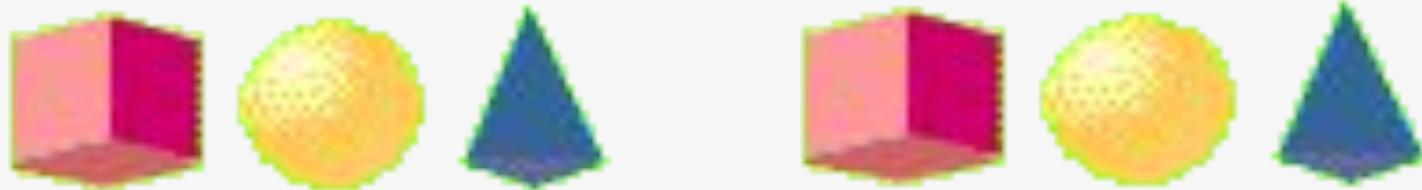


АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ



Геометрия
10 класс



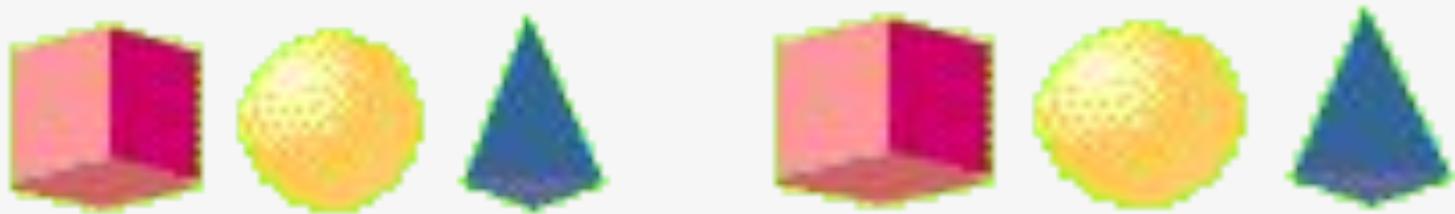
- Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.
- В стереометрии, также как и в планиметрии, свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих теорем.
- При этом отправными являются свойства основных геометрических фигур, сформулированных в виде



Аксиомы – это первоначальные факты геометрии, которые принимаются без доказательств и позволяют вывести из них дальнейшие факты этой науки.

«Аксиомы обладают наивысшей степенью общности и представляют начала всего»

АРИСТОТЕЛЬ



Основные фигуры в пространстве

1.1

Точка

• A

Прописные латинские буквы
 A, B, C, D, E, \dots

Прямая

_____ a

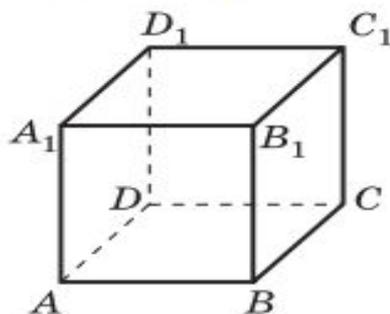
Строчные латинские буквы
 a, b, c, d, e, \dots

Плоскость

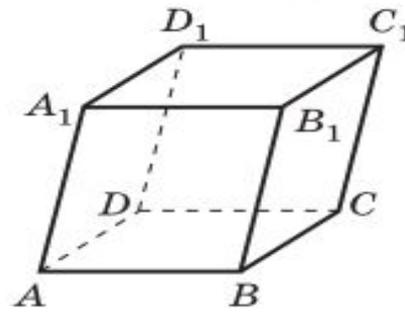


Греческие буквы $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \pi, \omega, \dots$

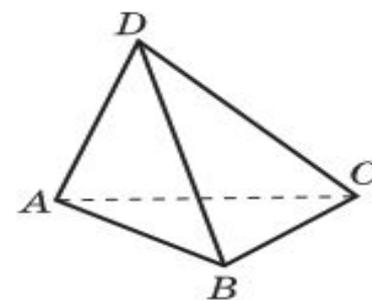
Приведите примеры прямых, проходящих через точки, принадлежащие указанным многогранникам:



Куб

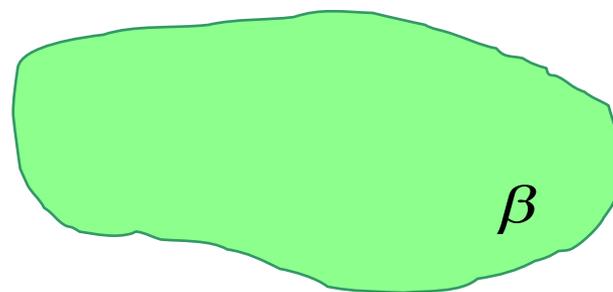
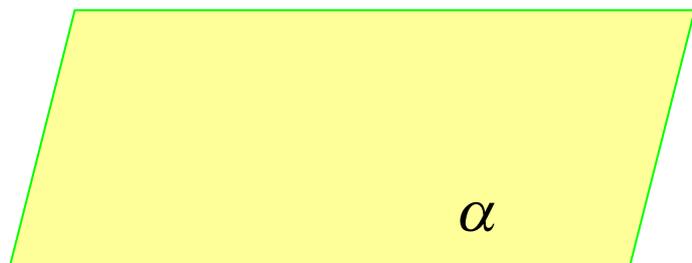


Параллелепипед

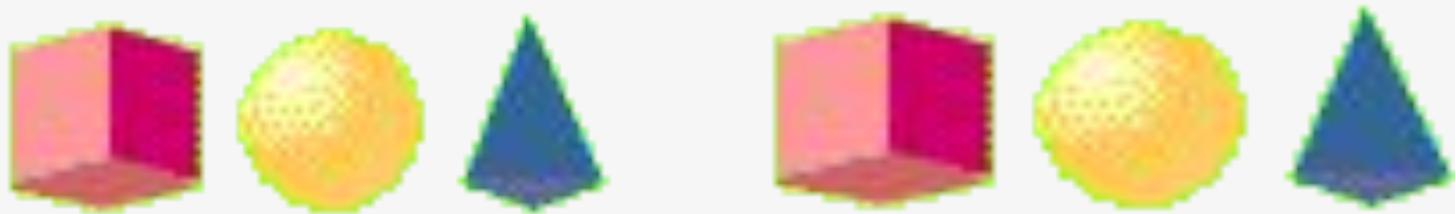


Тетраэдр

Изобразить плоскость мы будем в виде параллелограмма или в виде произвольной области.



**Плоскость, как и прямая, бесконечна.
На рисунке мы изображаем только часть плоскости, но представляем её $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ неограниченно продолженной во все**



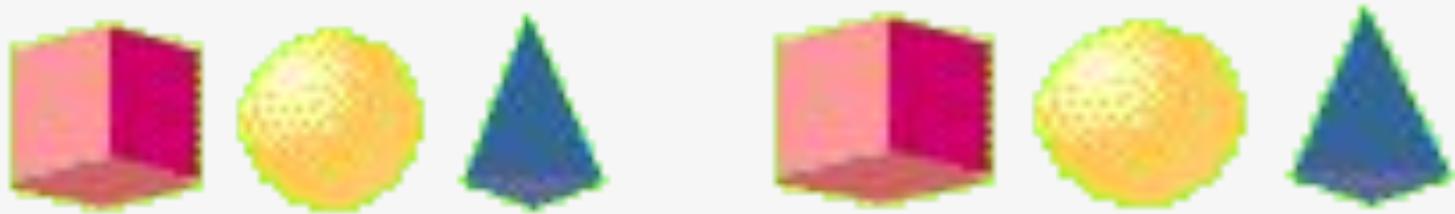
- Введение нового геометрического образа (плоскости) заставляет расширить известную нам в планиметрии систему аксиом. Поэтому вводится группа аксиом S , которая выражает основные свойства плоскости в пространстве. Эта группа состоит из трёх аксиом.



- Вспомним аксиомы планиметрии

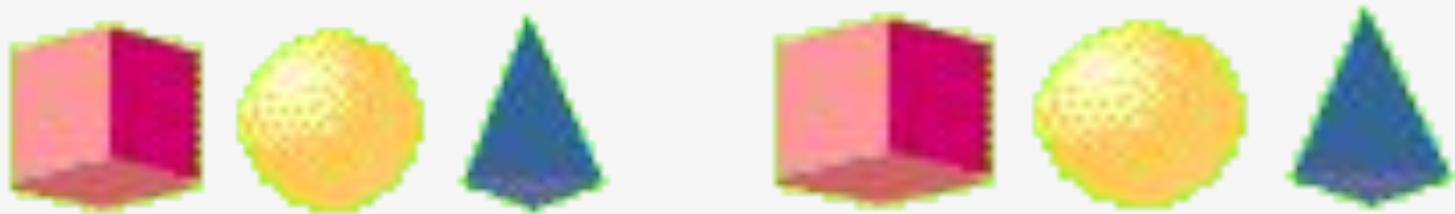
I_1 : *Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей.*

