

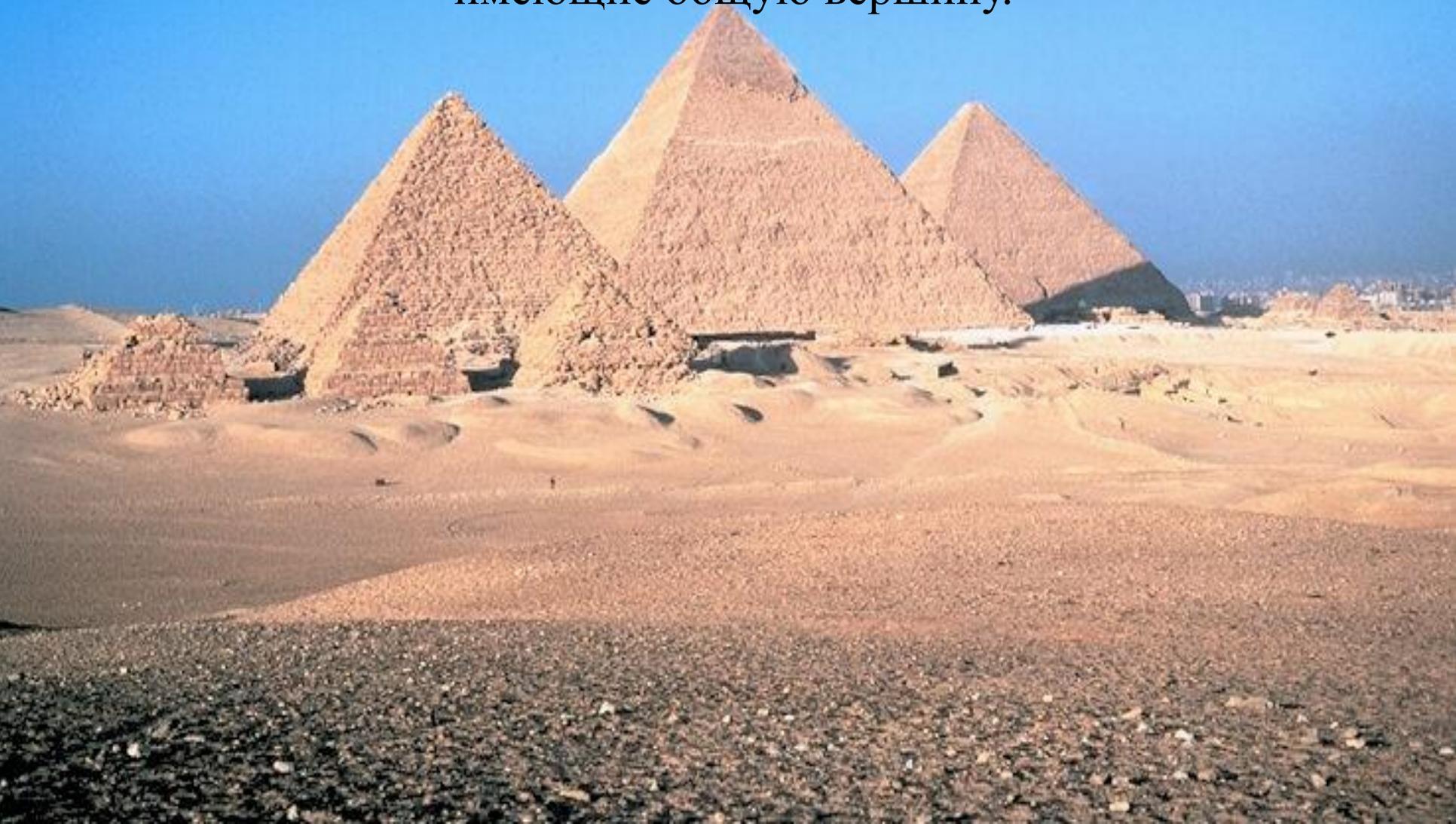
Государственное общеобразовательное казенное учреждение  
Амурской области  
«Общеобразовательная школа при учреждениях исполнения наказания»

A hand is shown in the upper right corner, pointing towards the center of the slide. The background features several 3D pyramids of various colors (white, yellow, purple) on a reflective surface.

