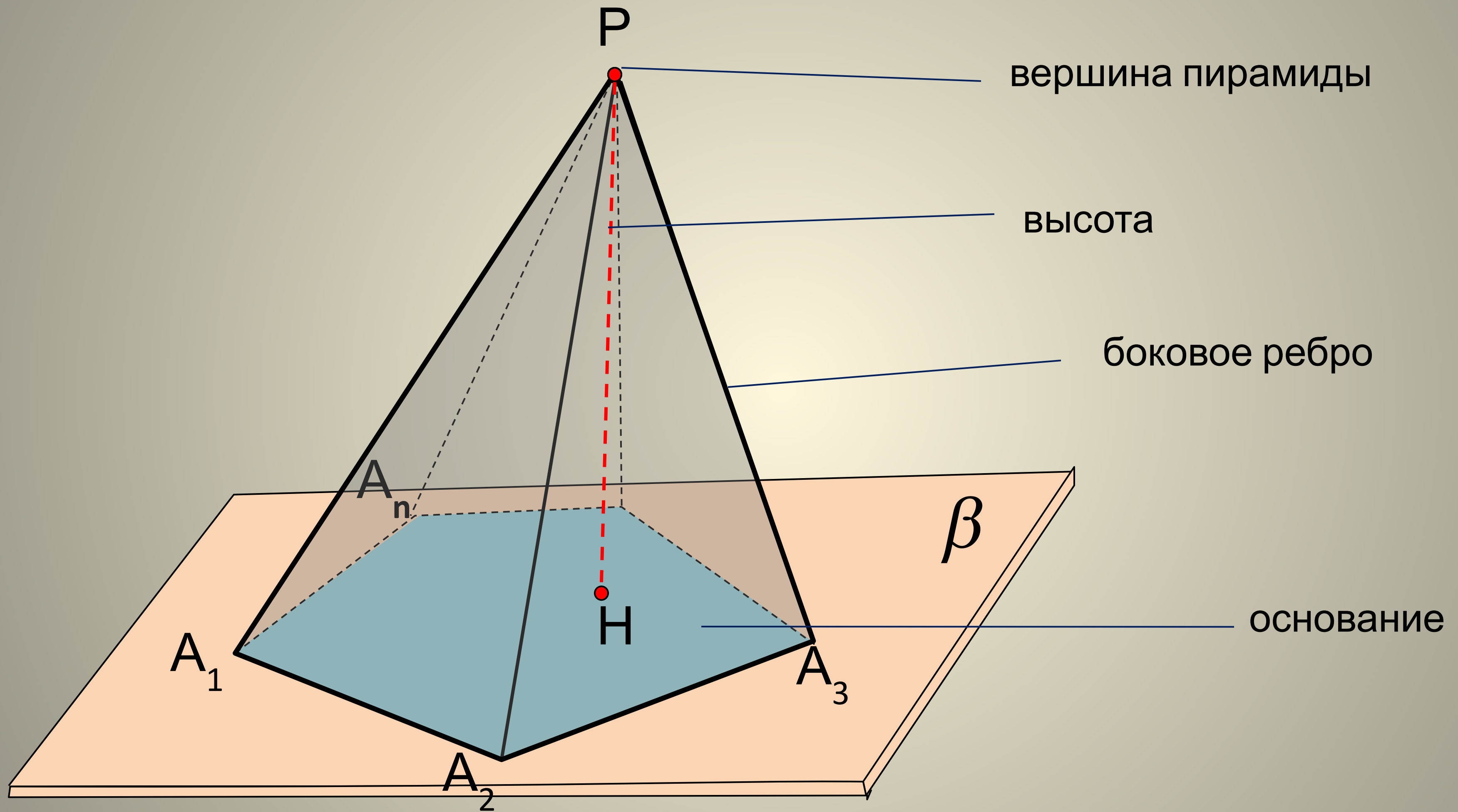
Государственное общеобразовательное казенное учреждение
Амурской области
«Общеобразовательная школа при учреждениях исполнения наказания»

Урок геометрии в 10 классе по теме «Пирамида»

