

# Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам

## Наращенная сумма

(ссуды, долга, депозита, других видов денег)

– первоначальная её сумма с начисленными процентами к **концу срока начисления** (*date of maturity, due date*).

Определяется умножением первоначальной суммы долга (*principal*) на **множитель наращенния**, который показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной.

# Формула наращенной суммы

## Начисленные проценты

$$I = Pni$$

МНОЖИТЕЛЬ НАРАЩЕНИЯ

## Наращенная сумма

$$S = P + I = P + Pni = P(1 + ni)$$

ФОРМУЛА НАРАЩЕНИЯ

- $I$  – проценты за весь срок ссуды
- $P$  – первоначальная сумма долга
- $S$  – наращенная сумма, т.е. сумма в конце срока
- $i$  – ставка наращенных процентов (десятичная дробь)
- $n$  – срок ссуды

## Расчет процентов для краткосрочных ссуд

Срок ссуды в виде дроби:

$$n = \frac{t}{K},$$

где  $t$  – число дней ссуды;

$K$  – число дней в году, или временная база начисления процентов (time basis):

- $K = 360$  – **обыкновенные (коммерческие) проценты** (*ordinary interest*), месяц равен 30 дням.
- $K = 365, 366$  – **точные проценты** (*exact interest*), точное число дней.

# Варианты расчета простых процентов

1. Точные проценты с точным числом дней  
 $365/365$  или  $ACT/ACT$
2. Обыкновенные проценты с точным числом дней  
Банковский метод (Banker's Rule),  $365/360$  или  $ACT/360$
3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней  
 $360/360$

## Переменные ставки

○

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \dots + n_m i_m) = P \left( 1 + \sum_t n_t i_t \right)$$

○  $i_t$  – ставка простых процентов в периоде  $t$ ;

○  $n_t$  – продолжительность периода с постоянной ставкой,

$$n = \sum_t n_t.$$

## Изменение сумм депозита во времени

○

$$I = \sum_j R_j n_j i,$$

$R_j$  – остаток средств на счете в момент  $j$  после очередного поступления или списания средств

$n_j$  – срок хранения денег (в годах) до нового изменения остатка средств на счете

$$I = \sum_j R_j n_j i = \frac{\sum R_j t_j}{100} / \frac{K}{i}$$

## Реинвестирование по простым ставкам

- неоднократное последовательное повторение наращивания по простым процентам в пределах заданного общего срока.