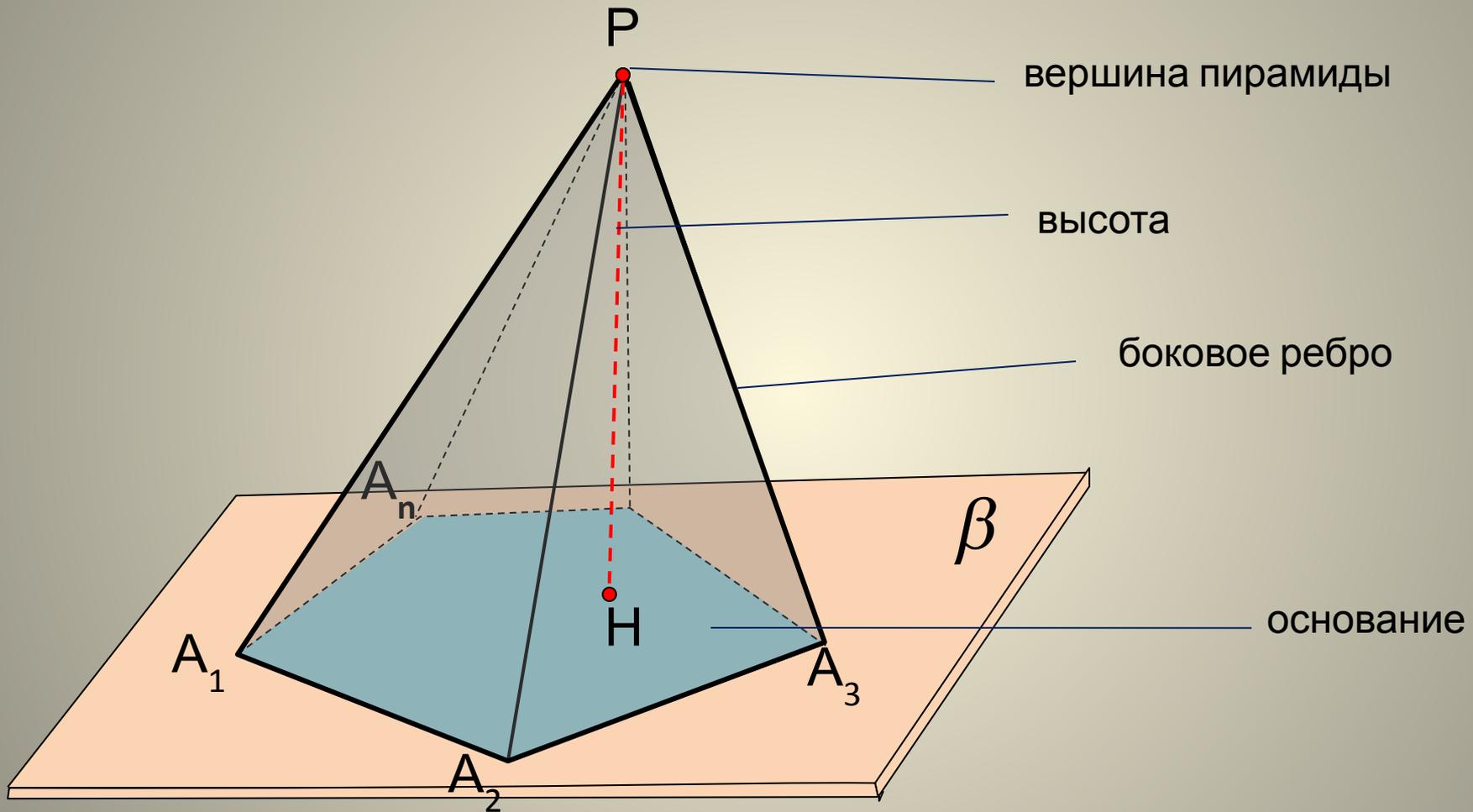
# Урок геометрии в 10 классе по теме «Пирамида»

