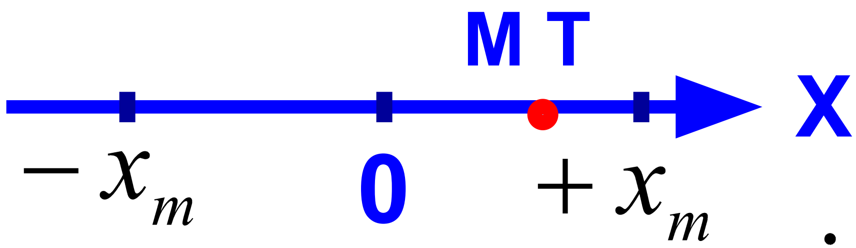
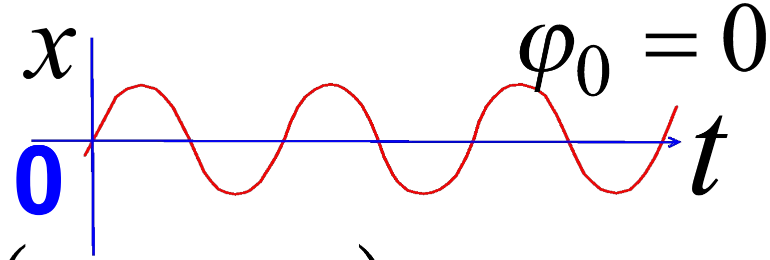
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Колебания

- - процессы, повторяющиеся во времени, их тип определяет природа процесса;
- механические, электромагнитные, электромеханические и другие.
  - **Периодические** - повторяются через равные промежутки времени.
  - **Гармонические** - описываются законом синуса или косинуса.

Механические колебания





$$x = x_m \sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

x - координата (смещение) МТ в момент времени t;

x_m - максимальное смещение (амплитуда колебаний);

ω - циклическая частота; $\omega t + \varphi_0$ - фаза;

φ_0 - начальная фаза колебаний.

Электромагнитные колебания

- происходят в колебательном контуре;
- по гармоническому закону изменя-ются: заряд и разность потенциа-лов обкладок конденсатора, сила тока в цепи, напряженность элект-рического поля конденсатора, ин-дукция магнитного поля катушки.

Колебательный контур

- Это электрическая цепь,состоящая из конденсатора емкостью **C** и катушки индуктивностью **L**.
- В цепи колебательного контура протекает квазистационарный ток:

$$\square \ll \frac{c}{\nu}$$

c скорость света в вакууме,

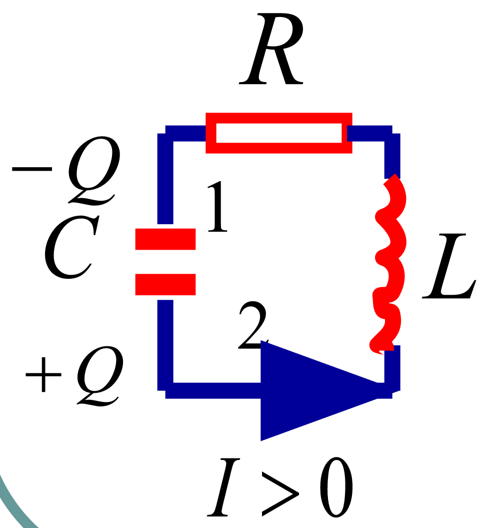
ν частота колебаний в контуре.

Свободные колебания

Закон Ома для участка 1-R-L-2:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_c;$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{Q}{C}; \quad \varepsilon_c = -L\frac{dI}{dt}; \quad I = \frac{dQ}{dt};$$



$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2};$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = 0$$

Незатухающие свободные колебания

$$R = 0 \quad \frac{d^2Q}{dt^2} + \boxed{\frac{1}{LC}}Q = 0;$$

$$\omega_0^2 \qquad \frac{d^2Q}{dt^2} + \omega_0^2 Q = 0$$

$$Q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0);$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \qquad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Затухающие свободные колебания

- **Энергия реальной колебательной сис-темы с течением времени уменьшается.**
- **Параметры линейной системы в ходе процесса не изменяются.**
- **Период затухающих колебаний – время, в течение которого система дважды проходит положение равновесия в одном и том же направлении.**

