

# ЭКОНОМЕТРИКА

**ТЕМА : Основные задачи  
эконометрических исследований**

# Эконометрика

Эконометрическая модель, как правило, основана на теоретическом предположении о круге взаимосвязанных переменных и характере связи между ними. При всем стремлении к «наилучшему» описанию связей приоритет отдается качественному анализу. Поэтому в качестве этапов эконометрического исследования можно указать:

- постановку проблемы;
- получение данных, анализ их качества;
- спецификацию модели;
- оценку параметров;
- интерпретацию результатов.

На начальном этапе решения любой эконометрической задачи необходимо сформулировать эконометрическую модель, т.е. представить модель в виде уравнений, характеризующих связи между экономическими показателями. Например, уравнение связи между доходами семей ( $x$ ) и сбережениями семей ( $y$ ), которое необходимо получить путем обработки результатов опроса нескольких сотен случайно отобранных семей:

$$Y = a + \beta * x + \varepsilon,$$

где:

$x$  – объясняющая (независимая) переменная (доходы семей);

$Y$  – объясняемая (зависимая) переменная (сбережения семей);

$\varepsilon$  – случайная составляющая (ошибка);

$a$  и  $\beta$  – параметры уравнения, заранее не известные и подлежащие определению в результате эконометрического анализа задачи.

При решении любой задачи эконометрики необходима проверка соответствия полученной модели реальным экономическим данным. Если модель соответствует реальным данным, то возникает задача определения (оценки) параметров модели. Различают два уровня анализа: теоретический и эмпирический.

На **теоретическом** уровне предполагается, что известны все возможные реализации экономических показателей (т.е. имеется вся генеральная совокупность в целом). Теоретически параметры модели можно оценить, если известны (или предполагаются заданными) статистические свойства генеральной совокупности. Как правило, все возможные исходы (т.е. возможные значения показателей) заранее неизвестны; на практике можно наблюдать только выбранные значения интересующих показателей, т.е. выборочную совокупность.

На *эмпирическом* уровне на основе выборочной совокупности нельзя точно определить значения параметров модели, можно лишь получить их оценки, являющиеся случайными величинами. Таким образом, цель оценивания параметров состоит в получении как можно более точных значений неизвестных параметров модели, которые характерны для всей генеральной совокупности.

Одной из основных задач экономических исследований является анализ зависимости между переменными (показателями), которая может быть функциональной (встречается очень редко) или статистической (в экономике, как правило, является преобладающей).

**Функциональная зависимость** (иначе ее называют детерминированной) задается в виде формулы, которая каждому значению одной переменной ставит в соответствие строго определенное значение другой переменной, при этом воздействием случайных факторов пренебрегают.

**Статистическая зависимость** – это связь переменных, на которую накладывается воздействие случайных факторов, при этом изменение одной переменной приводит к изменению математического ожидания (т.е. наиболее вероятного ожидаемого значения) другой переменной. Наиболее распространенной формулой статистической связи между переменными является уравнение регрессии. Если эта формула линейная (нелинейная), то регрессию называют линейной (нелинейной). Многие нелинейные модели можно преобразовать в линейные.

# Основные понятия теории вероятностей и математической статистики

Случайная величина характеризуется тем, что под воздействием случайных факторов она может с определенными вероятностями принимать те или иные значения из некоторого множества чисел. Случайная величина называется **дискретной**, если она принимает отдельные, изолированные друг от друга значения, и **непрерывной**, если множество ее значений непрерывно заполняет некоторый числовой промежуток.

Дискретную случайную величину, число возможных значений которой конечно, обычно представляют в виде ряда распределения, состоящего из пары чисел, одно из которых – значение величины, другое – вероятность появления этого значения, при этом сумма вероятностей появления всех значений равна 1.

# Основные понятия теории вероятностей и математической статистики

Характеристикой непрерывной случайной величины является **функция распределения**, указывающая вероятность того, что эта случайная величина принимает значение, меньше заданной величины. Всему диапазону изменения случайной величины соответствует единичное значение функции распределения.

К основным числовым характеристикам случайных величин относятся **математическое ожидание** (наиболее вероятное ожидаемое значение), **дисперсия** (вариация) и **среднеквадратическое отклонение**.

# Основные понятия теории вероятностей и математической статистики

**Математическим ожиданием дискретной случайной величины** называется сумма произведений всех ее значений на соответствующие вероятности:

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

где:

$M(x)$  – математическое ожидание случайной величины  $x$ ;

$x_i$  –  $i$ -е значение случайной величины  $x$ ;

$p_i$  – вероятность появления  $i$ -го значения случайной величины  $x$ ;

$i$  - порядковый номер дискретного значения случайной величины  $x$ ;

$n$  - общее число дискретных значений случайной величины  $x$ .

**Математическим ожиданием непрерывной случайной величины** называется интеграл:

$$M(x) = \int x \cdot f(x) \cdot dx$$

где:

$f(x)$  - плотность распределения случайных величин, представляющая собой производную по  $x$  функции распределения случайной величины  $x$ .

Для большого числа случайных величин, с которыми имеют дело в эконометрике, предполагается нормальное или близкое к нему распределение. Для случайной величины ( $m_x$ ), имеющей нормальное распределение, математическое ожидание равно среднему значению генеральной совокупности.