подготовила учитель математики  
А. А. Шарикова

**Пирамида** – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину.

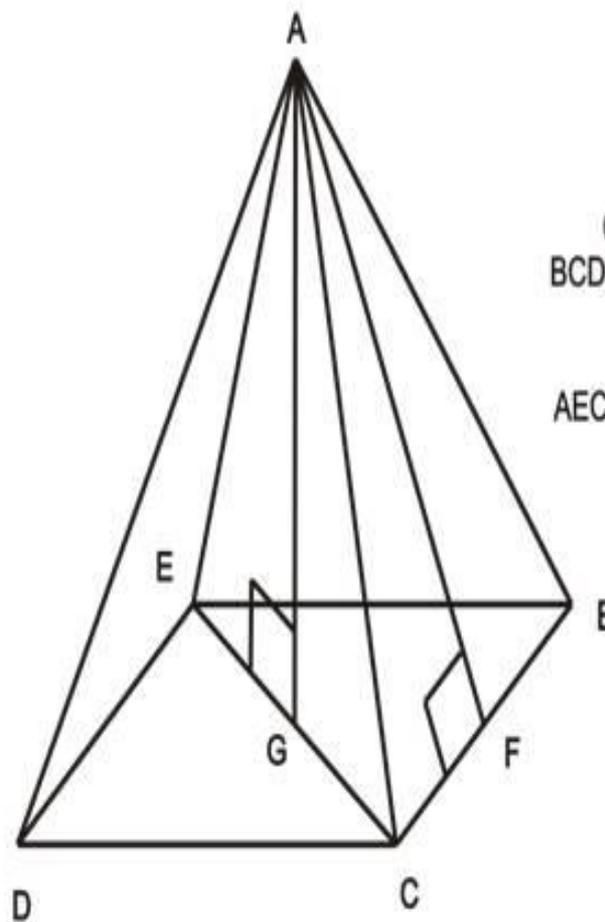


Многогранник, составленный из  $n$ -угольника  $A_1A_2\dots A_n$  и  $n$  треугольников, называется пирамидой.



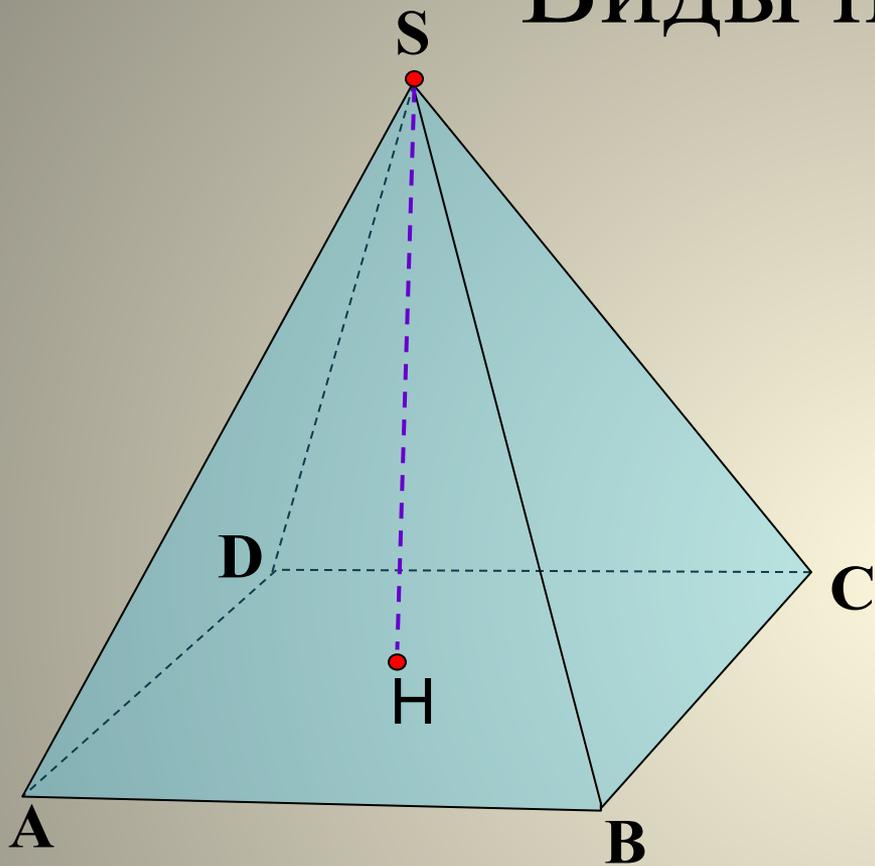
# Элементы пирамиды

- **апофема** — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины [\[3\]](#);
- **боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- **боковые ребра** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
- **основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

