

Математический диктант
«Простейшие тригонометрические уравнения»

1 вариант

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

$$1 \quad \cos \frac{\pi(8x+1)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

$$2 \quad \operatorname{tg} \frac{\pi(x-5)}{3} = \sqrt{3}$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

$$3 \quad \sin \frac{\pi(x+9)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

$$4 \quad \cos \frac{8\pi x}{6} = -1$$

2 вариант

В ответе запишите наименьший положительный корень.

$$1 \quad \operatorname{tg} \frac{\pi(x-6)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.


$$2 \quad \sin \frac{\pi(4x-3)}{4} = -1$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

$$3 \quad \cos \frac{\pi(4x+1)}{6} = -\frac{1}{2}$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

$$4 \quad \sin \frac{2\pi x}{3} = \frac{1}{2}$$



***Отбор корней при решении
тригонометрических
уравнений***



Подстановка корней в имеющиеся ограничения

Найти корни уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

удовлетворяющие неравенству $\sin x \leq 0$

1. Решим уравнение: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2. Проверим для полученных значений x выполнение условия

$$\sin x \leq 0 ; \sin\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} > 0$$

Первая серия корней является «посторонней»

$$\sin\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} < 0$$

Ответ : $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



Перебор значений целочисленного параметра

Найти корни уравнения $\sin 2x = 0$,
удовлетворяющие неравенству $\cos x \geq 0$

Наименьший положительный период
для функций $y = \sin 2x$, $y = \cos x$ $T = 2\pi$

Рассмотрим решение уравнения на промежутке $[0; 2\pi)$

1. Решим уравнение: $\sin 2x = 0$; $x = \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

2. При $k=0;1;2;3$; $x = 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}$ содержатся на промежутке $[0; 2\pi)$.

3. Отбираем корни уравнения для которых $\cos x \geq 0$: $x = 0; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$.

4. Исходное уравнение имеет множество решений вида:

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ и } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

◀ ▶ Ответ : $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

содержание

Решение неравенства относительно целочисленного параметра

Решить уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и указать корни

принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$

1. Решим уравнение: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2. Подставим корни уравнения в имеющиеся ограничения и решим уравнение на заданном промежутке:

$$-\pi \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq 0$$

$$-\pi \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq 0$$

$$-1 \leq \frac{1}{6} + 2k \leq 0$$

$$-1 \leq -\frac{1}{6} + 2k \leq 0$$

$$-\frac{7}{6} \leq 2k \leq -\frac{1}{6}$$

$$-\frac{5}{6} \leq 2k \leq \frac{1}{6}$$

$$-\frac{7}{12} \leq k \leq -\frac{1}{12}$$

$$-\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{1}{12}$$

k — нет целых значений

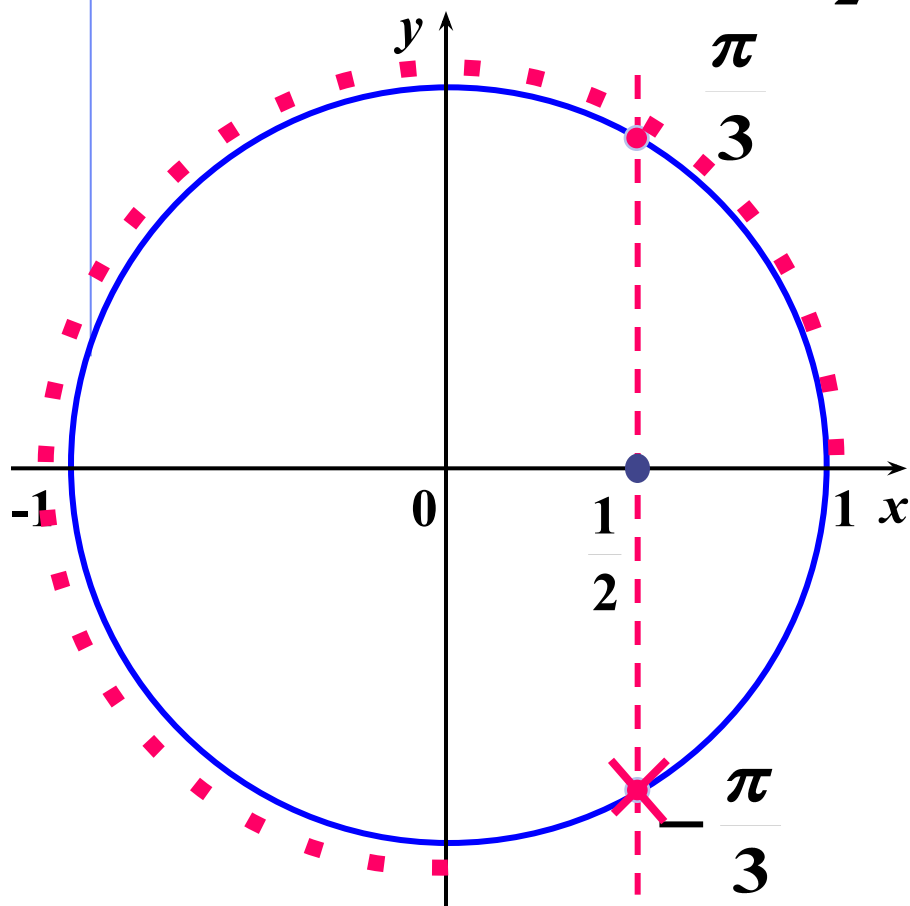
$$k = 0, x = \frac{\pi}{6}$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$.

содержание

Отбор корней уравнения на числовой окружности

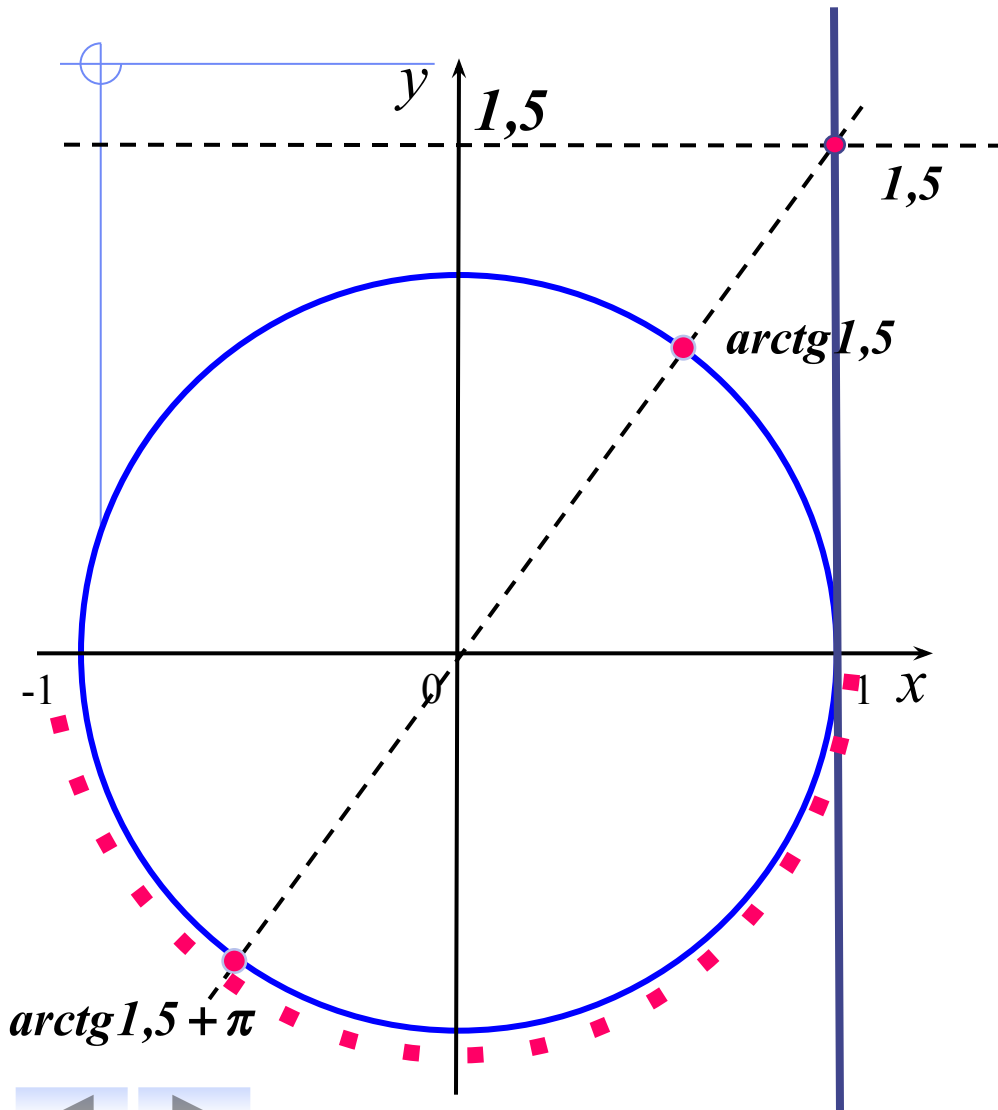
Решить уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$