Уравнение затухающих колебаний

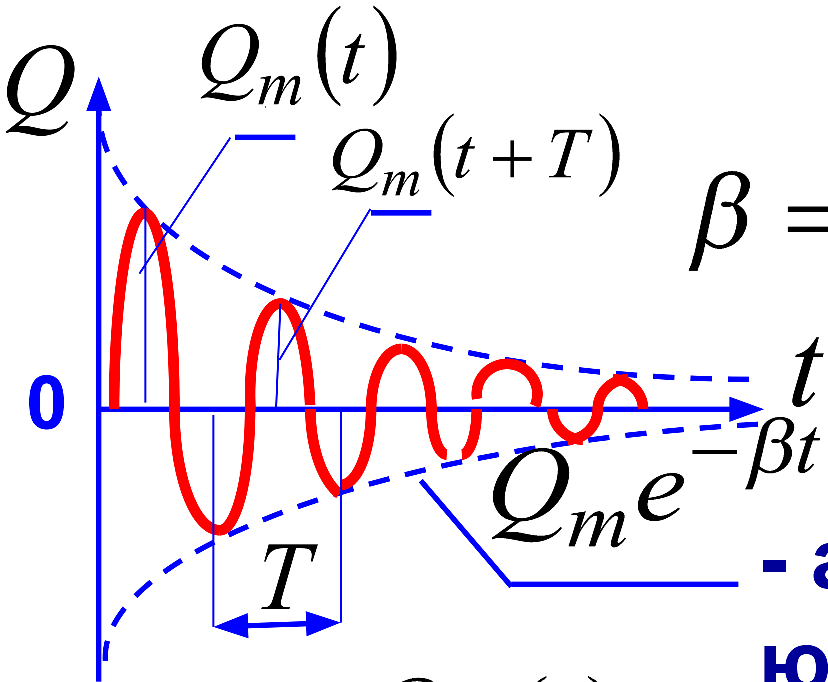
$$R \neq 0 \qquad \frac{d^2Q}{dt^2} + \boxed{\frac{R}{L}}\frac{dQ}{dt} + \boxed{\frac{1}{LC}}Q = 0;$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2\beta\frac{dQ}{dt} + \omega_0{}^2 Q = 0;$$

$$Q = Q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0);$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - \beta^2}; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0{}^2 - \beta^2}}.$$

Затухающие свободные колебания



$$\lambda = \beta T;$$

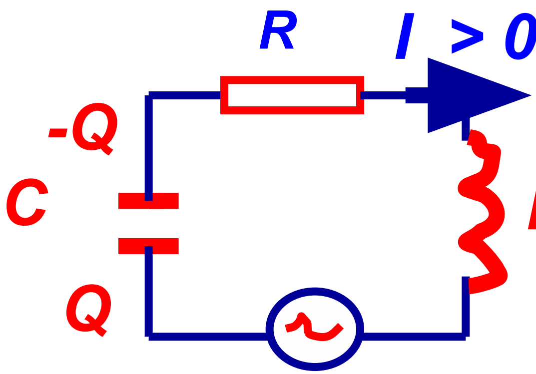
$$\beta = \frac{R}{2L}$$ **- коэффициент затухания;**

$Q_m e^{-\beta t}$ **- амплитуда затухающих колебаний;**

$$\lambda = \ln \frac{Q_m(t)}{Q_m(t+T)}$$ **-логарифмический декремент затухания;**

Вынужденные колебания

Для получения незатухающих колеба-ний в контур включают источник пере-менной ЭДС.



$$IR = -\frac{Q}{C} - L\frac{dI}{dt} + \varepsilon(t);$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \cos\Omega t;$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2\beta\frac{dQ}{dt} + \omega_0{}^2 Q = \frac{\varepsilon_m}{L}\cos\Omega t$$