$$S = P(1 + n_1 i_1)(1 + n_2 i_2) \dots (1 + n_t i_t) \dots$$

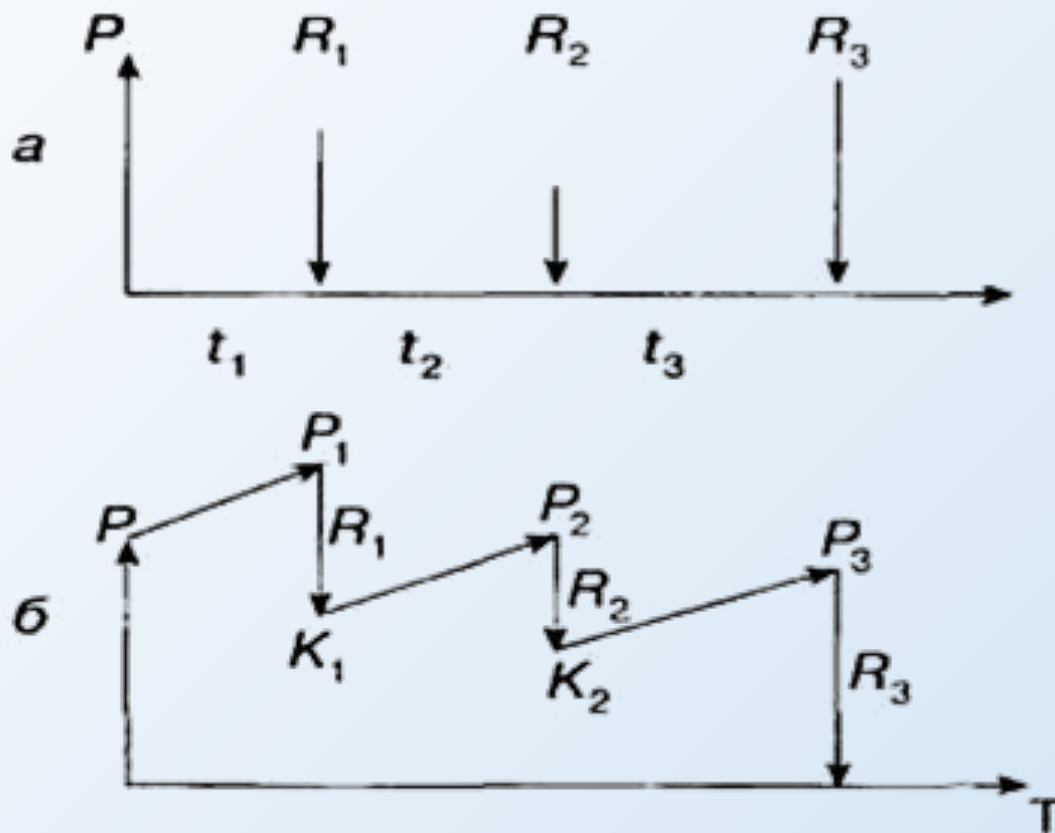
где  $i_t$  – размер ставок, по которым производится реинвестирование.

$$S = P(1 + ni)^m,$$

где  $m$  – количество повторений реинвестирования.



# Контур финансовой операции



## Частичные платежи

### 1. Актуарный метод (*actuarial method*)

Начисление процентов на фактическую сумму долга.

Частичный платеж – на погашение процентов. При превышении – на сумму долга. При нехватке – приплюсовывается к следующему платежу.

$$K_1 = P(1 + t_1 i) - R_1; K_2 = K_1(1 + t_2 i) - R_2$$

$$K_2(1 + t_3 i) - R_3 = 0$$

## Частичные платежи

3. Правило торговца (*merchant's rule*)

$$Q = S - K = P(1 + ni) - \sum R_j(1 + t_j i_j),$$

где  $Q$  – остаток долга на конец срока или года;

$S$  – наращенная сумма долга;

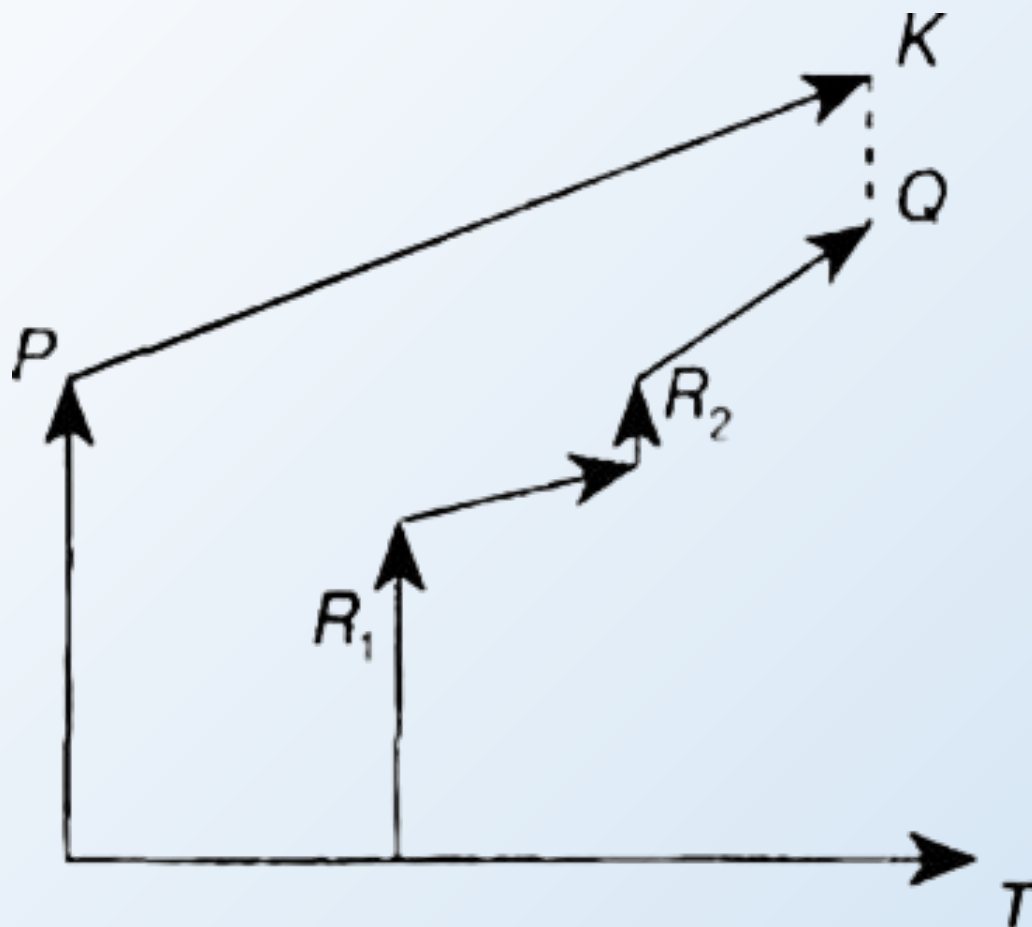
$K$  – наращенная сумма платежей;

