

Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам

Наращенная сумма

(ссуды, долга, депозита, других видов денег)

– первоначальная её сумма с начисленными процентами к **концу срока начисления** (*date of maturity, due date*).

Определяется умножением первоначальной суммы долга (*principal*) на **множитель наращенения**, который показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной.

Формула наращенной суммы

Начисленные проценты

$$I = Pni$$

МНОЖИТЕЛЬ НАРАЩЕНИЯ

Наращенная сумма

$$S = P + I = P + Pni = P(1 + ni)$$

ФОРМУЛА НАРАЩЕНИЯ

- I – проценты за весь срок ссуды
- P – первоначальная сумма долга
- S – наращенная сумма, т.е. сумма в конце срока
- i – ставка наращенных процентов (десятичная дробь)
- n – срок ссуды

Расчет процентов для краткосрочных ссуд

Срок ссуды в виде дроби:

$$n = \frac{t}{K},$$

где t – число дней ссуды;

K – число дней в году, или временная база начисления процентов (time basis):

- $K = 360$ – **обыкновенные (коммерческие) проценты** (*ordinary interest*), месяц равен 30 дням.
- $K = 365, 366$ – **точные проценты** (*exact interest*), точное число дней.

Варианты расчета простых процентов

1. Точные проценты с точным числом дней
 $365/365$ или ACT/ACT
2. Обыкновенные проценты с точным числом дней
Банковский метод (Banker's Rule), $365/360$ или $ACT/360$
3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней
 $360/360$

Переменные ставки

○

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \dots + n_m i_m) = P \left(1 + \sum_t n_t i_t \right)$$

○ i_t – ставка простых процентов в периоде t ;

○ n_t – продолжительность периода с постоянной ставкой,

$$n = \sum_t n_t.$$

Изменение сумм депозита во времени

○

$$I = \sum_j R_j n_j i,$$

R_j – остаток средств на счете в момент j после очередного поступления или списания средств

n_j – срок хранения денег (в годах) до нового изменения остатка средств на счете

$$I = \sum_j R_j n_j i = \frac{\sum R_j t_j}{100} / \frac{K}{i}$$

Реинвестирование по простым ставкам

- неоднократное последовательное повторение наращення по простым процентам в пределах заданного общего срока.

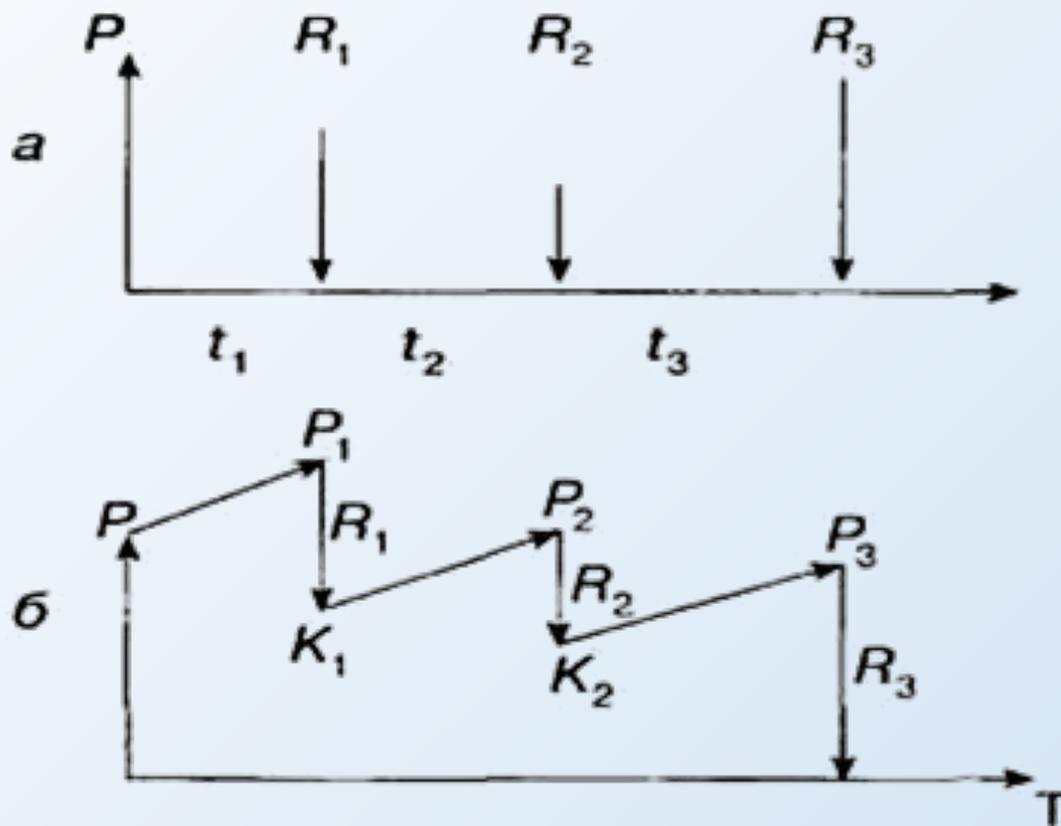
$$S = P(1 + n_1 i_1)(1 + n_2 i_2) \dots (1 + n_t i_t) \dots$$

где i_t – размер ставок, по которым производится реинвестирование.

$$S = P(1 + ni)^m,$$

где m – количество повторений реинвестирования.

Контур финансовой операции



Частичные платежи

1. Актуарный метод (*actuarial method*)

Начисление процентов на фактическую сумму долга.

Частичный платеж – на погашение процентов. При превышении – на сумму долга. При нехватке – приплюсовывается к следующему платежу.

$$K_1 = P(1 + t_1 i) - R_1; K_2 = K_1(1 + t_2 i) - R_2$$

$$K_2(1 + t_3 i) - R_3 = 0$$

Частичные платежи

3. Правило торговца (*merchant's rule*)

$$Q = S - K = P(1 + ni) - \sum R_j(1 + t_j i_j),$$

где Q – остаток долга на конец срока или года;

S – наращенная сумма долга;

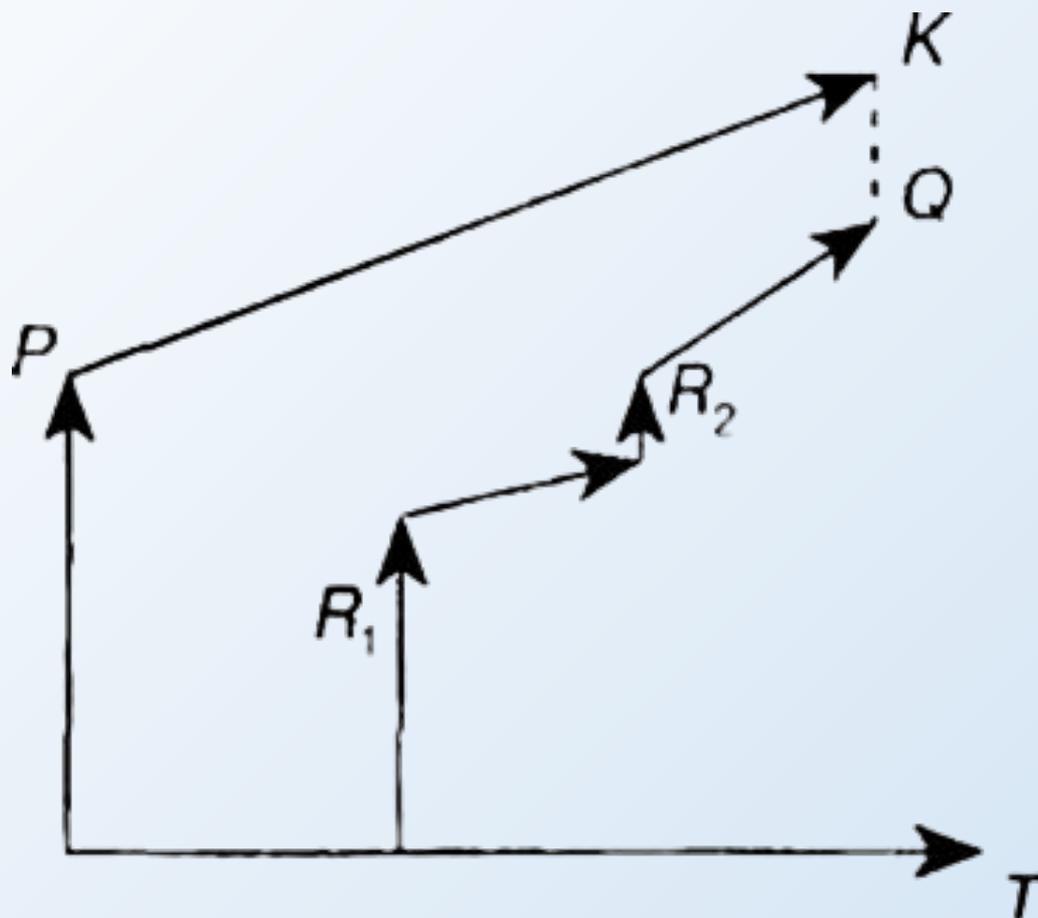
K – наращенная сумма платежей;

R_j – сумма частичного платежа;

n – общий срок ссуды;

t_j – интервал времени от момента платежа до конца срока ссуды или года.

Графическое изображение операции с применением правила торговца



Наращение процентов в потребительском кредите

Проценты, как правило, начисляются **на всю сумму** кредита и присоединяются к основному долгу уже **в момент открытия кредита** (*flat rate of interest, add-on interest*).

Наращенная сумма долга:

$$S = P(1 + ni)$$

Величина разового платежа:

$$R = \frac{S}{nm}$$

Дисконтирование по простым процентным ставкам

Сумма S **дисконтируется** или **учитывается** когда проценты с суммы S удерживаются вперед, т.е. непосредственно при выдаче кредита, ссуды.

Сам процесс – **учет**.

Удержанные проценты – **дисконт** (*discount*) или **скидка**.

Дисконтирование – приведение стоимостного показателя к некоторому, обычно начальному, моменту времени.

Дисконтирование по простым процентным ставкам

Величина P , найденная с помощью дисконтирования, – **современная (настоящая) стоимость**, или **современная величина (present value)**, будущего платежа S , а иногда – **текущая**, или **капитализированная, стоимость**.

В зависимости от вида процентной ставки:

- 1) математическое дисконтирование (ставка наращенения)
- 2) банковский (коммерческий) учет (учетная ставка)

Математическое дисконтирование

- решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы ссуды.

$$P = \frac{S}{1 + ni},$$

где $n = t/K$ – срок ссуды в годах.

$1/(1 + ni)$ – **дисконтный**, или **дисконтирующий**, **множитель**.

Банковский учет (учет векселей)

Банк или другое финансовое учреждение **до наступления срока платежа** (*date of maturity*) по векселю или иному платежному обязательству приобретает его у владельца по цене, которая меньше суммы, указанной на векселе, т.е. **покупает (учитывает) его с дисконтом**.

Применяется **учетная ставка d** .

$$P = S - Snd = S(1 - nd),$$

где n – срок от момента учета до даты погашения векселя.

Наращение по учетной ставке

○

$$S = P \frac{1}{1 - nd}$$

$1/(1 - nd)$ – множитель наращенения.

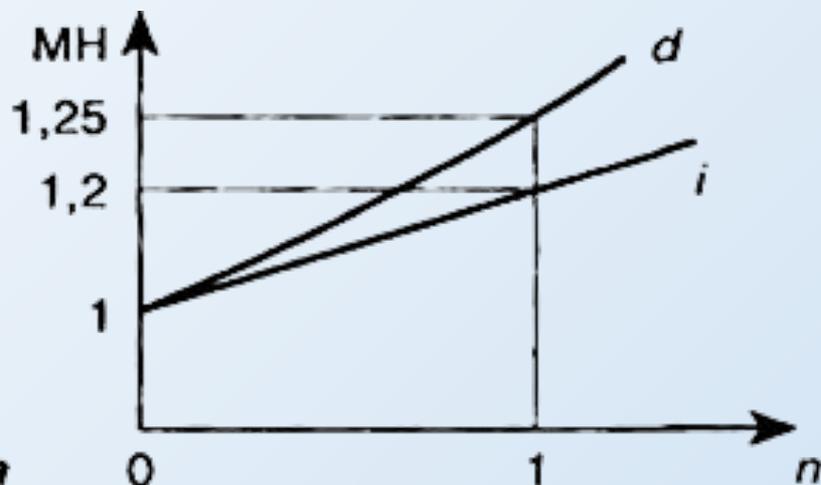
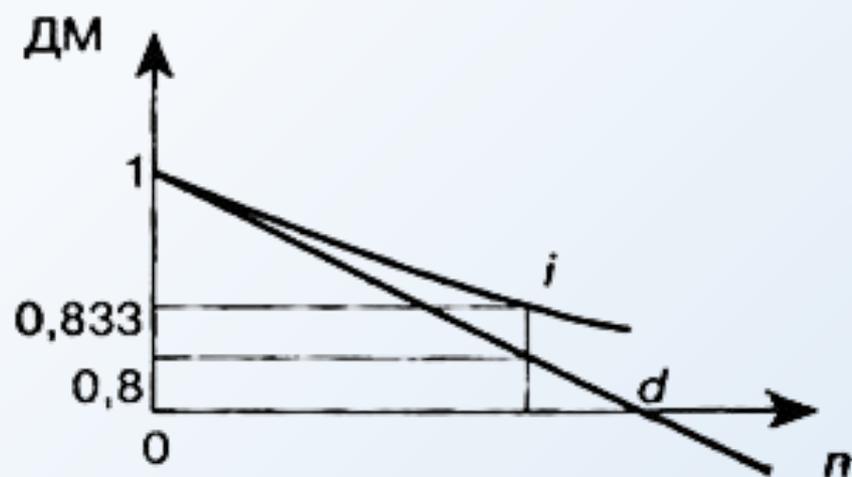
Прямые и обратные задачи при наращении и дисконтировании

Ставки

Прямая задача

Обратная
задача

Множители наращенения и дисконтные множители при $i = d = 20\%$



Определение срока ссуды

⊙ срок в годах:

$$n = \frac{S - P}{Pi} = \frac{S/P - 1}{i}$$

$$n = \frac{S - P}{Sd} = \frac{1 - P/S}{d}$$

○ срок в днях:

$$t = \frac{S - P}{Pi} K$$

$$t = \frac{S - P}{Sd} K$$

Определение величины процентной ставки

○

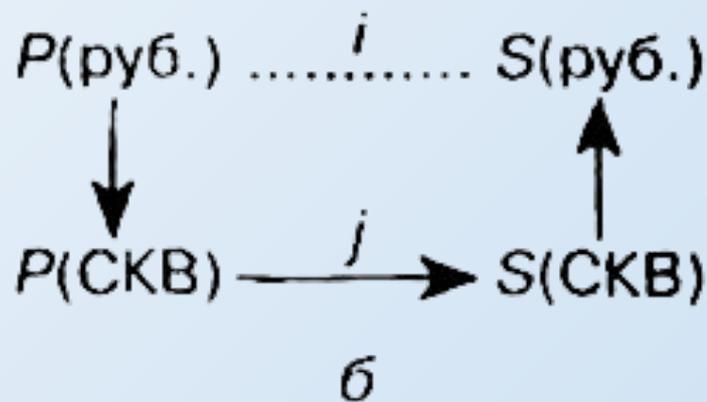
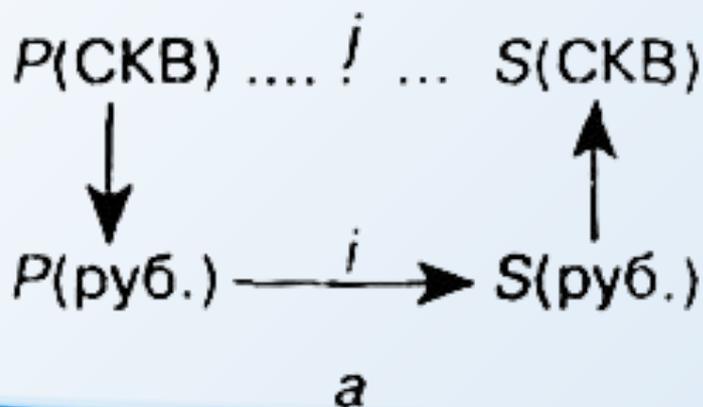
$$i = \frac{S - P}{Pn} = \frac{S - P}{Pt} K$$

$$d = \frac{S - P}{Sn} = \frac{S - P}{St} K$$

Конверсия (обмен) валют и наращение процентов

Возможны четыре варианта:

- без конверсии: СКВ → СКВ;
- с конверсией: СКВ → Руб. → Руб. → СКВ;
- без конверсии: Руб. → Руб.;
- с конверсией: Руб. → СКВ → СКВ → Руб.



Обозначения

- ⊙ P_v – сумма депозита в СКВ
- P_r – сумма депозита в рублях
- S_v – наращенная сумма в СКВ
- S_r – наращенная сумма в рублях
- K_0 – курс обмена в начале операции (курс СКВ в рублях)
- K_1 – курс обмена в конце операции
- n – срок депозита
- i – ставка наращения для рублевых сумм
- j – ставка наращения для конкретного вида СКВ

Вариант СКВ → Руб. → Руб. → СКВ

Операция предполагает три шага:

- обмен валюты на рубли
- наращение процентов на эту сумму в рублях
- конвертирование в исходную валюту

$$S_v = P_v K_0 (1 + ni) \frac{1}{K_1}$$

Множитель наращения:

$$m = \frac{K_0}{K_1} (1 + ni) = \frac{1 + ni}{K_1/K_0}$$

Вариант СКВ → Руб. → Руб. → СКВ.
Измерение доходности операции.

Пусть $i_э$ – простая процентная ставка, характеризующая рост суммы P_v до величины S_v

$$i_э = \frac{S_v - P_v}{P_v n}$$

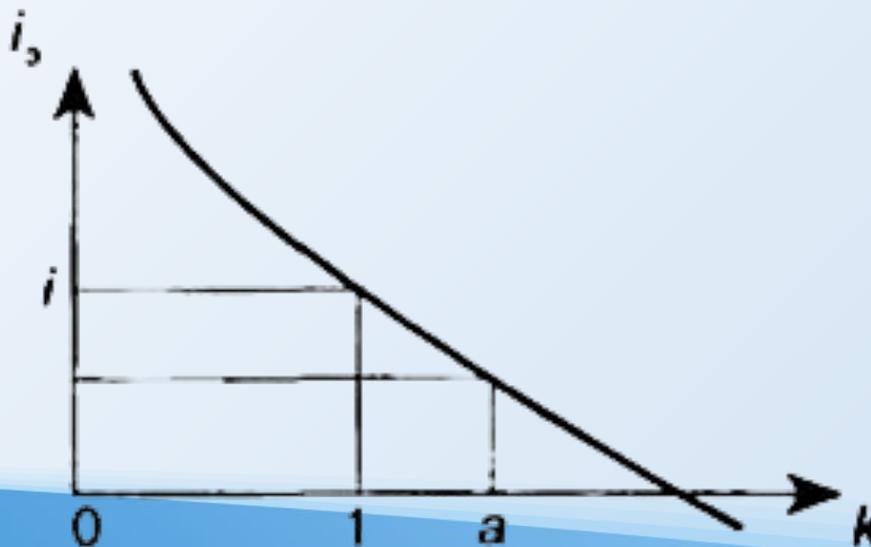
$$i_э = \left[\frac{K_0}{K_1} (1 + ni) - 1 \right] / n = \frac{m - 1}{n}$$