$$Q = Q_m \cos(\Omega t + \varphi_0)$$

- решение неоднородного уравнения

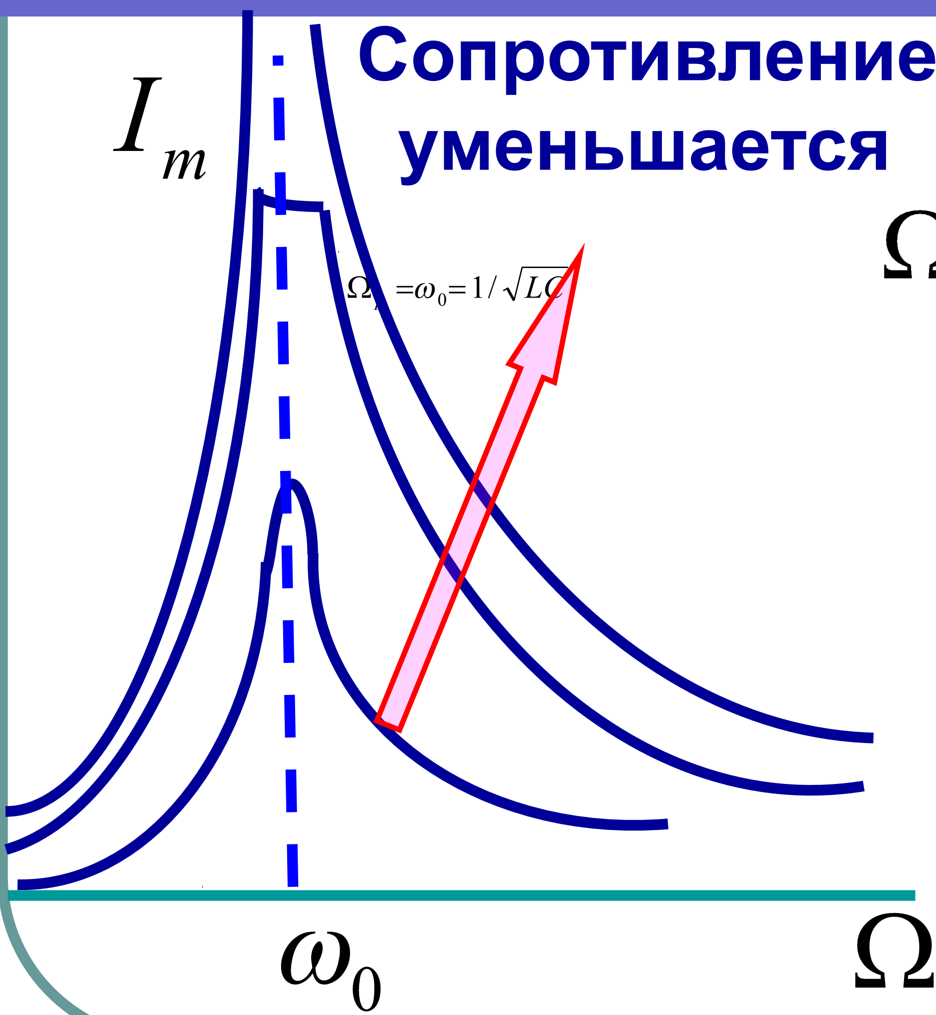
$$Q_m = \frac{\varepsilon_m}{\Omega\sqrt{R^2 + [\Omega L - 1/(\Omega C)]^2}}$$ **- амплитуда**

$Q = Q_m \cos(\Omega t + \varphi_0)$

$$tg\varphi_0 = -\frac{R}{\Omega L - 1/(\Omega C)}$$ **- начальная фаза**

установившихся вынужденных колебаний.

Явление резонанса



$$\Omega_p \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

- резонансная частота при малых затуханиях примерно равна собственной частоте.

СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

- **Сложить колебания – определить закон результирующего колебания системы.**
- **Сложение одинаково направлен-ных гармонических колебаний.**
- **Сложение взаимно перпендикуляр-ных гармонических колебаний.**

1) Колебания одного направления: $\omega_1 \neq \omega_2; \varphi_{01} \neq \varphi_{02}.$