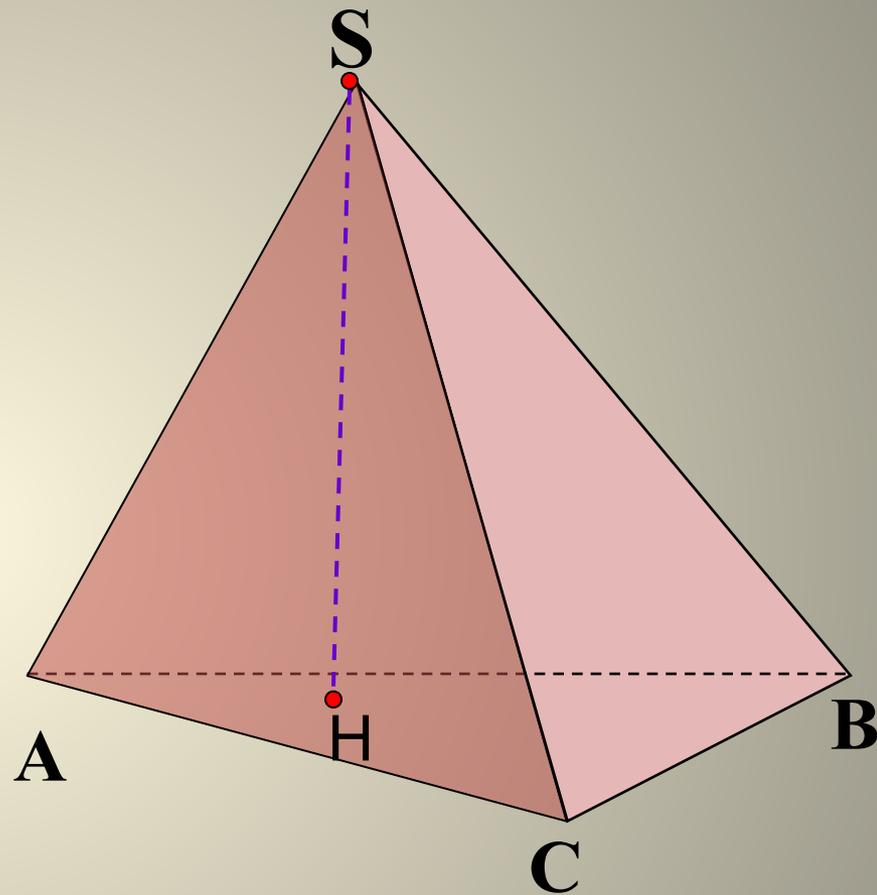


A – вершина пирамиды;  
AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;  
ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;  
BCDE – основание пирамиды;  
AG – высота;  
AF – апофема;  
AEC – диагональное сечение.

