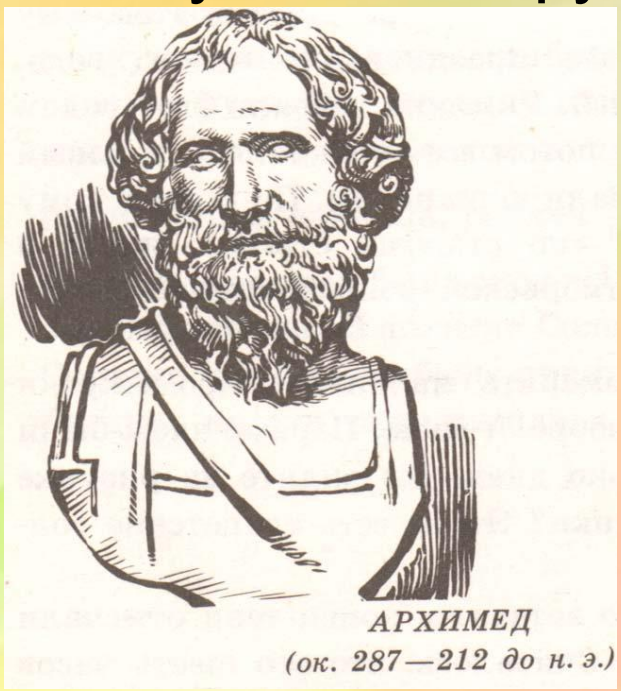
АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Назад, в историю!

Понятие числовой последо - вательности возникло и раз- вивалось задолго до соз - дания учения о функциях.



На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий **АРХИМЕД** (ок. 287–212 гг. до н.э)

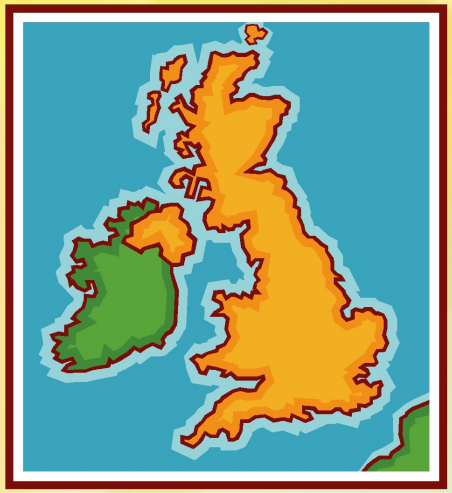
Древний Египет

Сведения, связанные с прогрессиями, впервые встречаются в дошедших до нас документах Древней Греции. Уже в V в. до н. э. греки знали следующие прогрессии и их суммы:

$$1+2+3+\ldots\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$2+4+6+\ldots\ldots+2n=n(n+1)$$

Англия XVIII век



В XVIII в. в английских учебниках появились обозначения арифметической и геометрической прогрессий:

Арифметическая ÷

Геометрическая ∶

Германия

КАРЛ ГАУСС
(1777 – 1855)

Нашел моментально сумму всех натуральных чисел от 1 до 100, будучи еще учеником начальной школы.

Решение

$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \ldots\ldots = 101 \cdot 50 = 5050$

Прогрессии в литературе

Даже в литературе мы встречаемся с математическими понятиями! Так, вспомним строки из"Евгения Онегина".

- ***...Не мог он ямба от хорея,***
- ***Как мы не бились отличить...***

Ямб - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2.

Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...

Примеры

Ямб

«Мой дЯдя сАмых чЕстных прАвил…»

Прогрессия: 2; 4; 6; 8…

Хорей

«Я пропАл, как звЕрь в загОне»

Б. Л. Пастернак

Прогрессия: 1; 3 ;5; 7…

1. Определение:

Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом

$$a_{n+1} = a_n + d$$

2. Разность арифметической прогрессии

Это число, показывающее на сколько каждый последующий член больше или меньше предыдущего. Обозначают буквой d.

3. формула n-ого члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

4. Свойство арифметической прогрессии

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.

$$\grave{a}_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

6. Арифметические прогрессии бывают:

Если в арифметической прогрессии разность $d > 0$, ***то прогрессия является возрастающей.***

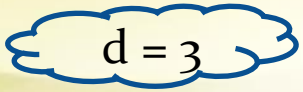
Если в арифметической прогрессии разность $d < 0$, ***то прогрессия является убывающей.***

Если в арифметической прогрессии $d = 0$, ***то прогрессия является постоянной.***

Проверь себя!

Какие из последовательностей являются арифметическими прогрессиями?

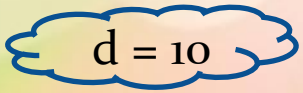
3, 6, 9, 12,…..



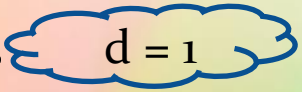
5, 12, 18, 24, 30,…..

7, 14, 28, 35, 49,….

5, 15, 25,….,95….

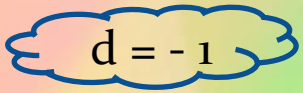


1000, 1001, 1002, 1003,….