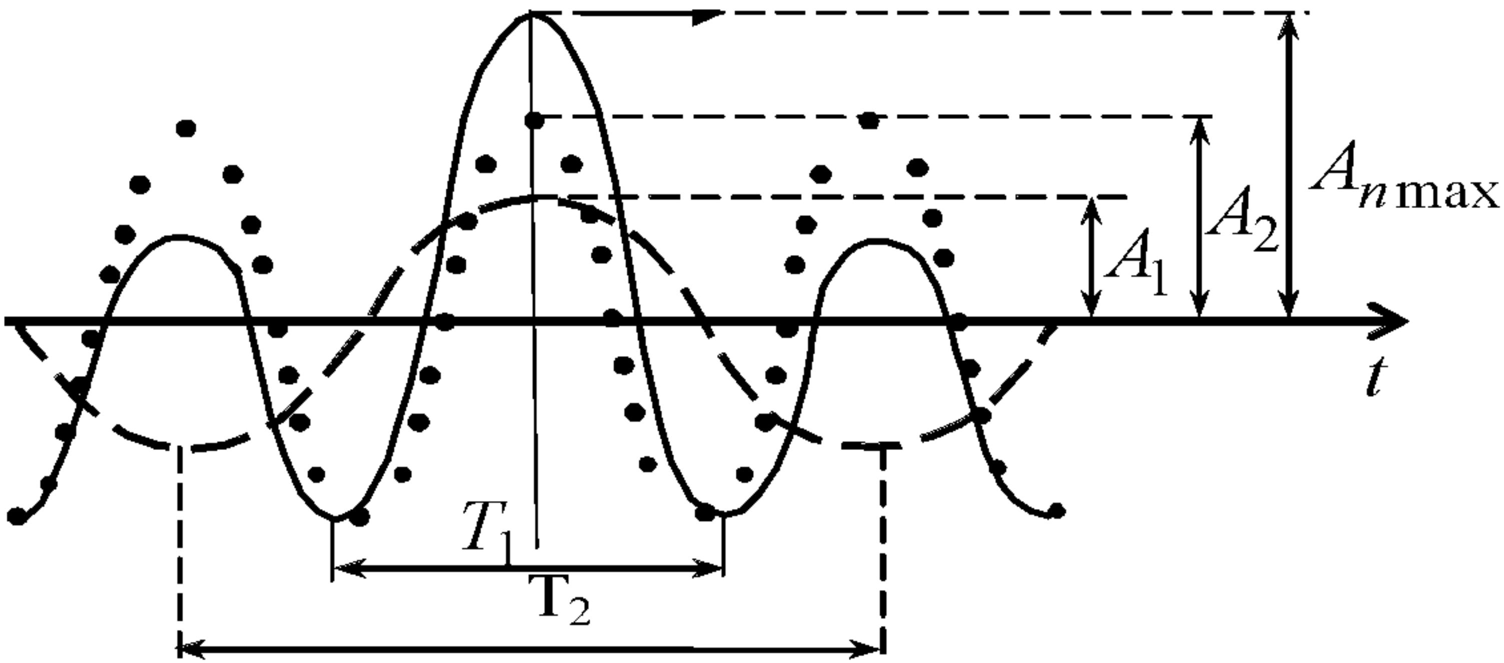
$$s_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_{01})$$

+

$$s_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_{02})$$

$$s = A \sin \varphi$$

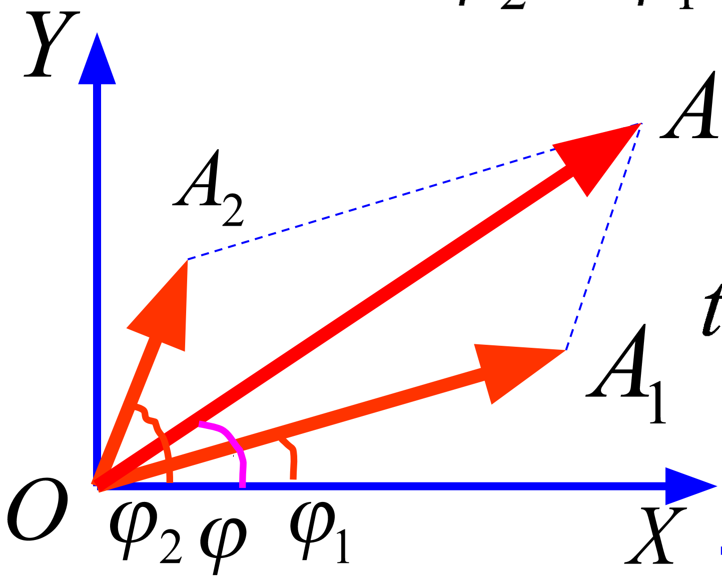
- результирующее колебание является гармоническим.



$A_{n\,\max}$
A_2
A_1
t
T_1
T_2

МЕТОД ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t + (\varphi_{02} - \varphi_{01})$$



- разность фаз гармонических колебаний;

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

-определяет фазу результирующего колебания ;

$$A(t) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

-амплитуда результирующего колебания.

КОГЕРЕНТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

- Гармонические колебания **когерентны** (согласованы), если разность фаз этих колебаний со временем не изменяется.
- **Когерентны** гармонические колебания с равными циклическими частотами:
- $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$- колебания в одной фазе;
- $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m+1)\pi$ - колебания в противофазе.

m = 0, 1, 2,… - целое число.