# Виды пирамид

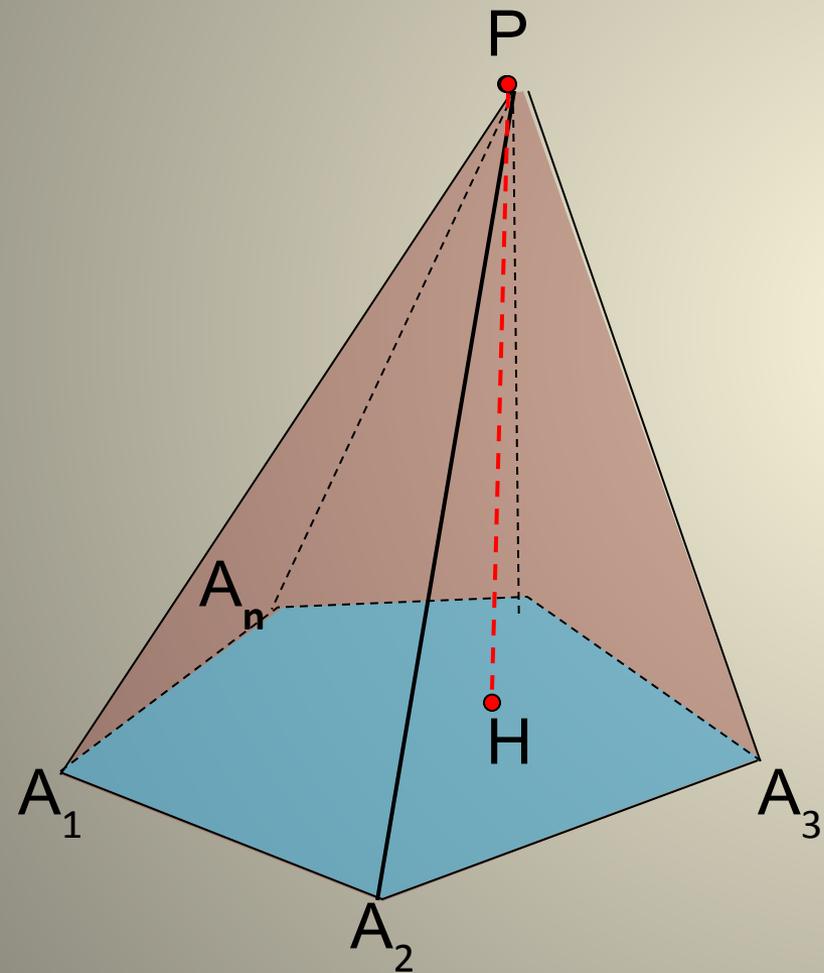


Четырехугольная пирамида

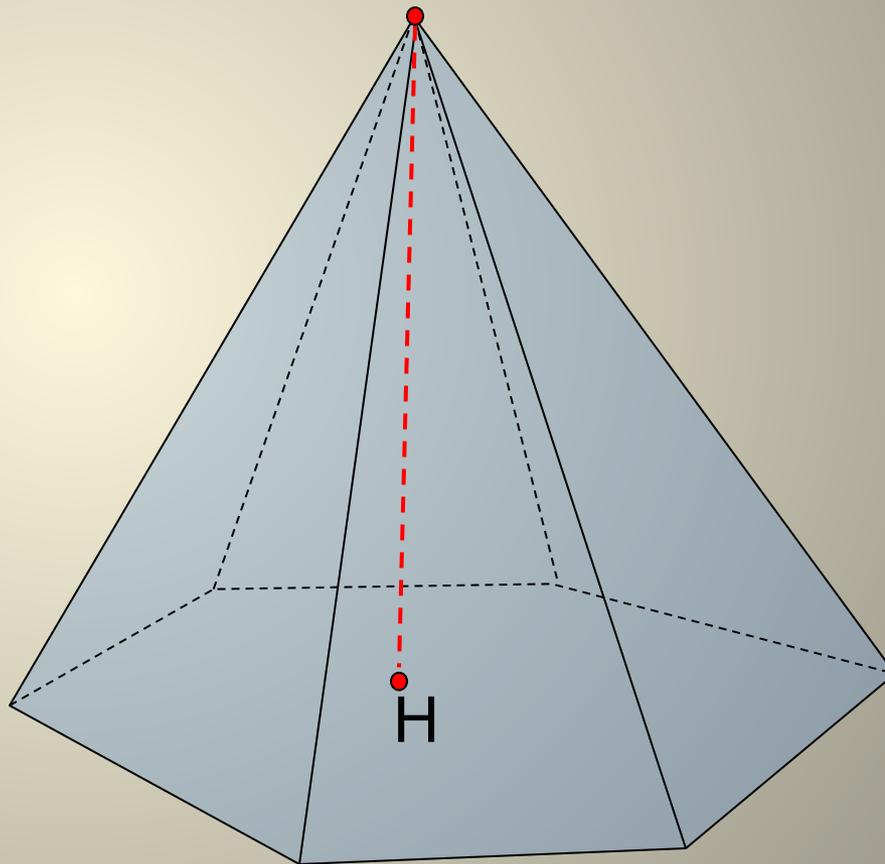


Треугольная пирамида (тетраэдр)

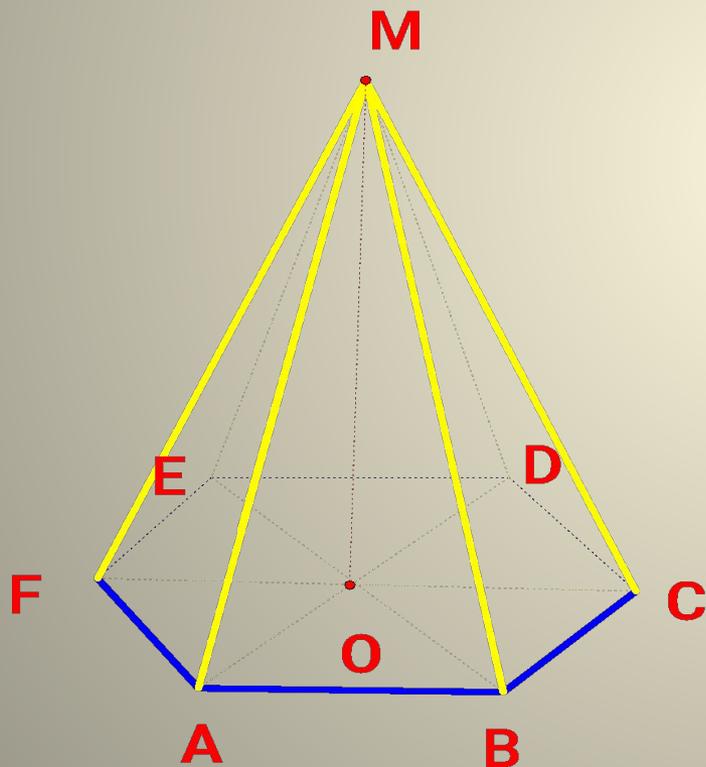
Пятиугольная пирамида



Шестиугольная пирамида



Пирамида называется *правильной*, если ее основание - правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину с центром основания, является ее высотой.



