

# Лекция №9

**Расчет ж/б элементов по  
пределным состояниям  
ой группы**

**II-**

## Вопросы подлежащие изучению:

1. Общие сведения о расчете.
2. Определение момента образования трещин.
3. Расчет ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной силе.
4. Определение прогибов ж/б элементов.
5. Определение кривизны ж/б элементов.

# 1. Общие сведения о расчете

II-ая группа предельных состояний включает расчеты:

- 1) по образованию и раскрытию трещин;
- 2) по определению ширины раскрытия трещин, нормальных ( $\perp$ ) к продольной оси;
- 3) расчеты по прогибам.

В обычных ж/б конструкциях трещины допускаются, но раскрытие их (ширина) нормируется по следующим признакам:

- по продолжительности действия нагрузок;
- по условию сохранения арматуры;
- по условию ограничения проницаемости вовнутрь конструкции.

Ширина раскрытия трещин допускается:

$a_{cr} = 0,1 \div 0,4 \text{ мм}$  - в зависимости от вида конструкции, от условий ее эксплуатации.

## 2. Определение момента образования трещин

Трещины возникнут, если выполняется неравенство:

$$M > M_{crc};$$

$M$  – момент от внешней нагрузки;

$M_{crc}$  – момент трещинообразования (момент сопротивления появлению трещин) без учета неупругих деформаций растянутого бетона и с их учетом:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W; \quad M_{crc} = R_{bt,ser} W_{p\boxtimes}$$

$R_{bt,ser}$  – расчетное сопротивление по II-ой группе ПС;

$W, W_{p\boxtimes}$  – упругий и упругопластический моменты сопротивл. сечения;

$W_{p\boxtimes} = \gamma \frac{I_{red}}{y_t} \gamma$  – учитывает неупругие деформации растянутого бетона

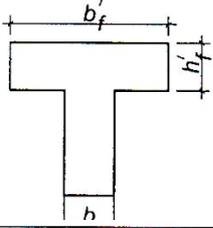
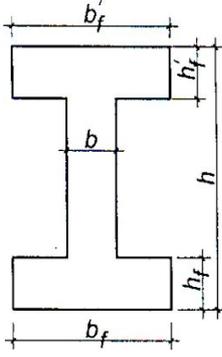
$I_{red} = I + I_s \alpha_s + I'_s \alpha'_s$  (зависит от формы поперечного сечения), см. табл.1  
 $\alpha_s = E_s / E_b$ ;

$I_{red}$  – приведенный момент инерции относительно ЦТ сечения;

$y_t$  – расстояние от наиболее растянутого волокна бетона до ЦТ сечения.

$I_{red}, W_{p\boxtimes}, y_t$  – рассчитываются по формулам сопромата.

## Значения коэффициентов $\gamma$ при расчете момента образования трещин

Сечение	Коэффициент $\gamma$	Форма поперечного сечения
1. Прямоугольное	1,3	
2. Тавровое с полкой, расположенной в сжатой зоне	1,3	
4. Двутавровое симметричное: а) при $b'_f/b = b_f/b \leq 2$ независимо от отношения $h'_f/h = h_f/h$ б) при $2 < b'_f/b = b_f/b \leq 6$ , независимо от отношения $h'_f/h = h_f/h$ в) при $b'_f/b = b_f/b > 6$ и $h'_f/h = h_f/h \geq 0,2$ г) при $6 < b'_f/b = b_f/b \leq 1,5$ и $h'_f/h = h_f/h < 0,2$ д) при $b'_f/b = b_f/b \geq 1,5$ и $h'_f/h = h_f/h < 0,2$	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="margin-bottom: 10px;">1,3</div> <div style="margin-bottom: 10px;">1,25</div> <div style="margin-bottom: 10px;">1,25</div> <div style="margin-bottom: 10px;">1,2</div> <div style="margin-bottom: 10px;">1,15</div> </div>	

### 3. Расчет ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси

Расчет по раскрытию трещин производится из условия:

$$a_{crc} \leq a_{crc,ult}; \text{ «ultimate» - предельная;}$$

где  $a_{crc}$  - ширина раскрытия трещины от внешней нагрузки;

$a_{crc,ult}$  - предельно допустимая ширина раскрытия трещины;

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \Psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} \lambda_{crc},$$

$\Psi_s$  - учитывает работу арматуры между трещинами, зависит от прочности сцепления бетона с арматурой, от напряжения в арматуре  $\sigma_s$  и т.п.;

$\varphi_1$  - коэффициент, учитывающий продолжительность действия нагрузки;

$\varphi_2$  - коэффициент, учитывающий профиль продольной арматуры;

$\varphi_3$  - коэффициент, учитывающий характер нагружения.

$\sigma_s$  - напряжение в растянутой арматуре в трещине;

$\lambda_{crc}$  - шаг трещин.

- для изгибаемых элементов;

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s};$$

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M}; \quad (\psi_s \geq 0,2) \text{ - для изгибаемых элементов;}$$

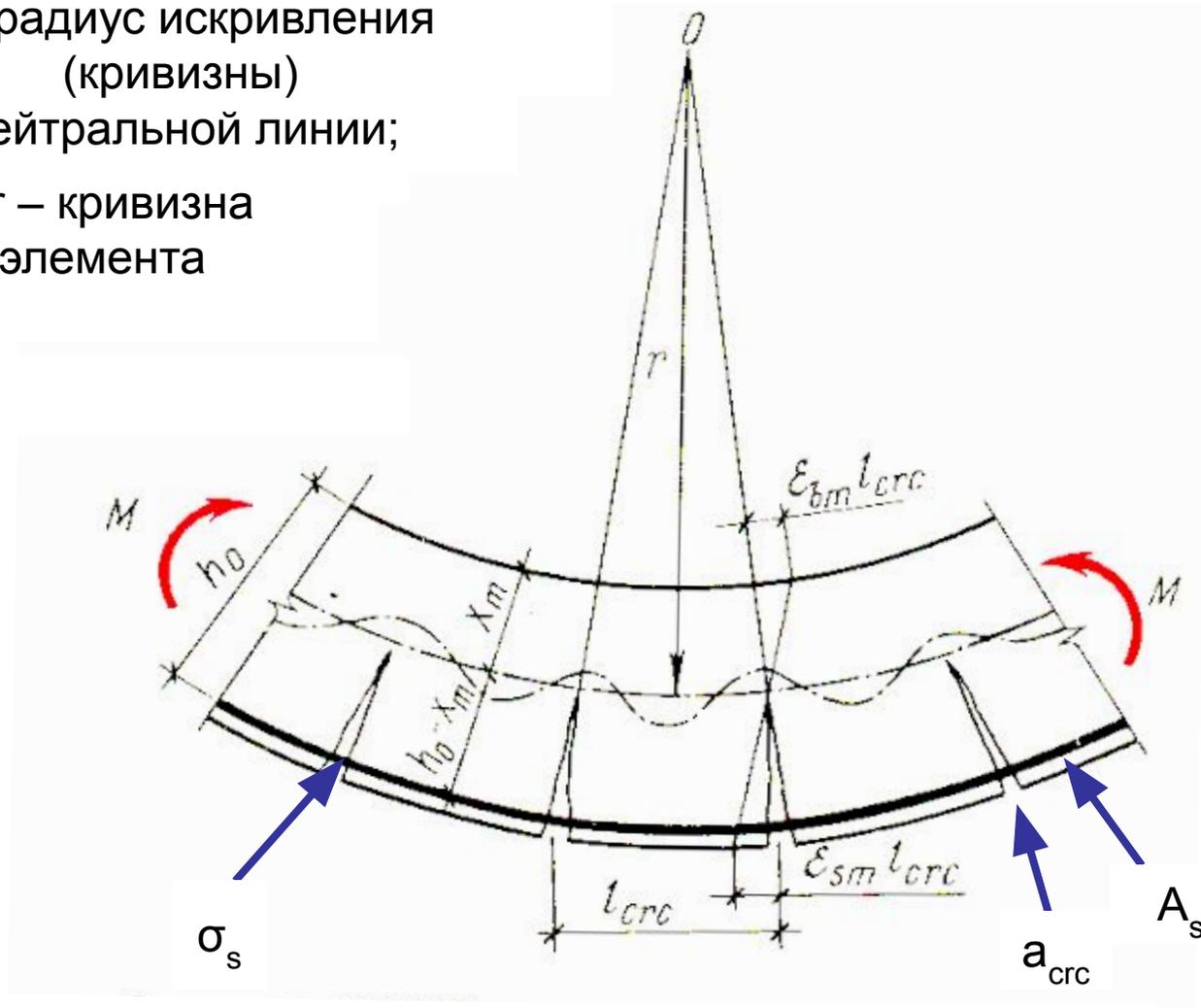
$$\sigma_{crc} = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s.$$

Расчет по раскрытию трещин не производят, если соблюдается условие:

$$M < M_{crc}.$$

## 4. Определение прогибов ж/б элементов

$r$  – радиус искривления  
(кривизны)  
нейтральной линии;  
 $1/r$  – кривизна  
элемента



К расчету прогибов элементов

Расчет по прогибам производится из условия:

$$f \leq f_{ult};$$

$f$  - прогиб элемента от внешней нагрузки;

$f_{ult}$  - предельно допустимый прогиб элемента по нормам.

Формула для прогиба, обусловленного деформацией изгиба, имеет вид:

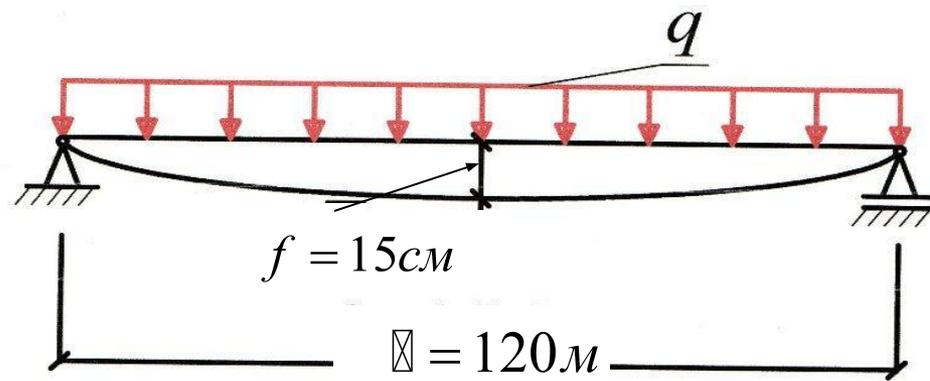
$$f = \int_0^l M_x \left( \frac{1}{r} \right)_x dx \quad (1)$$

где  $M_x$  – изгибающий момент от внешней нагрузки в сечении  $x$

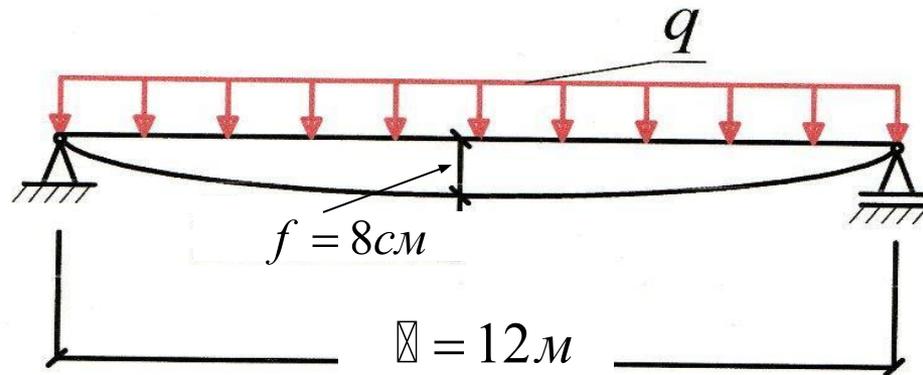
Сопротивление конструкции прогибам определяется ее изгибной жесткостью. Жесткость оценивается отношением

$\frac{f}{l}$  для конструкций:

$$\frac{f}{l} = \begin{cases} \text{для гражд. здания} \left[ \frac{1}{150} \div \frac{1}{250} \right] \text{ от пролета}; \\ \text{для пром. зд. или спец. соор.} \left[ \frac{1}{300} \div \frac{1}{500} \right] \text{ от пролета.} \end{cases}$$



$$\frac{f}{\text{span}} = \frac{1}{500}; \quad \frac{f}{\text{span}} = \frac{15}{12000} = \frac{1}{800} < \frac{1}{500}$$



$$\frac{f}{\text{span}} = \frac{1}{250}; \quad \frac{f}{\text{span}} = \frac{8}{1200} = \frac{1}{150} > \frac{1}{250}$$

Если разбивать элемент на ряд участков, можно получать прогибы для середин этих участков, используя формулу (1).

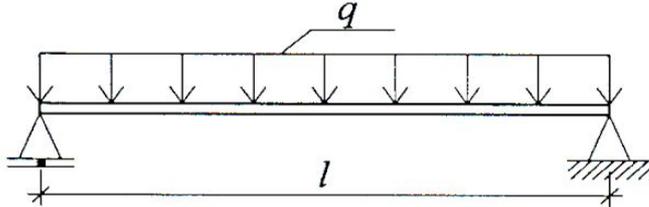
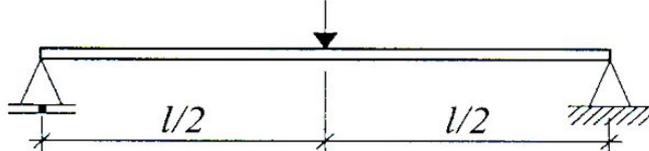
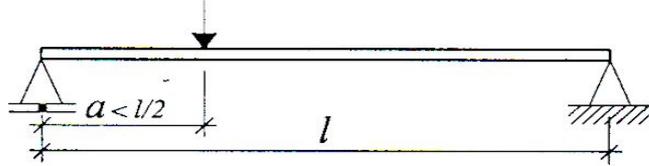
Максимальный прогиб однопролетных свободно опертых или консольных балок постоянного сечения, имеющих трещины на каждом участке, рассчитывается по следующей формуле:

$$f = s \sum^2 \frac{1}{r}$$

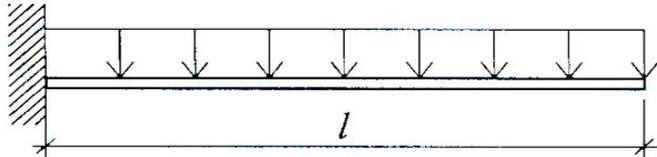
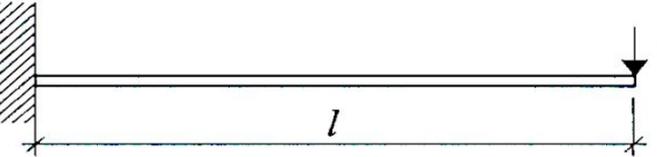
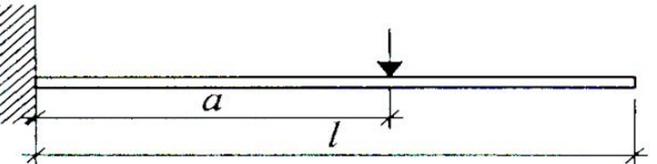
$s$  - характеристика, учитывающая вид нагрузки;

$\frac{1}{r}$  - полная кривизна элемента в сечении с наибольшим  $M$ .

## Значение коэффициента $S$ при расчете прогиба элемента

Схема загрузки свободно опертой балки	Коэффициент $S$
 <p>A simply supported beam of length <math>l</math> is shown. The left support is a pin support, and the right support is a roller support. A uniformly distributed load <math>q</math> is applied downwards along the entire length of the beam.</p>	$\frac{5}{48}$
 <p>A simply supported beam of length <math>l</math> is shown. The left support is a pin support, and the right support is a roller support. A single point load is applied downwards at the center of the beam, which is at a distance of <math>l/2</math> from both supports.</p>	$\frac{1}{12}$
 <p>A simply supported beam of length <math>l</math> is shown. The left support is a pin support, and the right support is a roller support. A single point load is applied downwards at a distance <math>a</math> from the left support, where <math>a &lt; l/2</math>.</p>	$\frac{1}{8} - \frac{a^2}{6l^2}$

Продолжение табл.2

Схема загрузки консоли	Коэффициент $S$
	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{a}{6l} \left( 3 - \frac{a}{l} \right)$

## 5. Определение кривизны ж/б элементов

Различают 2 случая:

1) элементы работают без трещин

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_{b1} I_{red}}; \rightarrow \begin{cases} E_{b1} = 0,85 E_b - \text{кратковременное нагружение;} \\ E_{b1} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} - \text{длительное нагружение;} \end{cases}$$

$E_{b1}$  - модуль деформации бетона сжатой части;

$\varphi_{b,cr}$  - коэффициент ползучести бетона.

2) элементы работают с трещинами

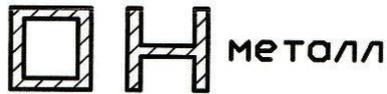
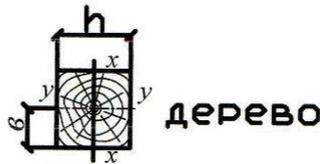
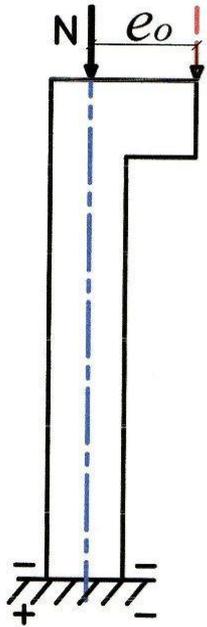
$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_{b,red} I_{red}} \rightarrow E_{b,red} \text{ - приведенный модуль деформации сжатого бетона, определяется по СНиП.}$$

Для изгибаемых элементов прямоугольного, таврового и двутаврового сечения кривизна на участке с трещинами

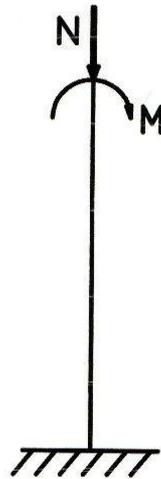
$$\frac{1}{r} = \frac{M - \varphi_2 b h^2 R_{bt,ser}}{\varphi_1 E_s A_s h_0^2} \quad \varphi_1, \varphi_2 \text{ - табличные коэффициенты для симметричных сечений}$$

# Задача

Используется принцип независимости действия сил



$$\mu = (1 \div 2)\%$$



$$M = Ne_0$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \leq [R]_d \quad - \text{ для дерева}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \leq [R]_s \quad - \text{ для металла}$$

$$W = \frac{I}{z} = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6}$$

$$M = R_b bx(h_0 - 0,5x) + (R_{sc} A'_s - \frac{N}{2})(h_0 - a') \quad - \text{ для железобетона}$$