I_2 : *Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.*

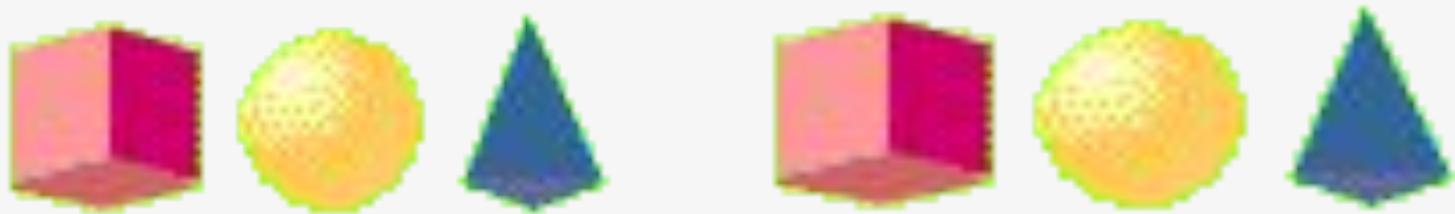


II: *Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.*

III: *Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.*



- **IV:** Прямая принадлежащая плоскости, разбивает эту плоскость на две полуплоскости.
- **V:** Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля. Развёрнутый угол равен 180° . Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.



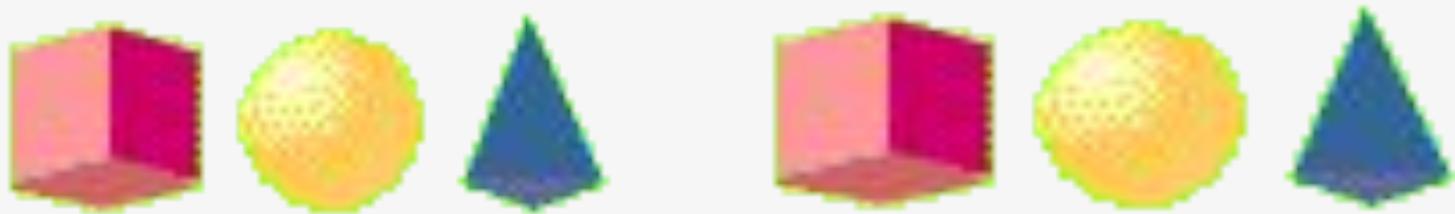
VI: На любой полупрямой от её начальной точки можно отложить отрезок заданной длины, и только один.

VII: От полупрямой на содержащей её плоскости в заданную полуплоскость можно отложить угол с заданной градусной мерой, меньшей 180° , и только один.



- **VIII:** *Каков бы ни был треугольник, существует равный ему треугольник в данной плоскости в заданном расположении относительно данной полупрямой в этой плоскости.*

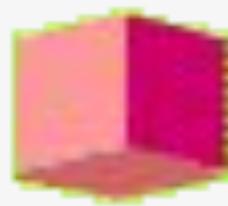
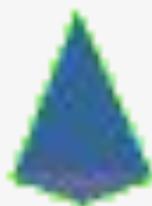
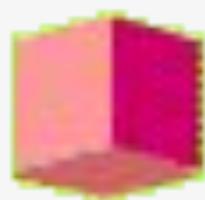
IX: На плоскости через данную точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более одной прямой, параллельной данной.



Аксиомы выражают интуитивно ясные свойства плоскостей, их связь с двумя другими основными фигурами стереометрии – с прямыми и точками.

Рассмотрим аксиомы $A_1 - A_3$.

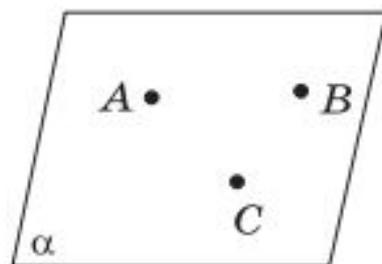
Таким образом, система аксиом стереометрии состоит из аксиом планиметрии и аксиом группы A стереометрии.