$MABCDEF$  - правильная пирамида

$ABCDEF$  – правильный многоугольник

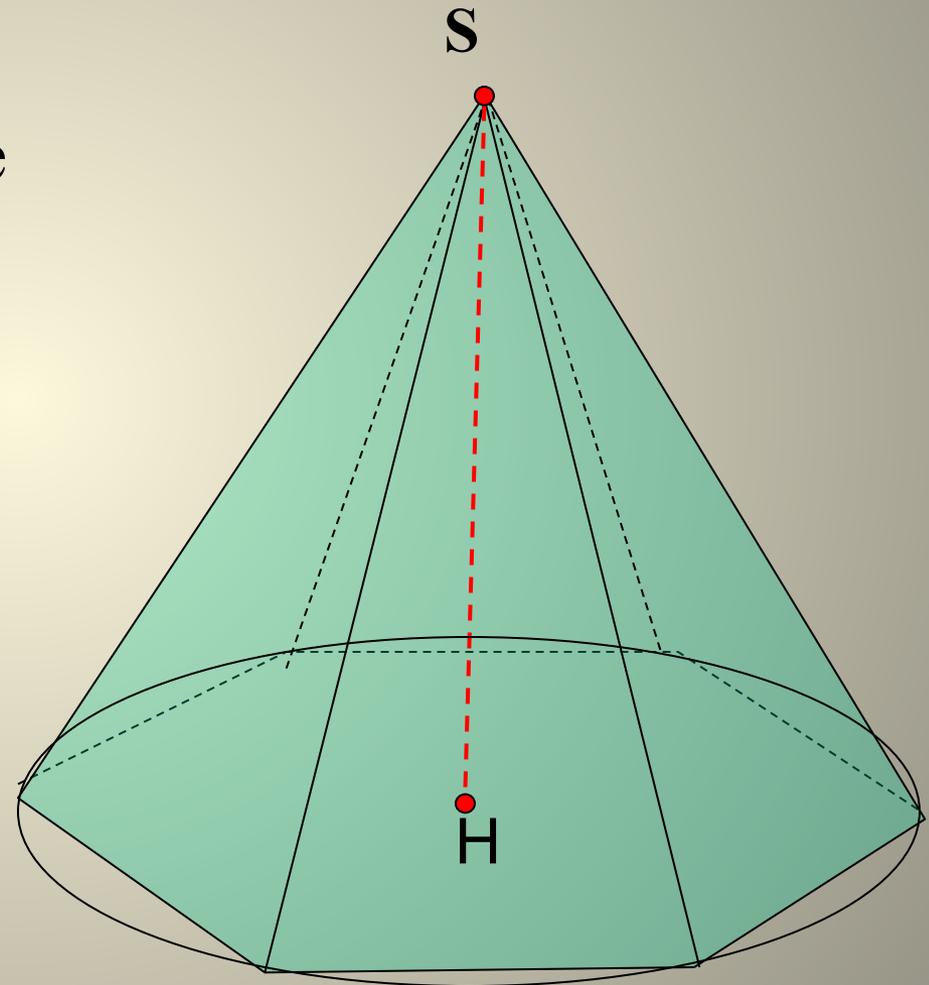
$MO$  - высота пирамиды

$O$  - центр многоугольника

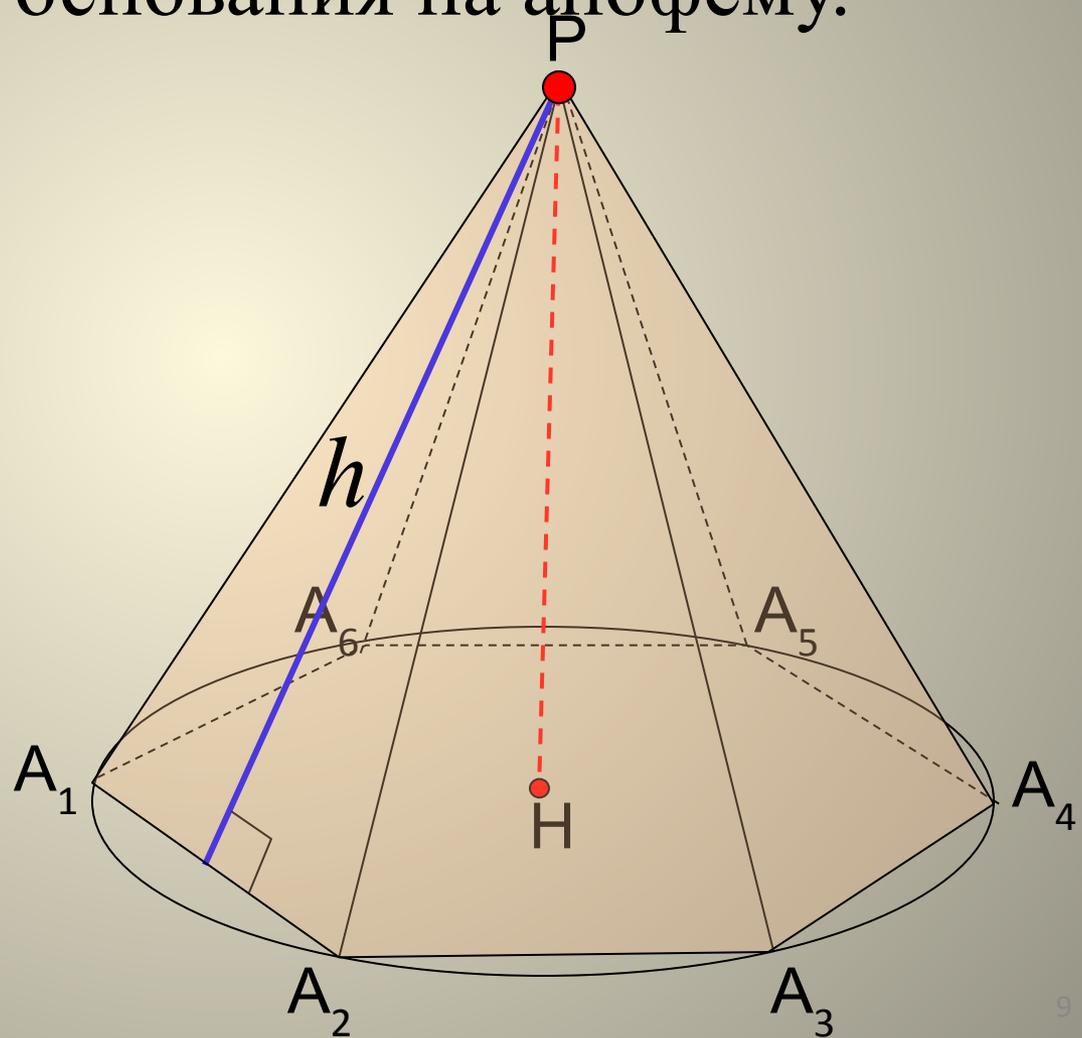
$ABCDEF$

# Свойства правильной пирамиды:

- боковые ребра равны
- боковые грани равные равнобедренные треугольники
- углы наклона боковых ребер к плоскости основания равны
- углы наклона боковых граней к плоскости основания равны
- апофемы равны



Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.



# Решение задач

## Задача 1

**Дано:**

SABCD — правильная пирамида

$$\angle SA^{\wedge}(ABC) = 60^{\circ}$$

$$SA = 12 \text{ см}$$

**Найти:**  $S_{\text{поверх.}}$

**Решение:**

$$1) S_{\text{поверх.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}} = AD^2 + \frac{1}{2} SH \cdot P$$

P — периметр основания

SH — апофема, AD — ребро основания

$$2) \triangle ASO: SO \perp (ABC) \Rightarrow \angle SAO = 60^{\circ}$$

$$\angle ASO = 90^{\circ} - \angle SAO = 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30^{\circ} \Rightarrow$$