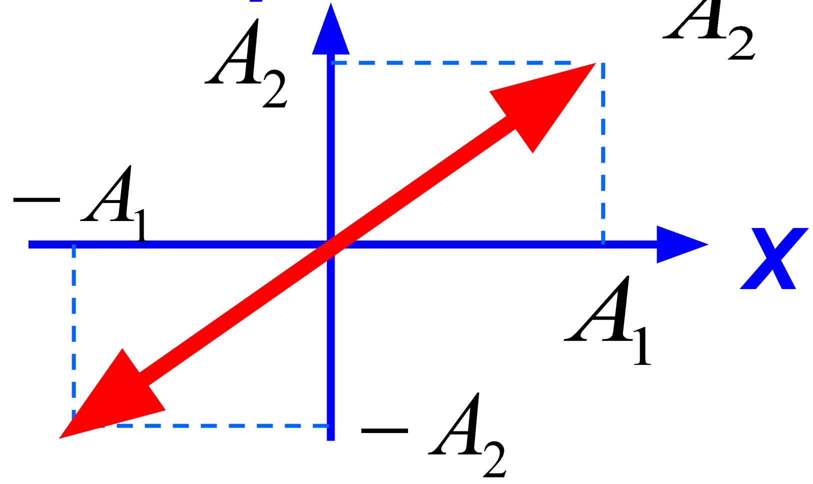
2) Колебания взаимно перпендикулярны: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$

$$x = A_1 \sin \omega t$$

$$+ \quad y = A_2 \sin \omega t$$

$$x = \frac{A_1}{A_2} y$$

$$ctg\alpha = \frac{A_1}{A_2}$$



Результирующее колебание – гармоническое с частотой ω и амплитудой $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

Это линейно поляризованные колебания.

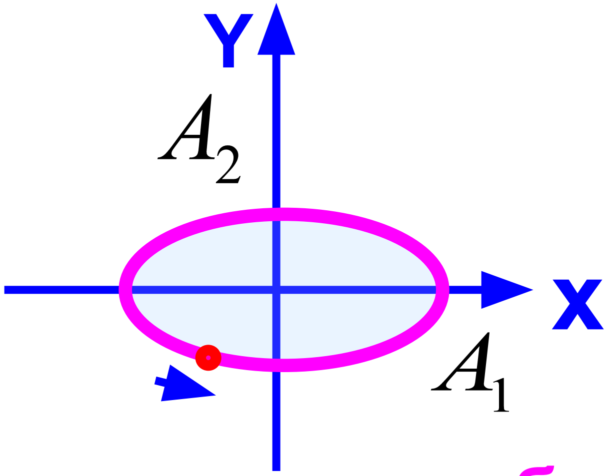
2) Колебания взаимно перпендикулярны: $\omega_1 = \omega_2 = \omega; \ \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}; \varphi_{02} = 0$

$$x = A_1 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = A_1 \cos \omega t$$

$+$

$$y = A_2 \sin \omega t$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$



Эллиптически поляризованные колебания.

При равенстве амплитуд слагаемых колеба-ний – поляризованные по кругу.

ФИГУРЫ ЛИССАЖУ

Это траектории, прочерчиваемые точкой, участвующей во взаимно перпендикулярных колебаниях.

Вид траектории зависит от соотно-шения амплитуд, частоты, разнос-ти фаз слагаемых колебаний.

По виду фигуры Лиссажу можно определить соотношение частот слагаемых колебаний.