$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

Отбор корней уравнения на числовой окружности



$$tgx = 1,5$$

$$[\pi; 2\pi]$$

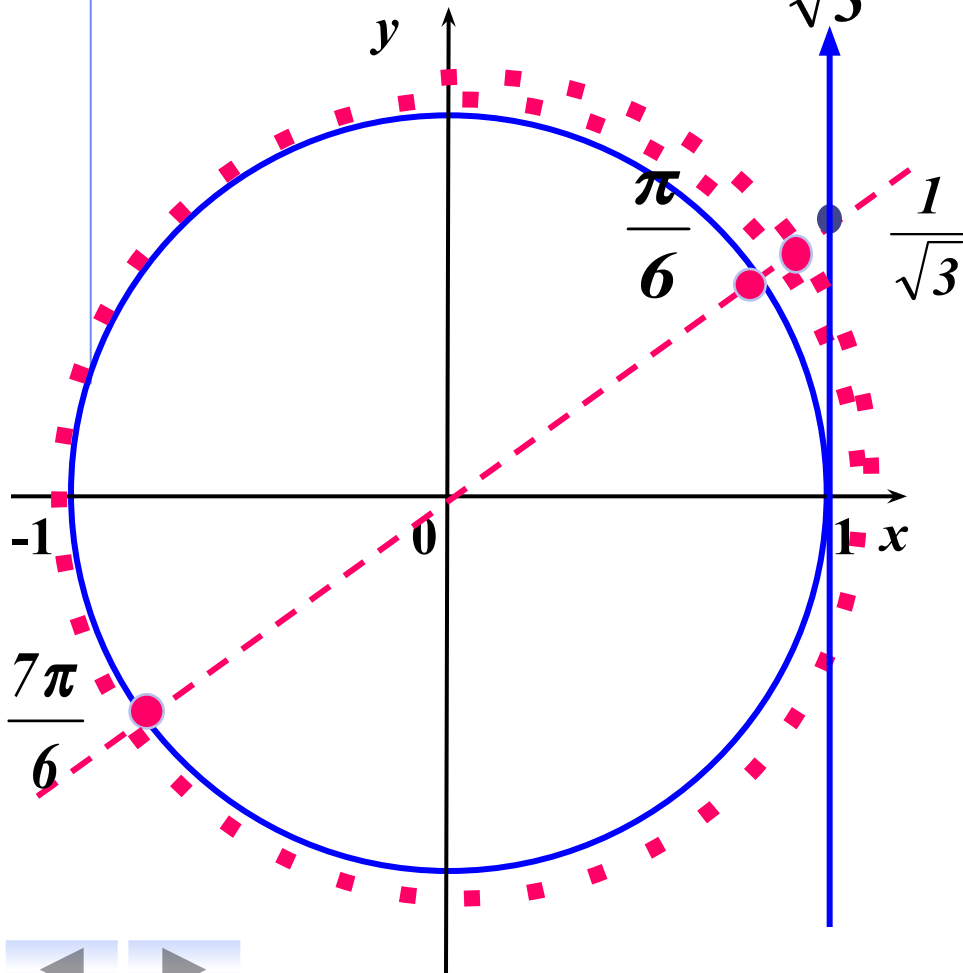
$$x = \operatorname{arctg} 1,5 + \pi$$



содержание

Отбор корней уравнения на числовой окружности

Решить уравнение $\operatorname{tg}x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ на отрезке $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$



$$\operatorname{tg}x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

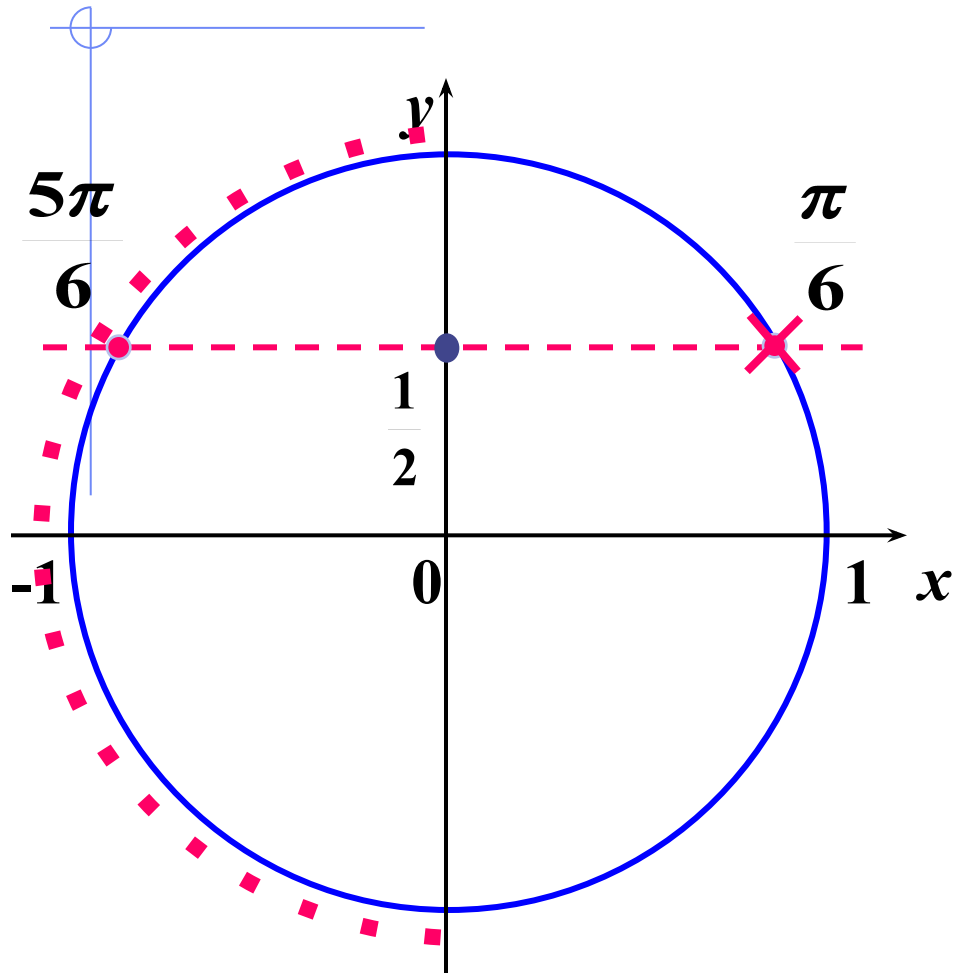
$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6}$$

содержание

Отбор корней уравнения на числовой окружности



$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$$

$$x = \frac{5\pi}{6}$$