Теоретическая (генеральная) дисперсия случайной величины определяется как математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины  $x$  относительно ее математического ожидания:

$$D(x) = M(x - m_x)^2$$

Среднеквадратическое отклонение случайной величины  $x$ , характеризующее степень отклонения в среднем случайной величины в совокупности от своего среднего значения, представляет собой корень квадратный из ее дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)}$$

Данные о случайных величинах, которые используются в эконометрическом анализе, обычно представляются ограниченной выборкой, математическое ожидание которой оценивается выборочной средней, т.е. средним арифметическим значений случайной величины в выборке:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

где:

$\bar{x}$  - выборочная средняя,  
 $x_i$  - значение случайной величины,  
 $i$  - порядковый номер выборочного значения случайной величины,  
 $n$  - общее число данных в выборке.

**Выборочная дисперсия** (вариация) представляет собой среднее арифметическое квадратов отклонений случайной величины от среднего значения:

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Выборочное среднееквадратическое отклонение случайной величины представляет собой корень квадратный из выборочной дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{\mathit{var}(x)}$$

Характеристики генеральной совокупности (т.е. всего возможного набора показателей) обычно неизвестны, поэтому они оцениваются на основе характеристик выборочной совокупности (т.е. ограниченного числа значений показателей). Характеристики генеральной совокупности принято называть параметрами, а выборочной совокупности – оценками. Чтобы выборочная оценка давала хорошее приближение оцениваемого параметра, она должна удовлетворять требованиям несмещенности, эффективности и состоятельности.

Несмещенность является желательным свойством, так как только в этом случае они могут иметь практическую значимость. Оценка называется **несмещенной**, если ее математическое ожидание равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки, т.е. математическое ожидание остатков равно нулю. Например, выборочное среднее является несмещенной оценкой математического ожидания  $x$  генеральной совокупности – генеральной средней  $m_x$ :

$$m_x = \bar{x}$$

Итак, если несмещенность имеет место, то при большом числе полученных выборочных оценок искомого параметра остатки не будут накапливаться, и потому найденный параметр регрессии можно рассматривать как среднее значение из возможно большого количества несмещенных оценок. Если оценки обладают свойством несмещенности, то их можно сравнивать по разным выборкам.

Оценку, не являющуюся несмещенной, называют **смещенной**. Например, выборочная дисперсия  $var(x)$  является смещенной оценкой генеральной дисперсии. В качестве несмещенной оценки этой дисперсии используется уточненная величина (исправленная дисперсия):

$$S^2 = \frac{n}{n-1} var(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

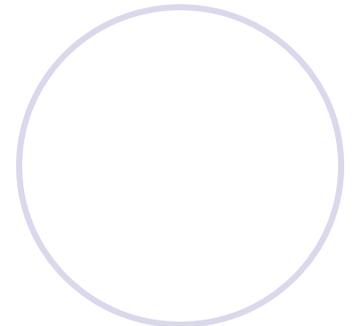
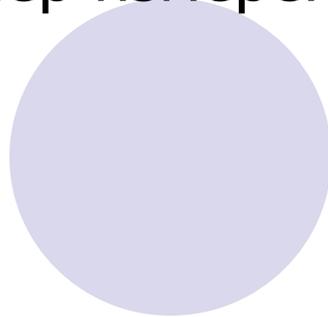
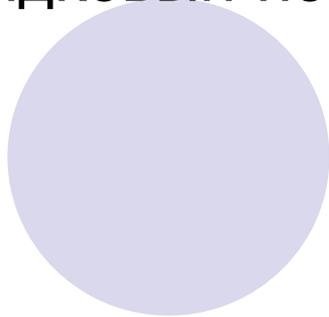
$S^2$  – несмещенная оценка дисперсии генеральной совокупности;

$S$  – несмещенная оценка стандартного отклонения генеральной совокупности;

$n$  - число измерений в выборке;

$x_i$  –  $i$ -е значение измеренного показателя в выборке;

$i$  - порядковый номер измерения.



Для практических целей важна не только несмещенность, но и эффективность оценок. Несмещенная оценка называется **эффективной**, если она имеет минимальную дисперсию по сравнению с другими выборочными оценками. Поэтому несмещенность оценки должна дополняться минимальной дисперсией. В практических исследованиях это означает возможность перехода от точечного оценивания к интервальному. Пример: выборочная средняя является эффективной оценкой генеральной средней, так как она имеет наименьшую дисперсию в классе несмещенных оценок.

Степень реалистичности доверительных интервалов параметров регрессии обеспечивается, если оценки будут не только несмещенными и эффективными, но и состоятельными.

Оценка называется **состоятельной**, если при увеличении объема выборки (т.е. если  $n \rightarrow \infty$ ) она стремится к оцениваемому параметру. Примером состоятельной оценки математического ожидания генеральной совокупности (генеральной средней  $m_x$ ) является выборочное среднее  $\bar{x}$ .

Состоятельность оценок характеризует увеличение их точности с увеличением объема выборки. Большой практический интерес представляют те результаты регрессии, для которых доверительный интервал ожидаемого значения параметра регрессии имеет предел значений вероятности, равный единице. Иными словами, вероятность получения оценки на заданном расстоянии от истинного значения параметра близка к единице.

РАНХиГС, Липецкий филиал

Спасибо за внимание