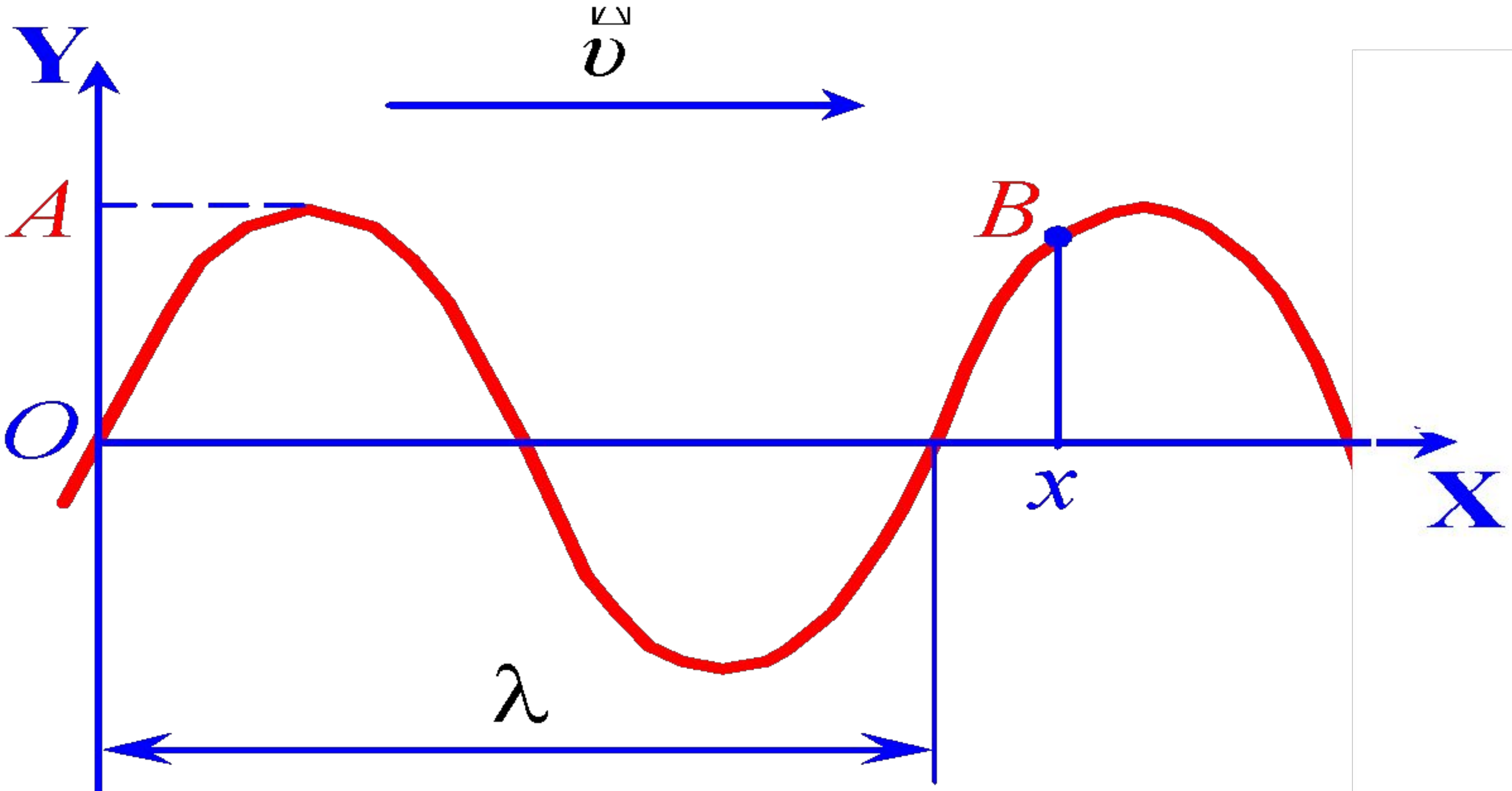
Волны в упругой среде

- **Упругие или механические волны – это распространяющиеся в упругой среде деформации.**
- **Звуковые волны – упругие волны малой интенсивности.**
- **Волны с частотой от 16 Гц до 20 кГц – слышимые звуки; меньше 16 Гц – инфразвук; больше 20кГц – ультразвук; свыше 1 ГГц – гиперзвук.**

ТИПЫ УПРУГИХ ВОЛН

- Продольная упругая волна – частицы среды колеблются в направлении распространения волны (газ, жидкость, твердое тело).
- Поперечная упругая волна – частицы среды колеблются в направлении перпендикулярном распространению волны (твердое тело).

Волна «бежит» вдоль ОХ



Электромагнитные волны

- Это распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле.
- Гипотеза о существовании электромагнитных волн высказана Максвеллом:

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

-скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

- поперечные, векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются во взаимно пер-пендикулярных плоскостях, образуют правую тройку; их модули связаны соотноше-нием

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\,E.$$

Уравнение электромагнитной волны

Плоская электромагнитная волна распространяется в положительном направлении оси ОХ

$$\vec{E} = \boxed{\vec{E}_m} \cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \quad \vec{H} = \boxed{\vec{H}_m} \cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right);$$

амплитуды волны;

$k = \dfrac{\omega}{\upsilon}$ **- волновое число,** $k = \dfrac{2\pi}{\lambda};$

