ПОЧАТКОВІ ТА ЦЕНТРАЛЬНІ МОМЕНТИ

- Узагальненими числовими характеристиками випадкових величин в теорії ймовірностей і математичній статистиці є початкові та центральні моменти. Початковим моментом k-го порядку випадкової величини *X* називають математичне сподівання величини X^k

$$\nu_k = M(X^k) \quad (k = 1, 2, 3, \ldots).$$

- Коли $k = 1, \quad \nu_1 = M(X);$ $k = 2, \nu_2 = M(X^2)$ коли і так далі. Для дискретної випадкової величини початкові X моменти визначають залежністю

$$\nu_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i;$$

- для неперервної інтегруванням

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx.$$

- Якщо неперервна величина задана інтервалом $X \in [a;b]$, то моменти обчислюють за формулою

$$\nu_k = \int_a^b x^k f(x)dx.$$

- Центральним моментом k-го порядку називається математичне сподівання від $(X - M(X))^k$:

$$\mu_k = M(X - M(X))^k \quad (k = 1, 2, 3, \ldots).$$

- Коли $k=1,\ \mu_1 = M(X - M(X)) = 0;$
  для $k=2$ маємо $\mu_2 = M(X - M(X)^2 = D(X);$
  при $k=3,\ \mu_3 = M(X - M(X))^3;$
  при $k=4,\ \mu_4 = M(X - M(X))^4$
  і так далі.

- **Для дискретної випадкової величини центральні моменти** мають вигляд

$$\mu_k = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M(X))^k p_i;$$

для неперервної наступний

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(X))^k f(x) dx.$$

- Якщо випадкова величина надежить інтервалу $X \in [a;b]$, то центральні моменти визначають інтегруванням

$$\mu_k = \int_a^b (x - M(X))^k f(x)dx.$$

РОЗГЛЯНЕМО ПРИКЛАД ВІДШУКАННЯ НАВЕДЕНИХ ВЕЛИЧИН.

- Задано функцію щільності ймовірностей

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3;\\ \dfrac{3}{32}(x+3)(1-x), & -3<x\le 1;\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

- Обчислити початкові та центральні моменти другого та третього порядку $\nu_2, \nu_3, \mu_2, \mu_3$.

$$\nu_2 = \int_{-3}^{1} x^2 f(x)dx = \int_{-3}^{1} x^2 \frac{3}{32}(x+3)(2-x)dx =$$
$$= \frac{3}{32}\int_{-3}^{1}(3x^2 - 2x^3 - x^4)dx = \frac{9}{5};$$

$$\nu_3 = \int_{-3}^{1} x^3 f(x)dx = \int_{-3}^{1} x^3 \frac{3}{32}(x+3)(2-x)dx =$$
$$= \frac{3}{32}\int_{-3}^{1}(3x^3 - 2x^4 - x^5)dx = -\frac{17}{5}.$$

- Проміжні операції при інтегруванні пропущені, вони займають багато місця, а Вам головне мати інструкцію для обчислень так як приклади у Вас будуть інші.
  Для обчислення центральних моментів інерції необхідно знати математичне сподівання випадкової величини, тому визначаємо його першочергово

$$M(X) = \int_{-3}^{1} x f(x)dx = \int_{-3}^{1} x\frac{3}{32}(x+3)(1-x)\,dx =$$
$$= \frac{3}{32}\int_{-3}^{1}(3x - 2x^2 - x^3)dx = -1.$$

- Знайдене математичне сподівання підставляємо в формулу центральних моментів. У випадку $k=2$ отримаємо

$$\mu_2 = \int_{-3}^{1} (x+1)^2 f(x)dx = \int_{-3}^{1} (x+1)^2 \frac{3}{32}(x+3)(2-x)dx =$$

$$= \frac{3}{32}\int_{-3}^{1} (3+4x-2x^2-4x^3-x^4)dx = \frac{4}{5};$$

- та при $k = 3$ будемо мати

$$\mu_3 = \int_{-3}^{1} (x+1)^3 f(x)dx = \int_{-3}^{1} (x+1)^3 \frac{3}{32}(x+3)(2-x)dx =$$

$$= \frac{3}{32}\int_{-3}^{1} (3+7x+2x^2-6x^3-5x^4-x^5)dx = 0.$$

- На цьому розв'язування прикладу завершено, функція щільності ймовірностей наведена на графіку