$R_j$  – сумма частичного платежа;

$n$  – общий срок ссуды;

$t_j$  – интервал времени от момента платежа до конца срока ссуды или года.

# Графическое изображение операции с применением правила торговца



## Наращение процентов в потребительском кредите

Проценты, как правило, начисляются **на всю сумму** кредита и присоединяются к основному долгу уже **в момент открытия кредита** (*flat rate of interest, add-on interest*).

Наращенная сумма долга:

$$S = P(1 + ni)$$

Величина разового платежа:

$$R = \frac{S}{nm}$$

## Дисконтирование по простым процентным ставкам

Сумма  $S$  **дисконтируется** или **учитывается** когда проценты с суммы  $S$  удерживаются вперед, т.е. непосредственно при выдаче кредита, ссуды.

Сам процесс – **учет**.

Удержанные проценты – **дисконт** (*discount*) или **скидка**.

**Дисконтирование** – приведение стоимостного показателя к некоторому, обычно начальному, моменту времени.

## Дисконтирование по простым процентным ставкам

Величина  $P$ , найденная с помощью дисконтирования, – **современная (настоящая) стоимость**, или **современная величина (present value)**, будущего платежа  $S$ , а иногда – **текущая**, или **капитализированная, стоимость**.

В зависимости от вида процентной ставки:

- 1) математическое дисконтирование (ставка наращенения)
- 2) банковский (коммерческий) учет (учетная ставка)



## Математическое дисконтирование

○ решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы ссуды.

$$P = \frac{S}{1 + ni},$$

где  $n = t/K$  – срок ссуды в годах.

$1/(1 + ni)$  – **дисконтный**, или **дисконтирующий**, **множитель**.



## Банковский учет (учет векселей)

Банк или другое финансовое учреждение **до наступления срока платежа** (*date of maturity*) по векселю или иному платежному обязательству приобретает его у владельца по цене, которая меньше суммы, указанной на векселе, т.е. **покупает (учитывает) его с дисконтом**.

Применяется **учетная ставка  $d$** .

$$P = S - Snd = S(1 - nd),$$

где  $n$  – срок от момента учета до даты погашения векселя.

## Наращение по учетной ставке

○

$$S = P \frac{1}{1 - nd}$$

$1/(1 - nd)$  – множитель наращенения.