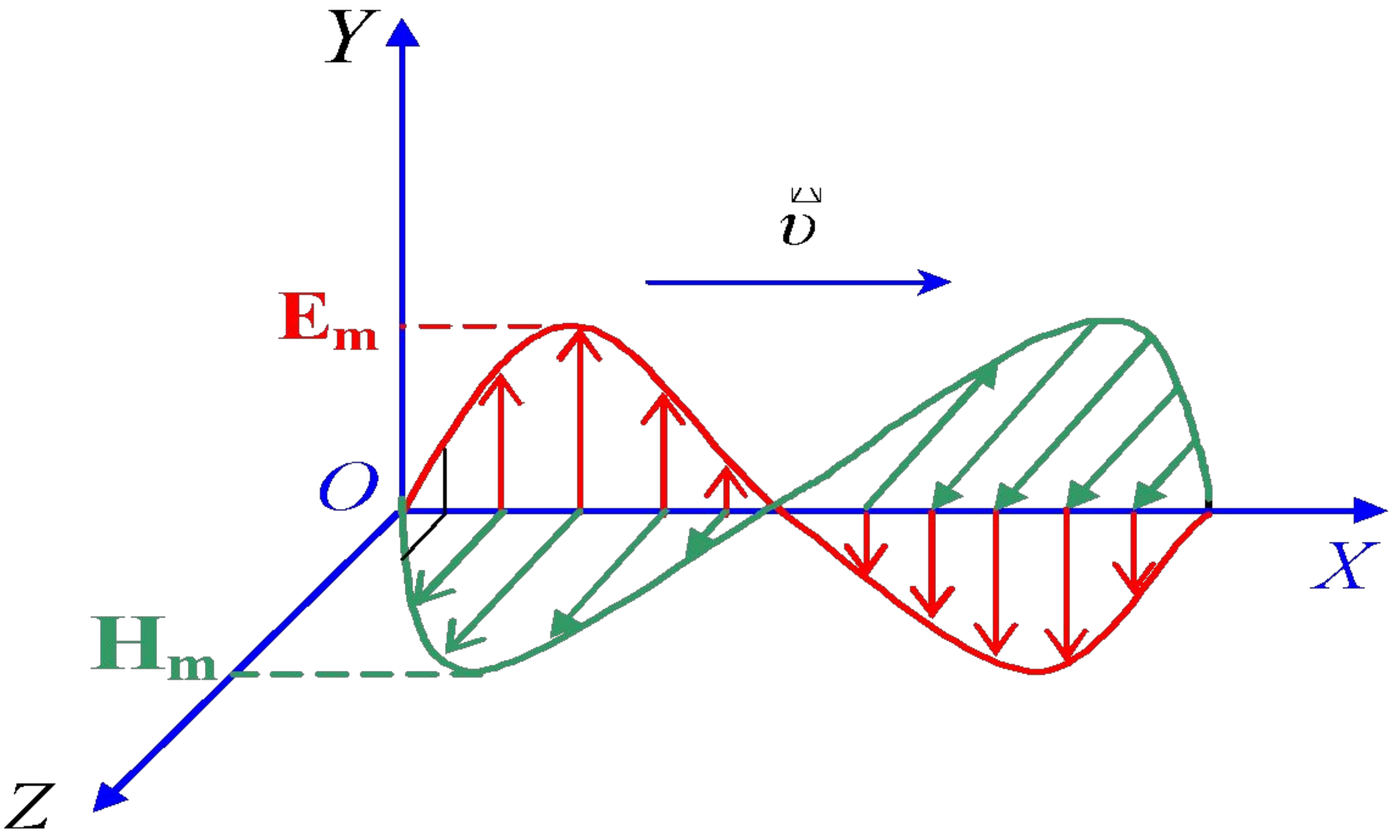
$\upsilon = c / \sqrt{\varepsilon\mu}$ **- фазовая скорость.**

Уравнение плоской электромагнитной волны

с учетом принятых обозначе-ний

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx), \\ \vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx). \end{cases}$$

Гипотеза Максвелла экспериментально подтверждена Г. Герцем в 1888 году.



Энергия электромагнитной волны

- **Объемная плотность энергии электромагнитной волны**

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2.$$

Интенсивность монохроматической бегущей электромагнитной волны

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} A^2,$$

A – амплитуда колебаний вектора $\vec{E}$ **.**