

Формулы корней квадратных уравнений

Цель: 1. Вывести формулу корней квадратных уравнений
2. Составить алгоритм решения полного квадратного уравнения

Решите уравнения:

$$3x^2 - 75 = 0;$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0;$$

$$x^2 - x - 2 = 0.$$

$$3x^2 - 75 = 0;$$

$$3x^2 = 75; \quad x^2 - 25 = 0;$$

$$x^2 = 25; \quad (x - 5)(x + 5) = 0;$$

$$x = 5; x = -5. \quad x - 5 = 0; x + 5 = 0;$$

$$x = 5; \quad x = -5.$$

Ответ : -5;5

$$x^2 - 14x + 49 = 0;$$

$$(x - 7)^2 = 0;$$

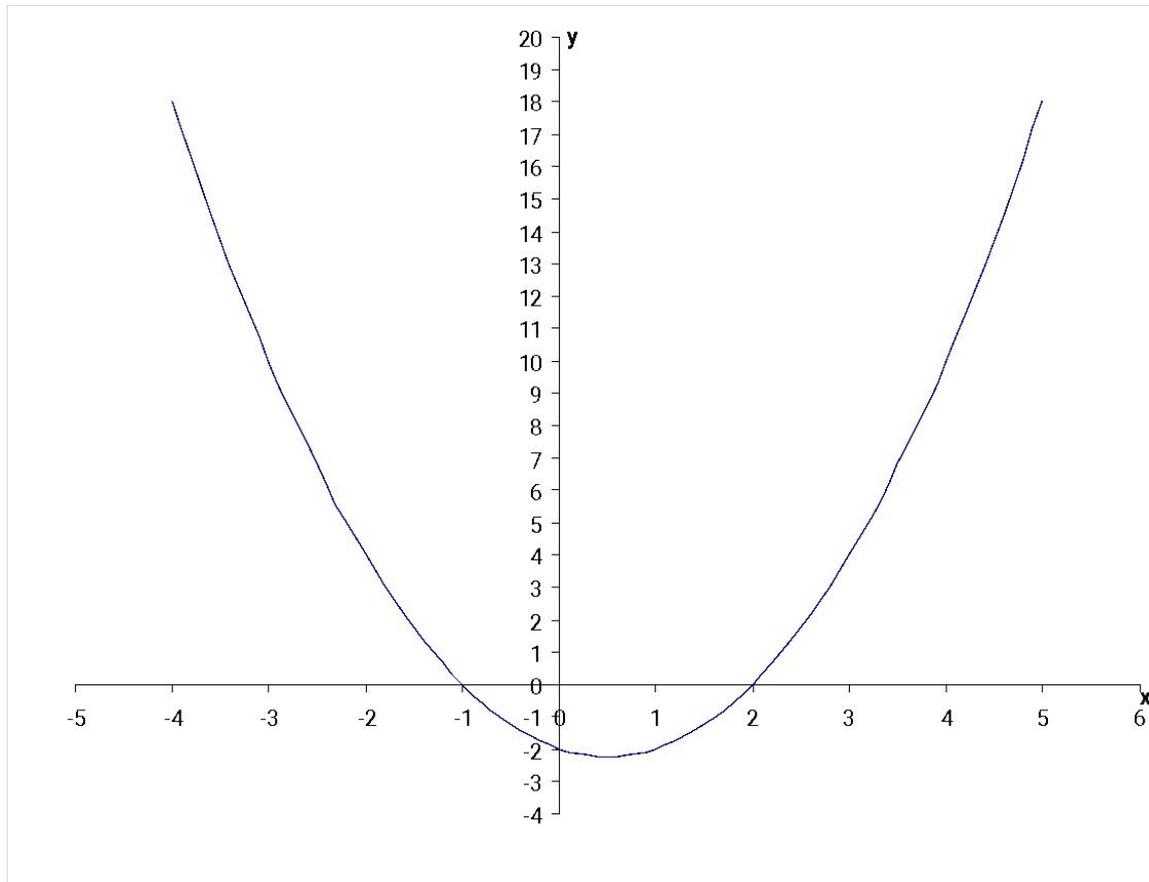
$$x - 7 = 0;$$

$$x = 7.$$

Ответ: 7.

