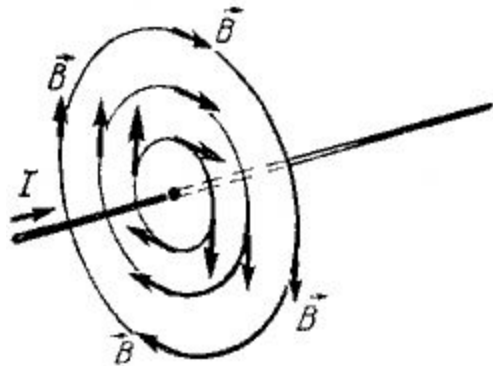


Теорема о циркуляции
вектора магнитной индукции.
Ротор векторного поля.

Теорема о циркуляции вектора \vec{B}



$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_k$$

184

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

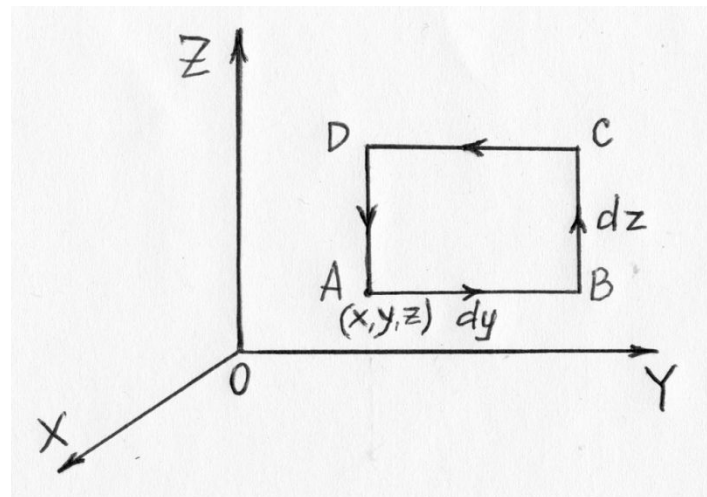
Циркуляция вектора \vec{B} по замкнутому контуру L равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых контуром L .

Теорема о циркуляции в интегральной форме

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

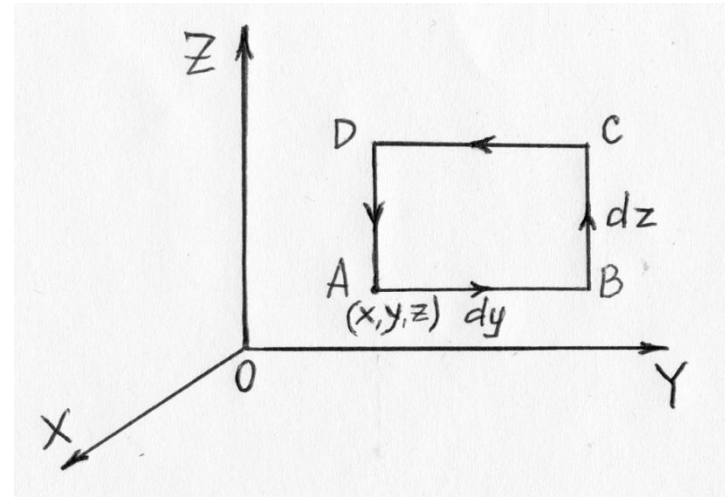
Перейдем к дифференциальной форме. Рассмотрим плоский контур ABCD, находящийся в проводящей среде с плотностью тока \vec{j} , расположенный параллельно плоскости ZOY.

Обходим контур против часовой стрелки.



$$dS = dydz$$

Рассмотрим стороны АВ и CD



$$B_y(x, y, z)dy - B_y(x, y, z + dz)dy = -\frac{\partial B_y}{\partial z} dydz$$

Рассмотрим стороны BC и AD

$$B_z(x, y + dy, z)dz - B_z(x, y, z)dz = \frac{\partial B_z}{\partial y} dydz$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) dS = \mu_0 j_x dS$$

В случае произвольного контура

$$\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 j_x$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 j_y$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 j_z$$

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \vec{k} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\mathbf{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Мы рассмотрели бесконечно малый контур.

Можно заи

$$\lim_{S_L \rightarrow 0} \frac{\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}}{S_L} = (\text{rot} \vec{B})_n$$

$$\text{rot} \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Предел – скалярная величина, которая ведет себя как проекция некоторого вектора на направление нормали к плоскости контура, по которому берется циркуляция. Этот вектор – ротор поля. Предел зависит от ориентации контура в данной точке пространства. Направление нормали связано с направлением обхода правилом правого винта.

Полевые уравнения.

Электростатическое поле

$$\oint_S \vec{E} \vec{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\oint_L \vec{E} \vec{dl} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

Магнитное поле

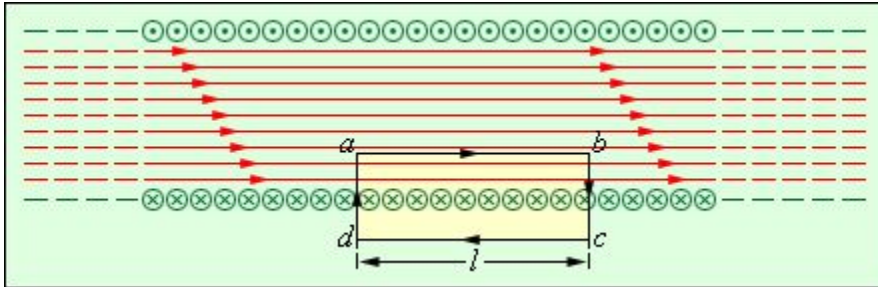
$$\oint_S \vec{B} \vec{dS} = 0$$

$$\oint_L \vec{B} \vec{dl} = \mu_0 \int_S \vec{j} \vec{dS}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Применение теоремы о циркуляции. Магнитное поле бесконечного соленоида.



$$\oint_{abcd} B_l dl = \int_a^b B_l dl + \int_b^c B_l dl + \int_c^d B_l dl + \int_d^a B_l dl$$

$$\oint_{abcd} B_l dl = \int_a^b B_l dl = Bl = \mu_0 NI = \mu_0 n l I$$

$$B = \mu_0 n I$$