Вариант СКВ → Руб. → Руб. → СКВ.
Измерение доходности операции.

Пусть существует величина, характеризующая соотношение последнего и первого курсов валюты:

$$k = \frac{K_1}{K_0}$$

тогда:



Вариант Руб. \rightarrow СКВ \rightarrow СКВ \rightarrow Руб.

Три шага операции:

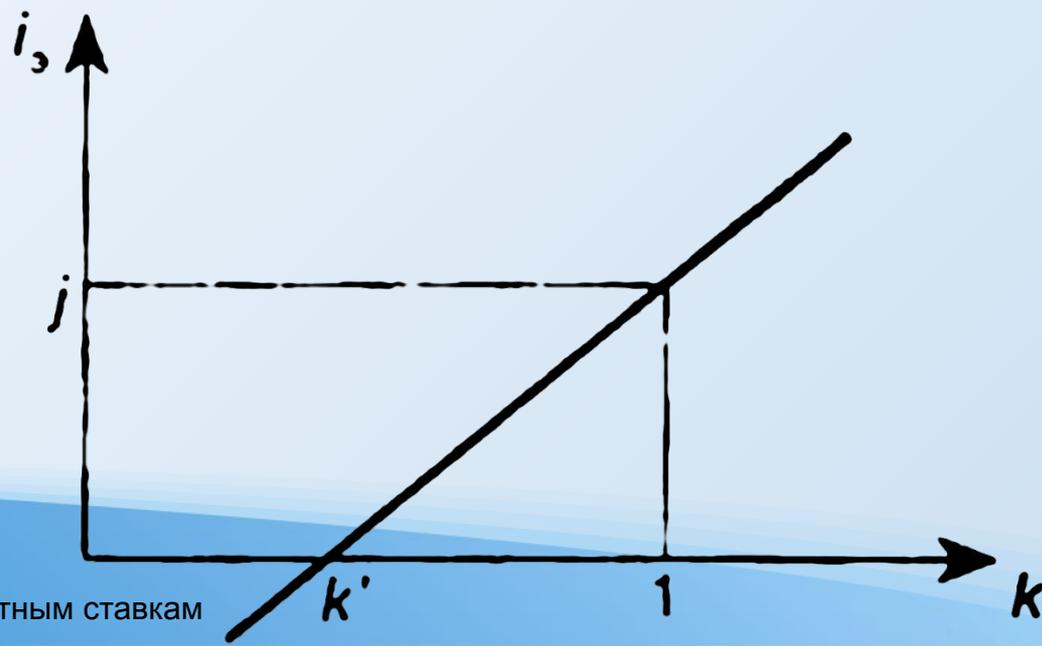
- обмен рублей на СКВ
- наращение процентов на сумму в валюте
- обмен валюты на рубль

$$S_r = \frac{P_r}{K_0} (1 + nj) K_1 = P_r (1 + nj) \frac{K_1}{K_0}$$

Вариант Руб. → СКВ → СКВ → Руб.
Измерение доходности операции.

○
$$i_{\text{э}} = \frac{S_r - P_r}{P_r n}$$

$$i_{\text{э}} = \left[\frac{K_1}{K_0} (1 + nj) - 1 \right] / n = [k(1 + nj) - 1] / n$$



Спасибо за внимание!