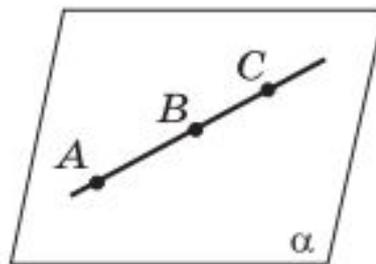
Аксиомы стереометрии

1.2

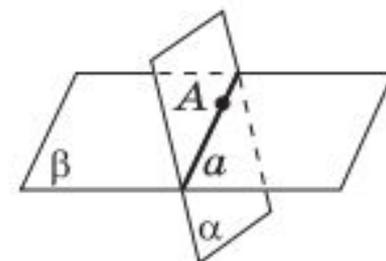
Сформулируйте аксиомы A_1 , A_2 , A_3 .
Прокомментируйте их с помощью приведённых рисунков.



A , B , C — произвольные точки, не лежащие на одной прямой. Через точки A , B , C проходит единственная плоскость α .



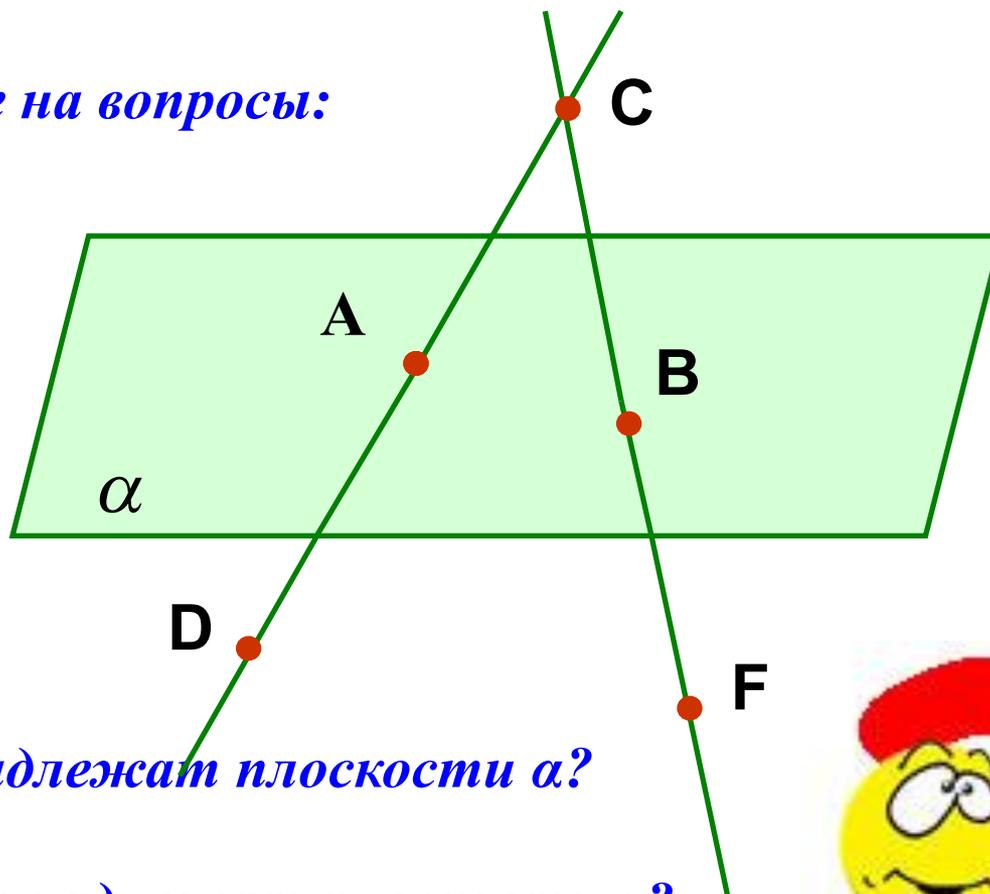
$$\frac{A \in \alpha, B \in \alpha, C \in AB}{C \in \alpha}$$



$$\frac{A \in \alpha, A \in \beta}{\alpha \cap \beta = a, A \in a}$$

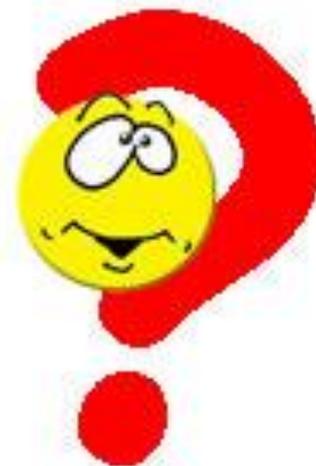
Решение задач

По рисунку ответьте на вопросы:



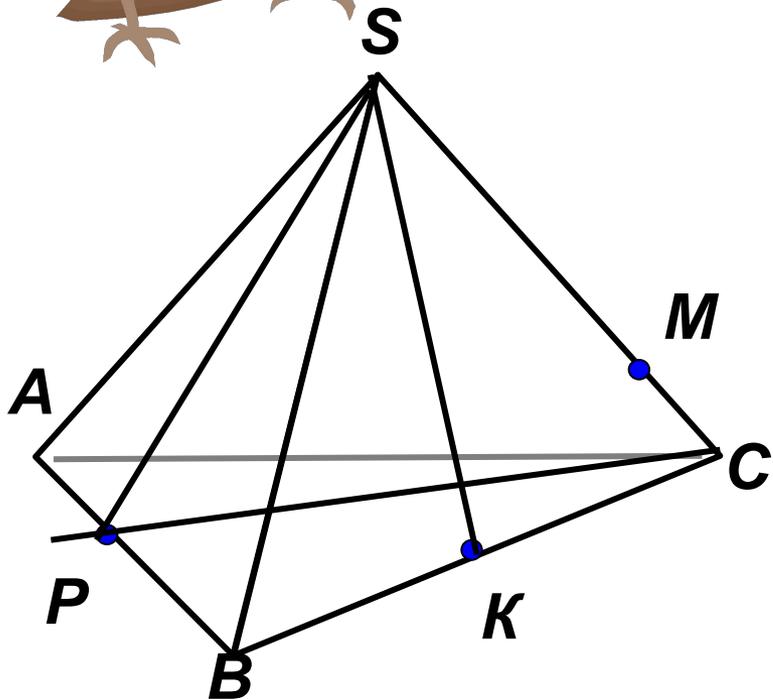
1) Какие точки принадлежат плоскости α ?

2) Какие точки не принадлежат плоскости α ?





Решение задач



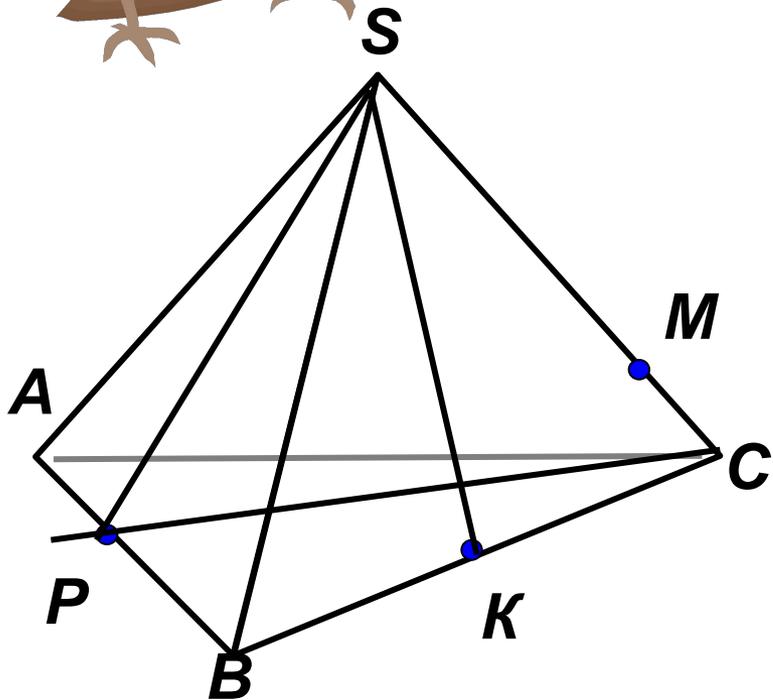
По рисунку ответьте
на вопросы.

*Каким плоскостям
принадлежит
точка*

*A M; K;
; S; P*



Решение задач



По рисунку ответьте
на вопросы.