1, 2, 4, 7, 9, 11…..

5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2,….



Вычисли устно!

Найти разность арифметической прогрессии:

1; 5; 9……

105; 100….

-13; -15; -17……

11; a_2 ; 19,….

Занимательное свойство арифметической прогрессии

Дана “стайка девяти чисел”:

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,17, 19.

Она представляет собой арифметическую прогрессию. Кроме того, данная стайка чисел привлекательна способностью разместиться в девяти клетках квадрата 3х3 так, что образуется магический квадрат с константой, равной 33.

Знаете ли вы, что такое магический квадрат?

Квадрат, состоящий из 9 клеток, в него вписывают числа, так чтобы сумма чисел по вертикали, горизонтали диагонали была одним и тем же числом-constanta.

9	19	5
7	11	15
17	3	13

Замечание об арифметической прогрессии само по себе очень интересно. Дело в том, что из каждых девяти последовательных членов любой арифметической прогрессии натуральных чисел можно составить магический квадрат.

Самостоятельная работа

1) $a_1 = 5$, $d = 3$, a_7 - ?
2) $a_4 = 11$, $d = -2$, a_1-?
3) $a_4 = 12{,}5$, $a_6 = 17{,}5$ a_5 - ?
4) $a_1 = -3$, $a_2 = 4$, a_{16} - ?
5) $a_1 = 4$, $a_7 = -8$, d -?
6) $a_7 = -5$, $a_{32} = 70$, a_1 - ?
7) 2, 5, 8,… S_{11} - ?

23

17

15

102

-2

-23

187

Психологическая разгрузка

Рамсей жил в начале XX века. Им была создана теория, доказывающая, что в мире нет абсолютного хаоса. Что даже, казалось бы, самая неупорядоченная система имеет определенные математические закономерности. Вспомните, когда Вы смотрите на звезды, то может показаться, что расположены они в самом случайном порядке. Но еще в древности люди увидели там созвездия Рыб и Касеопеи, Льва и Ориона.

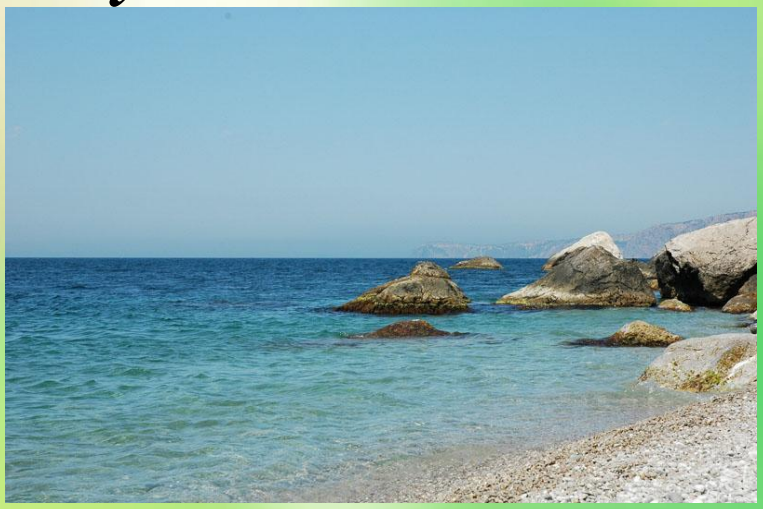
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Прогрессии в жизни и быту.

Задача 1

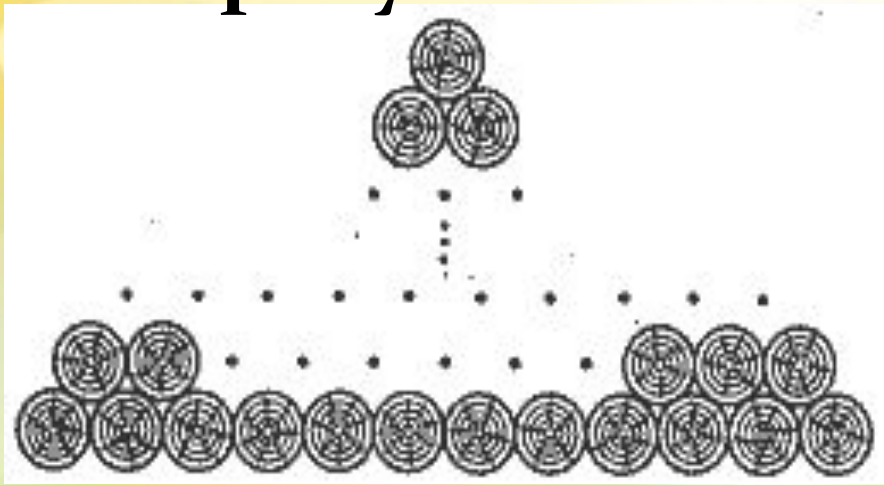
Курс воздушных ванн начинают с 15 мин. в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. ***Сколько дней следует принимать ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут?***

Ответ: 10 дней



Задача 2

При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке.



Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?

Ответ: 78 бревен

Домашнее задание:

§16.

№ 3(а,б);

4(а);

6(а).