# Прямые и обратные задачи при наращении и дисконтировании

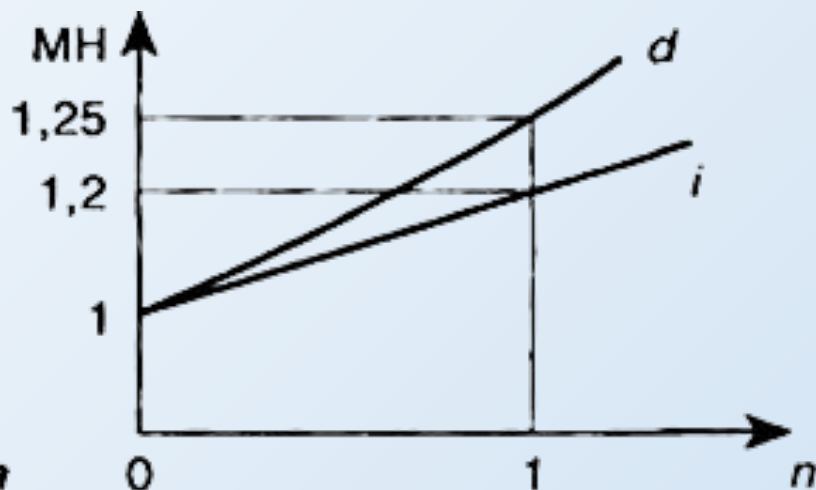
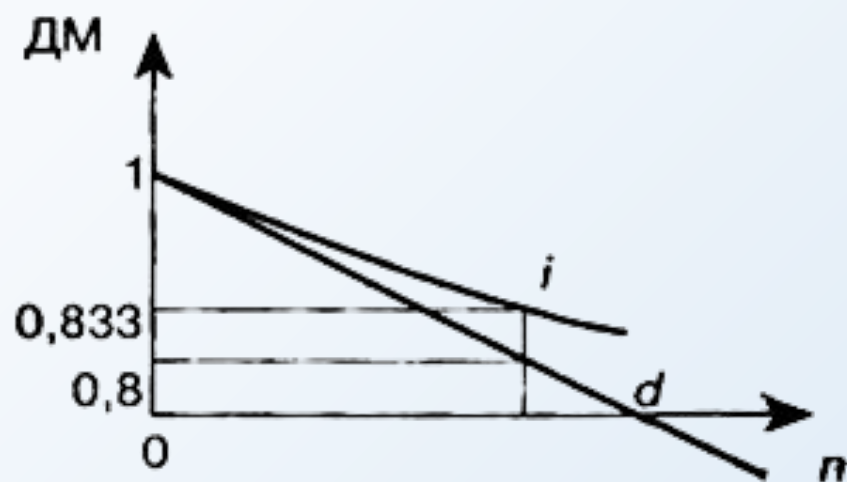
---

Ставки

Прямая задача

Обратная  
задача

# Множители наращенения и дисконтные множители при $i = d = 20\%$



## Определение срока ссуды

⊙ срок в годах:

$$n = \frac{S - P}{Pi} = \frac{S/P - 1}{i}$$

$$n = \frac{S - P}{Sd} = \frac{1 - P/S}{d}$$

○ срок в днях:

$$t = \frac{S - P}{Pi} K$$

$$t = \frac{S - P}{Sd} K$$

# Определение величины процентной ставки

○

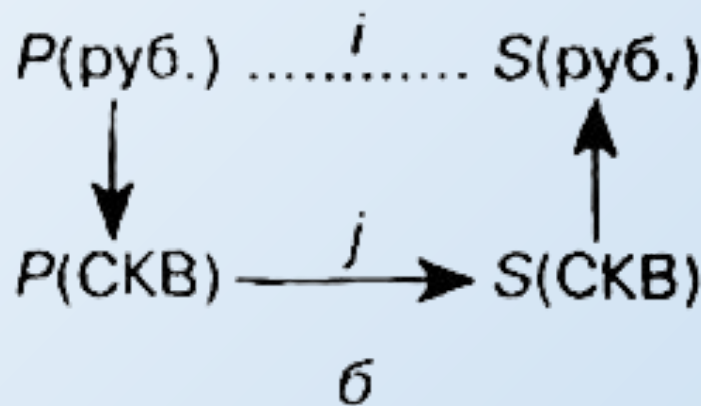
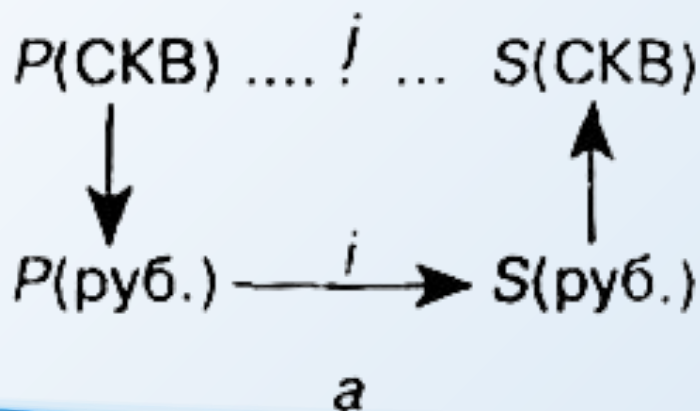
$$i = \frac{S - P}{Pn} = \frac{S - P}{Pt} K$$

$$d = \frac{S - P}{Sn} = \frac{S - P}{St} K$$

# Конверсия (обмен) валют и наращение процентов

Возможны четыре варианта:

- без конверсии: СКВ → СКВ;
- с конверсией: СКВ → Руб. → Руб. → СКВ;
- без конверсии: Руб. → Руб.;
- с конверсией: Руб. → СКВ → СКВ → Руб.



## Обозначения

- ⊙  $P_v$  – сумма депозита в СКВ
- $P_r$  – сумма депозита в рублях
- $S_v$  – наращенная сумма в СКВ
- $S_r$  – наращенная сумма в рублях
- $K_0$  – курс обмена в начале операции (курс СКВ в рублях)
- $K_1$  – курс обмена в конце операции
- $n$  – срок депозита
- $i$  – ставка наращения для рублевых сумм
- $j$  – ставка наращения для конкретного вида СКВ



Вариант СКВ → Руб. → Руб. → СКВ

Операция предполагает три шага:

- обмен валюты на рубли
- наращение процентов на эту сумму в рублях
- конвертирование в исходную валюту

$$S_v = P_v K_0 (1 + ni) \frac{1}{K_1}$$

Множитель наращения:

$$m = \frac{K_0}{K_1} (1 + ni) = \frac{1 + ni}{K_1/K_0}$$

Вариант СКВ → Руб. → Руб. → СКВ.  
Измерение доходности операции.

Пусть  $i_э$  – простая процентная ставка, характеризующая  
рост суммы  $P_v$  до величины  $S_v$

$$i_э = \frac{S_v - P_v}{P_v n}$$

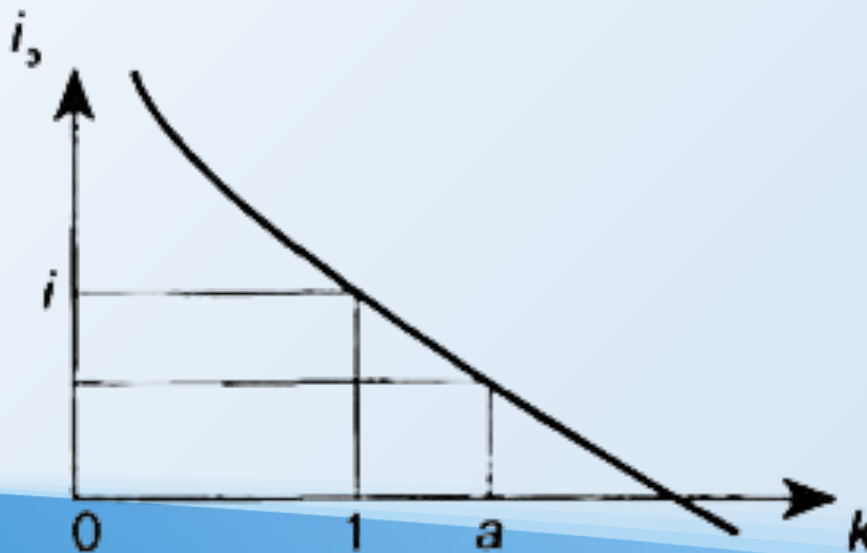
$$i_э = \left[ \frac{K_0}{K_1} (1 + ni) - 1 \right] / n = \frac{m - 1}{n}$$

Вариант СКВ → Руб. → Руб. → СКВ.  
Измерение доходности операции.

Пусть существует величина, характеризующая соотношение последнего и первого курсов валюты:

$$k = \frac{K_1}{K_0}$$

тогда:



Вариант Руб.  $\rightarrow$  СКВ  $\rightarrow$  СКВ  $\rightarrow$  Руб.

Три шага операции:

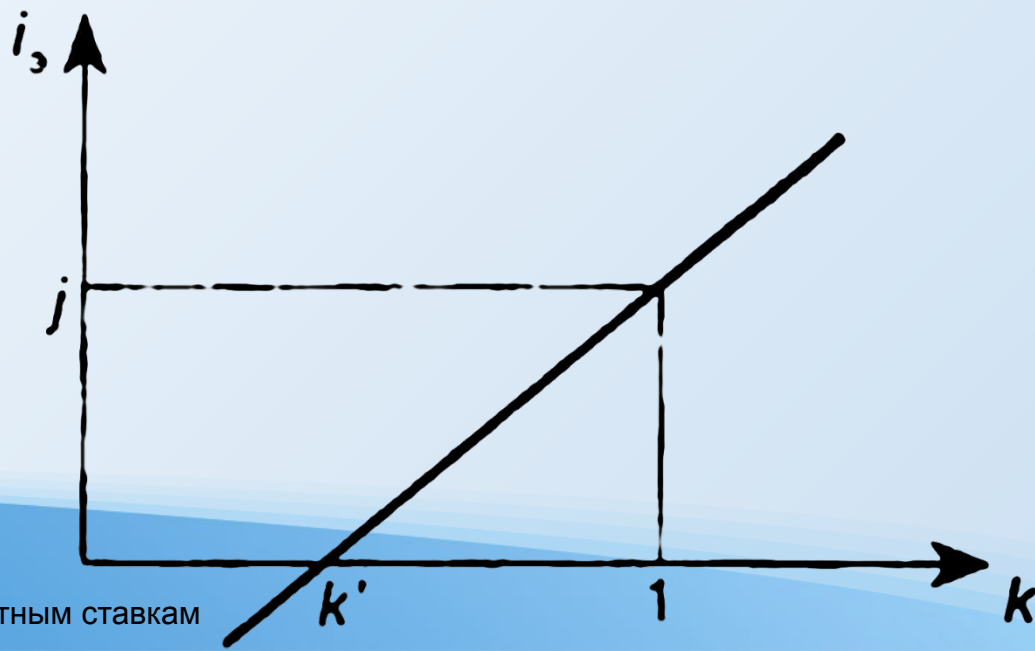
- обмен рублей на СКВ
- наращение процентов на сумму в валюте
- обмен валюты на рубли

$$S_r = \frac{P_r}{K_0} (1 + nj) K_1 = P_r (1 + nj) \frac{K_1}{K_0}$$

Вариант Руб. → СКВ → СКВ → Руб.  
Измерение доходности операции.

○ 
$$i_{\text{э}} = \frac{S_r - P_r}{P_r n}$$

$$i_{\text{э}} = \left[ \frac{K_1}{K_0} (1 + nj) - 1 \right] / n = [k(1 + nj) - 1] / n$$



Спасибо за внимание!