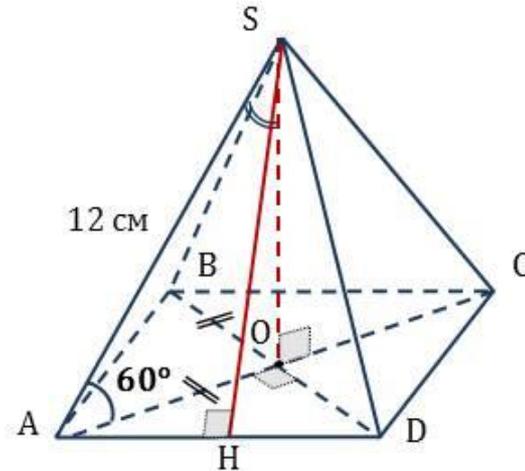
$$\Rightarrow AO = \frac{1}{2} SA = 6 \text{ (см)}$$

$$3) BD \perp AC, BO = AO = 6 \text{ см} \Rightarrow \triangle ABO \text{ — равноб.}$$

$$AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ (см)}$$

$$S_{\text{осн.}} = AB^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$P = 4 \cdot AB = 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2} \text{ (см)}$$



$$4) SH \perp AD \Rightarrow \triangle ABO \text{ — прямоугол.}$$

$$AH = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ см}$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{12^2 - (3\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{6} \text{ (см)} \Rightarrow$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} SH \cdot P = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{6} \cdot 24\sqrt{2} = 144\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

$$5) S_{\text{поверх.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}} = 72 + 144\sqrt{3} = 72(1 + 2\sqrt{3}) \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{поверх.}} = 72(1 + 2\sqrt{3}) \text{ см}^2$$

## Задача 2

**Дано:**

$DABC$  — правильная пирамида

$h$  — высота

$$(\angle ABC) \wedge (\angle DBC) = 45^\circ$$

**Найти:**  $S_{\text{полн.}}$

**Решение:**

1)  $DABC$  — правильная пирамида  $\Rightarrow$

$\Rightarrow O$  — центр равностороннего  $\triangle ABC$ .

2)  $OE \perp BC$ ,  $DE \perp BC \Rightarrow \angle DEO = 45^\circ$

3)  $\triangle DOE$  — прямоугол. ( $\angle DOE = 90^\circ$ ) равноб.

$$DO = OE = h$$

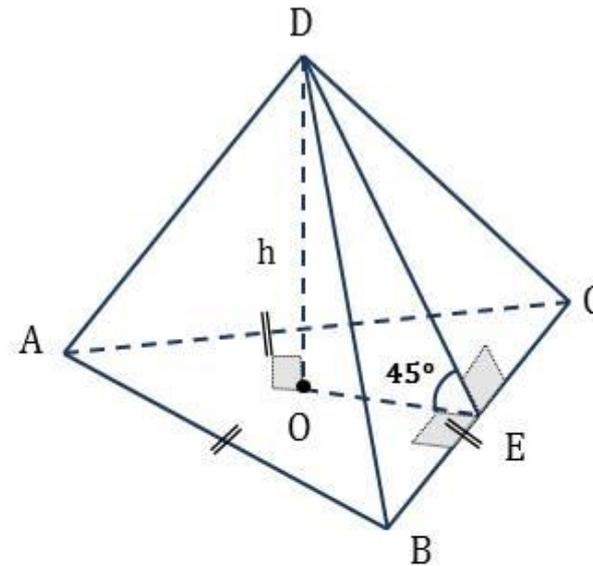
$$DE = \sqrt{DO^2 + OE^2} = \sqrt{h^2 + h^2} = h\sqrt{2}$$

4)  $DO = OE = r = h$

$$AB = x \Rightarrow S = \frac{\delta^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow r = \frac{2S}{3x}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\delta^2 \sqrt{3} \cdot 2}{4 \cdot 3\delta} = \frac{\delta}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x = 2h\sqrt{3}$$

$$5) S_{ABC} = \frac{\delta^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(2h\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4h^2 \cdot 3\sqrt{3}}{4} = h^2 3\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$



$$6) S_{BCH} = \frac{1}{2} x \cdot h\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 2h\sqrt{3} \cdot h\sqrt{2} = h^2\sqrt{6}$$

$$S_{\text{бок}} = 3 \cdot S_{BCD} = 3 \cdot h^2\sqrt{6}$$

$$7) S_{\text{бок.}} = 3 \cdot S_{BCD} = 3 \cdot h^2\sqrt{6}$$

$$8) S_{\text{полн.}} = S_{ABC} + S_{\text{бок.}} = 3\sqrt{3} h^2 + 3 \cdot h^2\sqrt{6} = 3h^2 \sqrt{3} (\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{полн.}} = 3h^2 \sqrt{3} (\sqrt{2} + 1)$$

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ**