

План:

1. Деформація зсуву. Залежність між трьома пружними сталими.
2. Практичні розрахунки на зріз та зминання.
3. Основні поняття про кручення вала. Внутрішні силові фактори.
4. Напруження при крученні вала. Умова міцності.
5. Деформації при крученні вала. Умова жорсткості.

1. Деформація зсуву. Залежність між трьома пружними сталими. 2

Зсувом називають такий вид деформації, коли в поперечних перерізах стержня виникає лише поперечна сила, а решта внутрішніх силових факторів відсутні. Деформація зсуву виникає в стержні тоді, коли до нього з протилежних боків на досить близькій відстані одна від одної діють дві однакові за величиною сили, перпендикулярні до осі стержня та спрямовані у протилежні боки (рис. 1).

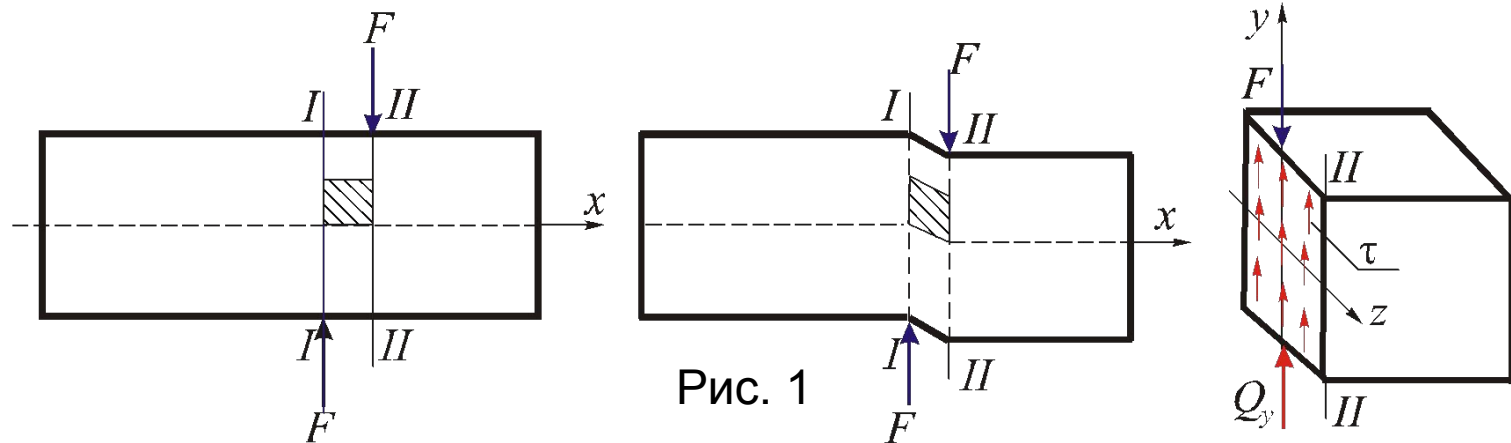


Рис. 1

а $\Sigma F_y = 0; \quad Q_y = F$ б

Поперечна сила діє в площині перерізу стержня та викликає появу дотичних напружень.

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{Q}{A}$$

Прямокутний елемент поперечного перерізу після деформацій зсуву набуває вигляду паралелограма (рис. 2). Малий кут γ , на який змінився початковий прямий кут між гранями елемента, називають *кутовою деформацією* або *кутом зсуву*.

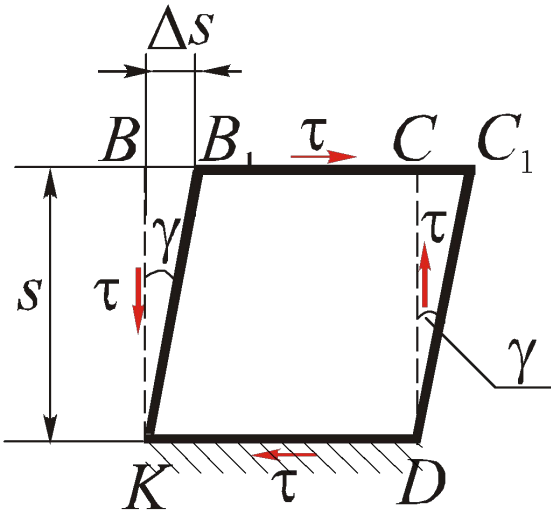


Рис. 2

$$\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma = \frac{\Delta s}{s}$$

Величина абсолютного зсуву:
$$\Delta s = \frac{F \cdot s}{G \cdot A}$$

Коефіцієнт пропорційності G , який залежить від властивостей матеріалу, називають *модулем пружності при зсуві* або *модулем пружності 2-го роду*. Між модулем зсуву, модулем пружності (модулем Юнга) і коефіцієнтом Пуассона є залежність:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Для сталі модуль зсуву дорівнює:

$$G = \frac{2 \cdot 10^5}{2(1 + 0,3)} \approx 80 \text{ ГПа}.$$

Закон Гука при зсуві:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

2. Практичні розрахунки на зріз та зминання.

4

Зріз – це руйнування елемента конструкції внаслідок зсуву під дією дотичних напружень. **Зминання** – це незворотна деформація приповерхневого шару матеріалу елемента конструкції під дією нормальних напружень у місцях контакту деталей. З'єднання деталей машин: болтові, заклепкові, шпонкові, зварні, паяні - розраховують на зріз та зминання.

Умова міцності на зріз:

$$\tau = \frac{F}{A_{зр}} \leq [\tau]_{зр}$$

Умова міцності при зминанні:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{A_{зм}} \leq [\sigma]_{зм}$$

Допустиме напруження на зріз залежить від границі текучості матеріалу:

$$[\tau]_{зр} = (0,6 \dots 0,8) \sigma_T$$

Допустиме напруження на зминання: $[\sigma]_{зм} = 1,7 \dots 2,2 [\sigma]_{ст}$

У розрахунках на міцність при зсуві розрізняють три типи задач:

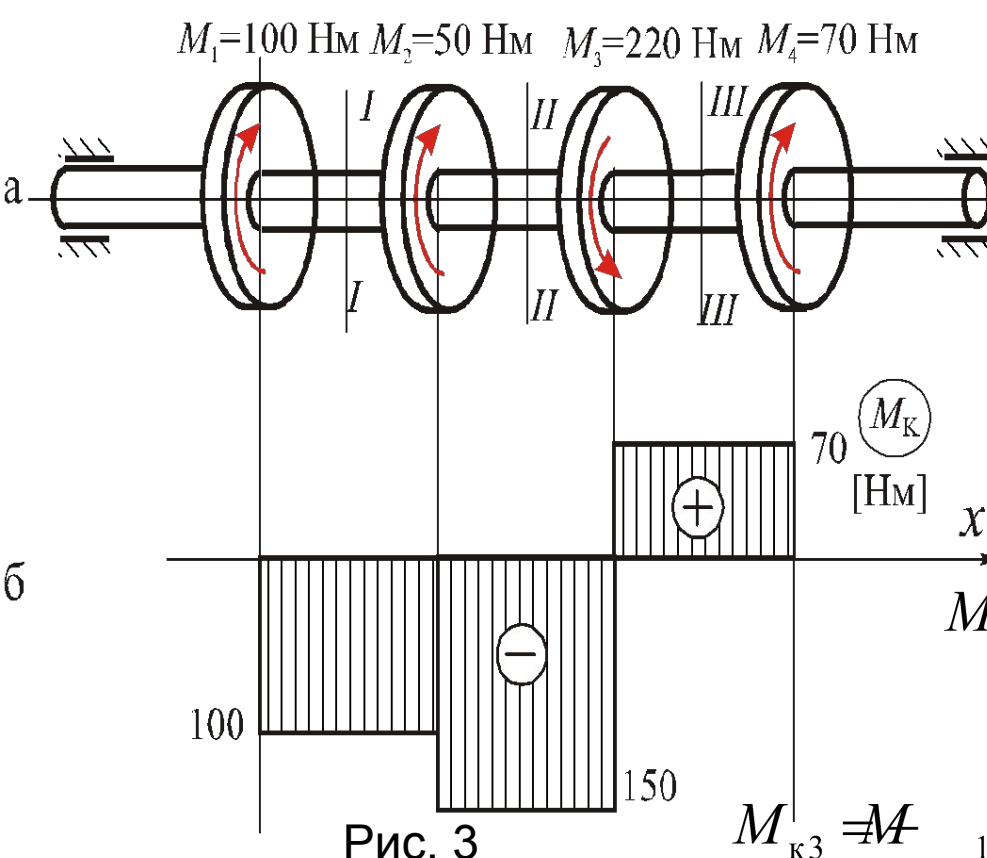
1. Розрахунок для перевірки. Для заданого конструктивного елемента за відомими зовнішніми зусиллями і розмірами перевіряють умови міцності.

2. Проектний розрахунок. За відомими зовнішнім навантаженням і допустимим напруженням за умовами міцності визначають необхідну площу зрізу та зминання. За цими площами проектують стандартне з'єднання.

3. Визначення несної здатності елемента конструкції. За заданими розмірами елемента конструкції та його матеріалом (відомі допустимі напруження) визначають зовнішнє зусилля, яке може витримати елемент без руйнування.

3. Основні поняття про кручення вала. Внутрішні силові фактори. 5

Крученням називають такий вид деформації, коли в поперечних перерізах стержня виникає лише один внутрішній силовий фактор – **крутний момент**. Кручення стержня відбувається тоді, коли пари сил діють у різні боки в площинах, перпендикулярних до осі стержня (рис. 3). Зовнішні пари сил, що скручують стержень, створюють **скручувальні** (обертальні) моменти. Стержні круглого поперечного перерізу, що працюють на кручення, називають **валами**.



Умова рівноваги вала (рис. 3, а):

$$\sum M_z = M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = 0.$$

Крутний момент у будь-якому перерізі вала дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх обертальних моментів, що діють з одного боку від перерізу.

Переріз I - I

$$M_{\kappa 1} = -M_1 = -100 \text{ Нм};$$

Переріз II - II

$$M_{\kappa 2} = -M_1 + M_2 = -100 + 50 = -50 \text{ Нм}.$$

Переріз III - III

$$M_{\kappa 3} = -M_1 + M_2 + M_3 = -100 + 50 + 220 = 170 \text{ Нм}.$$

4. Напруження при крученні вала. Умова міцності.

6

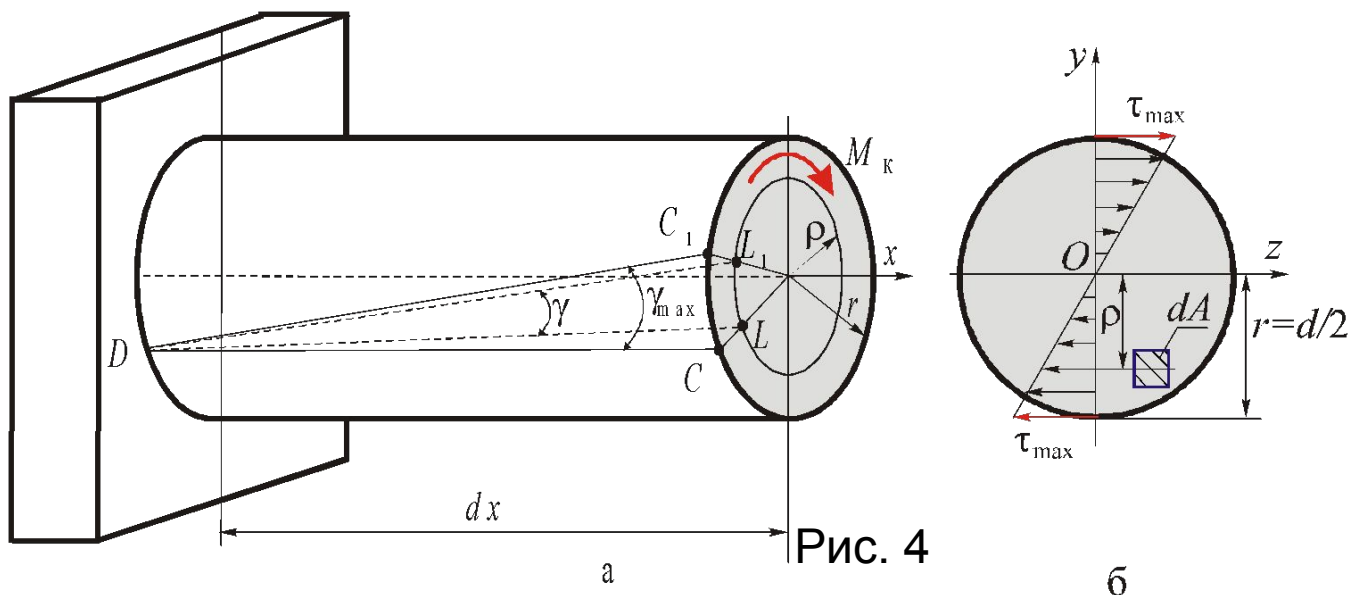


Рис. 4

б

Максимальний кут зсуву (рис. 4, а):

$$\gamma_{\max} = \frac{CC_1}{dx} = \frac{r \cdot d\varphi}{dx}$$

Кут зсуву для елемента на відстані ρ від центра перерізу:

$$\gamma = \frac{LL_1}{dx} = \frac{\rho \cdot d\varphi}{dx}$$

Після підстановки цього виразу в закон Гука при зсуві отримаємо:

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \rho \frac{d\varphi}{dx} \quad (1)$$

Дотичні напруження і деформації зсуву прямо пропорційні до відстані ρ від центра ваги перерізу. У центрі ваги перерізу дотичні напруження дорівнюють нулеві. Найбільшого значення дотичні напруження досягають у точках біля поверхні вала (рис. 4, б).

Крутний момент у перерізі вала є рівнодіїм моментом дотичних напружень:

$$M_{\kappa} = \int_A \tau \cdot \rho \, dA. \quad (2)$$

У залежність (2) підставимо формулу (1) та отримаємо: (3)

$$M_{\kappa} = G \frac{d\varphi}{dx} \int_A \rho^2 \, dA.$$

Полярний момент інерції круглого перерізу має вигляд: $I_p = \int_A \rho^2 \, dA,$ (4)
тоді з урахуванням (4) в (3) маємо:

$$M_{\kappa} = G \, I_p \frac{d\varphi}{dx}. \quad (5)$$

З формули (5) визначаємо: $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_{\kappa}}{GI_p}.$ (6)

Підставимо вираз (6) у формулу (1) й отримаємо: $\tau = \frac{M_{\kappa}}{I_p} \cdot \rho.$ (7)

Найбільші дотичні напруження виникають у точках біля контуру перерізу вала

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa} \cdot r}{I_p} = \frac{M_{\kappa}}{W_p}, \quad (8)$$

де полярний момент опору, або момент опору при крученні дорівнює $W_p = \frac{I_p}{r}.$

Для круглого перерізу: $W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = 0,2d^3.$

Умова міцності вала при крученні має вигляд:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa \max}}{W_p} \leq [\tau]. \quad (9)$$

Отже, міцність вала забезпечена тоді, коли максимальне дотичне напруження в небезпечному перерізі не перевищує допустимого. Допустимі напруження при крученні звичайно приймають так: $[\tau] = 0,6 \cdot [\sigma]_p$.

З використанням умови міцності (9) розв'язують три типи задач:

1. Перевірка міцності, яка полягає у порівнянні фактичного (розрахункового) дотичного напруження з допустимим за формулою (9).

2. Вибір поперечного перерізу вала, тобто визначення його діаметра з урахуванням формули полярного моменту опору круглого перерізу:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\kappa}}{\pi [\tau]}}.$$

3. Визначення найбільшого допустимого крутного моменту:

$$[M_{\kappa}] \leq [\tau] W_p.$$

Ураховуючи залежності між потужністю, обертальним моментом та кутовою швидкістю або частотою обертання, з останньої формули визначають допустиме значення потужності або частоти обертання вала.

5. Деформації при крученні вала. Умова жорсткості. 9

Для визначення деформацій вала при крученні використовуємо формулу (6), з якої:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_{\kappa}}{G \cdot I_p} \cdot dx.$$

Жорсткістю вала при крученні називають добуток $G \cdot I_p$.

Якщо крутний момент та жорсткість вала є постійними величинами на довжині вала, тоді кут закручування дорівнює:

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} \cdot l}{G \cdot I_p} [\text{рад}]. \quad (10)$$

Залежність (10) називають *законом Гука при крученні*.

Для східчастих валів або валів з крутним моментом, що змінюється стрибками (рис. 3, б), повний кут закручування дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок вала:

$$\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{M_{\kappa i} \cdot l_i}{G \cdot I_{pi}}.$$

Відносний кут закручування дорівнює відношенню повного кута закручування до довжини вала:

$$\theta = \frac{\varphi}{l} \left[\frac{\text{рад}}{\text{м}} \right].$$

Умова жорсткості вала при крученні: $\theta = \frac{M_{\kappa}}{G \cdot I_p} \leq [\theta].$