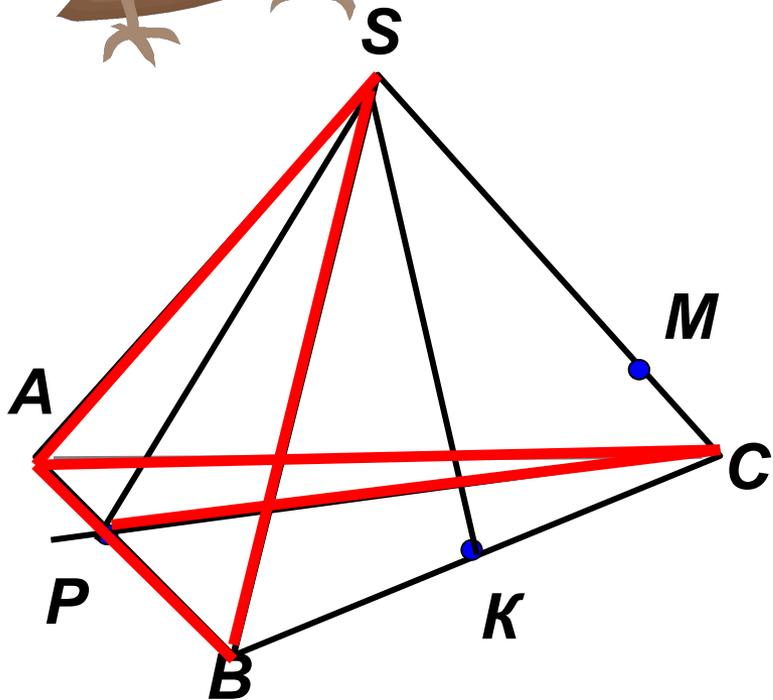
*Вне каких
плоскостей*

лежит точка

M; K; A; P; S
;



Решение задач



По рисунку ответьте на вопросы.

По какой прямой пересекаются плоскости

1. ABS и BSC ;
2. ABC и ASC ;
3. ABC и ABS ;
4. ABS и ASC ;
5. PSC и ABC .

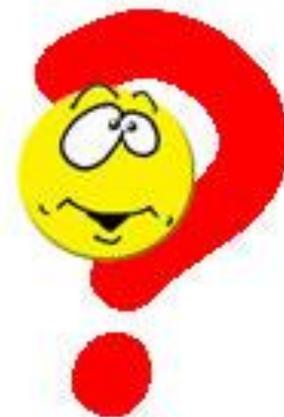


Решение задач

*Могут ли две различные плоскости
иметь только одну общую точку?*

*Каково взаимное расположение двух прямых
пространстве, если они имеют две общие точки?*

*Могут ли две различные прямые в пространстве
иметь более одной общей точки?*





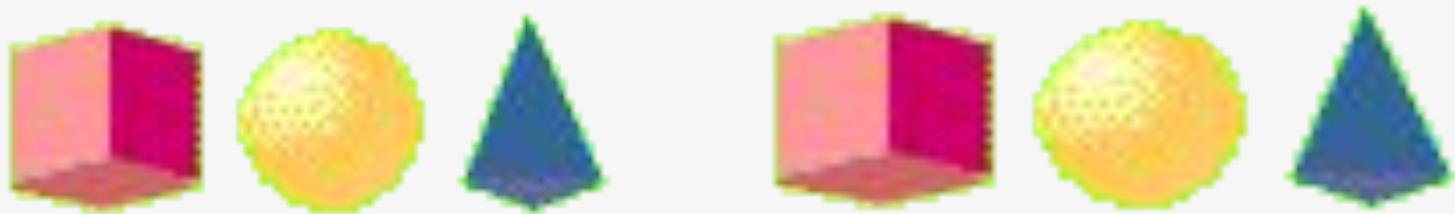
Решение задач

- Столяр проверяет, лежат ли ножки стула в одной плоскости, при помощи двух нитей. Объясните, как он это делает.



Решение задач

- Докажите, что все вершины четырёхугольника принадлежат одной плоскости, если его диагонали пересекаются.



- Домашнее задание

Изучить п.1.

Повторить аксиомы I - IX.

Выучить аксиомы стереометрии
(конспект урока)

№ 1 - 5