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Введем функцию $y = x^2 - x - 2$



Ответ : -1;2

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ z\ddot{a}}de \ a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c =$$

$$= a \left(\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a^2} \right) + c =$$

$$= a \left(x + 2 \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} + c =$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c =$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0;$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a};$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2};$$

Пусть $t = x + \frac{b}{2a}$, тогда $t^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$;

$$t_1 = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}; \quad t_2 = -\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}};$$

$$x_1 + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0$$

1. Вычислить дискриминант $D = b^2 - 4ac$

2. Если $D < 0$, то *корней нет*;

3. Если $D > 0$, то *2 корня*:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

4. Если $D = 0$, то *1 корень*:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Алгоритм решения квадратных уравнений

1. Вычислить дискриминант

$$D = b^2 - 4ac .$$

2. Если $D < 0$, то корней нет

3. Если $D = 0$, то 1 корень

$$x = -\frac{b}{2a} .$$

4. Если $D > 0$, то 2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} .$$

№1. Решите уравнения

а) $x^2 + 5x - 6 = 0 ;$

б) $2x^2 + 3x + 1 = 0 ;$

в) $x^2 - 2x + 5 = 0 ;$

г) $-x^2 + 10x - 25 = 0 ;$

№2. Зависимость объема спроса q (тыс.руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p задается формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс.руб.) вычисляется по формуле $r = p \cdot q$. Определите наибольшую цену, при которой месячная выручка составит не менее 600 тыс.руб. Ответ приведите в тыс.руб.

№3

Одна сторона прямоугольника на 5см больше другой, а его площадь равна 84см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

№2. Зависимость объема спроса q (тыс.руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p задается формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс.руб.) вычисляется по формуле $r = p \cdot q$. Определите наибольшую цену, при которой месячная выручка составит не менее 600 тыс.руб. Ответ приведите в тыс.руб.

Решение

$$r = p(160 - 10p);$$

$$600 = p(160 - 10p);$$

$$600 = 160p - 10p^2;$$

$$10p^2 - 160p + 600 = 0;$$

$$p^2 - 16p + 60 = 0;$$

$$a = 1, b = -16, c = 60$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$D = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60;$$

$$D = 16. \quad D > 0, \quad 2 \text{ корня}$$

$$p_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad p_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

$$p_1 = \frac{16 + \sqrt{16}}{2 \cdot 1}; \quad p_2 = \frac{16 - \sqrt{16}}{2 \cdot 1};$$

$$p_1 = 10; \quad p_2 = 6.$$

Ответ: 10 тыс.руб.

Алгоритм решения квадратных уравнений

1. Вычислить дискриминант

$$D = b^2 - 4ac.$$

2. Если $D < 0$, то корней нет

3. Если $D = 0$, то 1 корень

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

4. Если $D > 0$, то 2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}.$$

№1. Решите уравнения

а) $x^2 + 5x - 6 = 0$;

б) $2x^2 + 3x + 1 = 0$;

в) $x^2 - 2x + 5 = 0$;

г) $-x^2 + 10x - 25 = 0$;

№2. Зависимость объема спроса q (тыс.руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p задается формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс.руб.) вычисляется по формуле $r = p \cdot q$. Определите наибольшую цену, при которой месячная выручка составит не менее 600 тыс.руб. Ответ приведите в тыс.руб.

№3

Одна сторона прямоугольника на 5см больше другой, а его площадь равна 84см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

*Алгоритм
решения квадратных уравнений*

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

1. Вычислить дискриминант

$$D = b^2 - 4ac.$$

2. Если $D < 0$, то корней нет

3. Если $D = 0$, то 1 корень

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

4. Если $D > 0$, то 2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}.$$

