) = 0,$   
*OX не  $\perp$  AB.*
- 3)  $\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \sum m_C(\bar{F}_k) = 0,$   
*точки A, B, C не лежат на одной прямой.*

параллельные

$$\sum F_Z = 0; \sum M_X = 0; \sum M_Y = 0.$$

- 1)  $\sum F_{kY} = 0; \sum M_O = 0$   
*точка O любая в плоскости  $O_1XY$*
- 2)  $\sum M_A = 0; \sum M_B = 0;$   
*AB не параллельны силам*

сходящаяся

$$\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0; \sum F_{kZ} = 0;$$

$$\sum F_{kX} = 0; \sum F_{kY} = 0.$$

система пар

$$\sum M_{kX} = 0; \sum M_{kY} = 0; \sum M_{kZ} = 0.$$

$$\sum m_k = 0$$