подготовила учитель математики
А. А. Шарикова

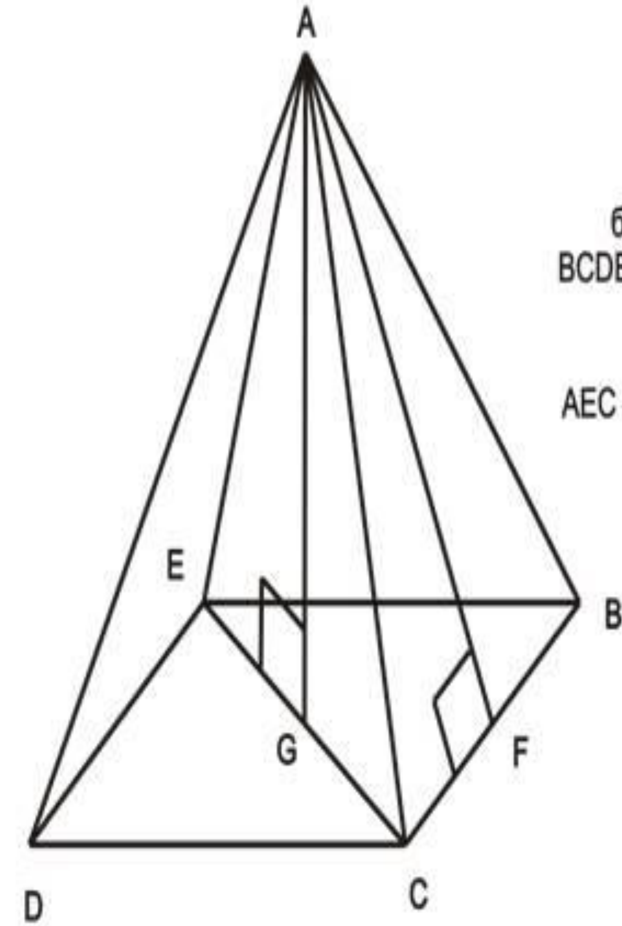
Пирамида – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину.

Многогранник, составленный из n-угольника $A_1A_2\ldots A_n$ и n треугольников, называется пирамидой.



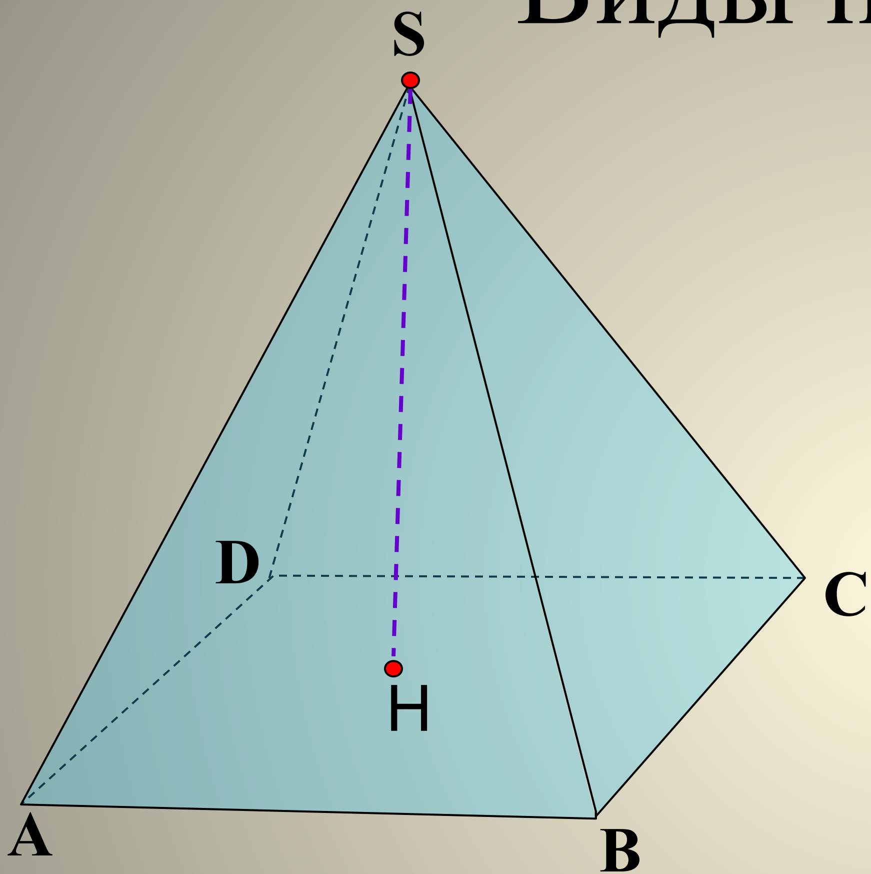
Элементы пирамиды

- **апофема** — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины [3];
- **боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- **боковые ребра** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
- **основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

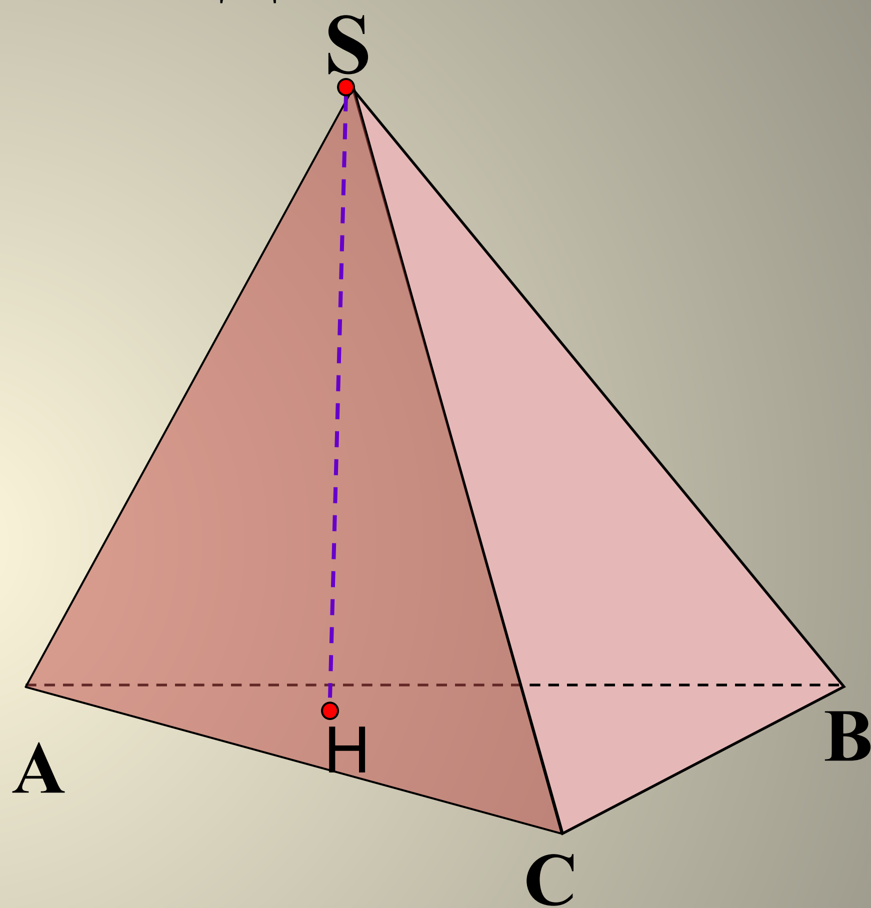


A – вершина пирамиды;
AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;
ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;
BCDE – основание пирамиды;
AG – высота;
AF – апофема;
AEC – диагональное сечение.

Виды пирамид

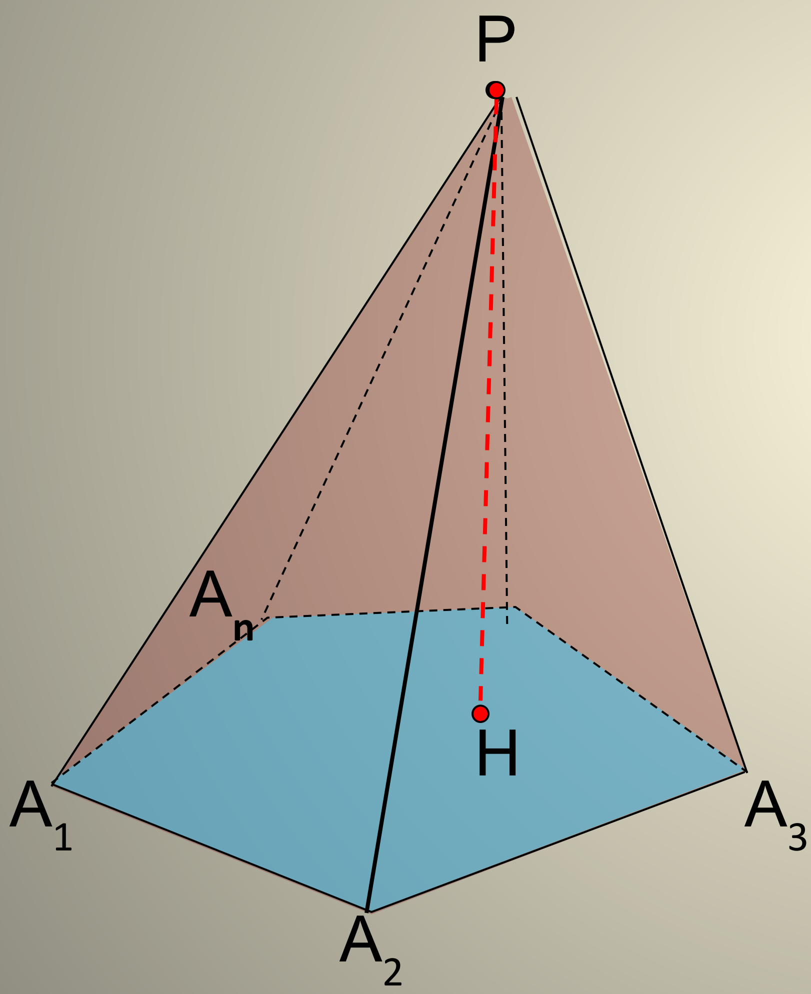


Четырехугольная пирамида

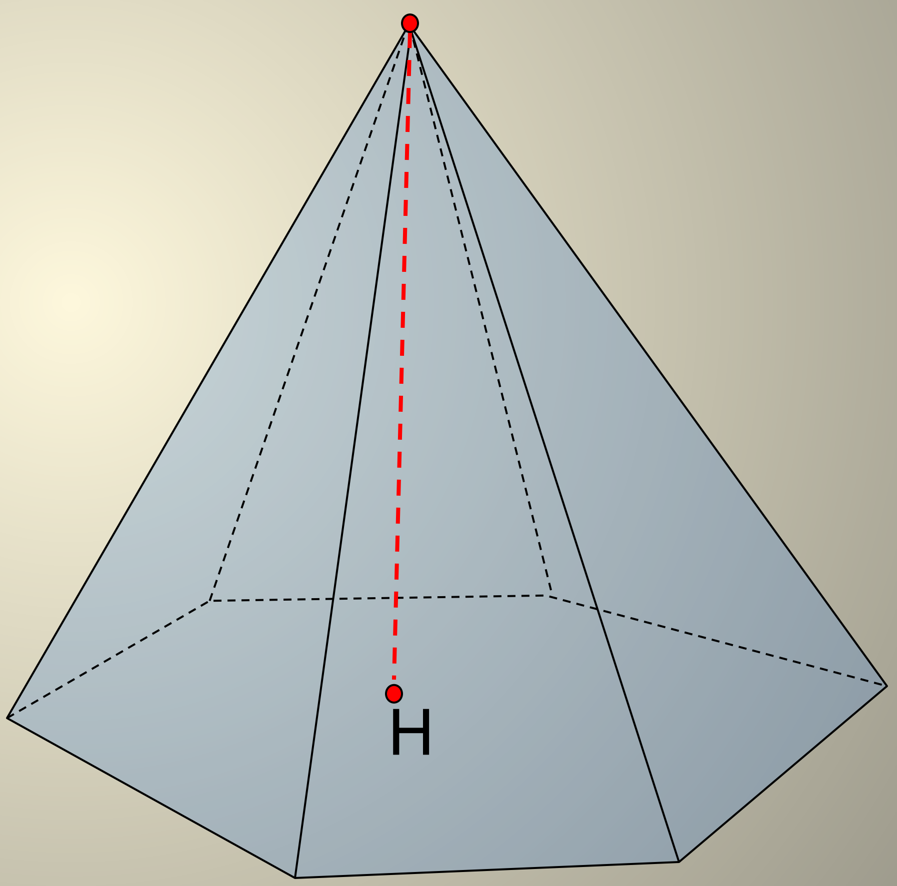


Треугольная пирамида
(тетраэдр)

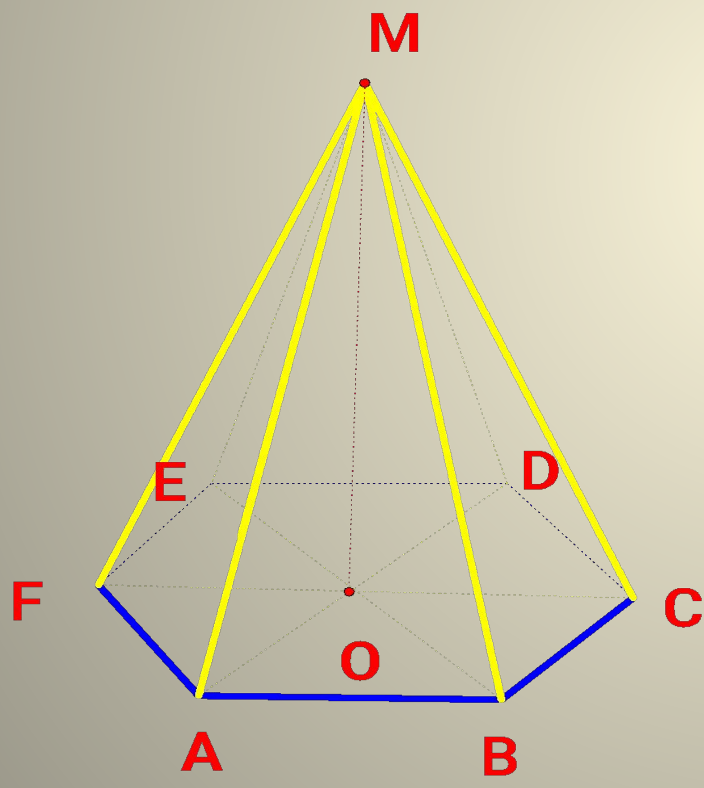
Пятиугольная пирамида



Шестиугольная пирамида



Пирамида называется ***правильной***, если ее основание - правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину с центром основания, является ее высотой.



MABCDEF - правильная пирамида

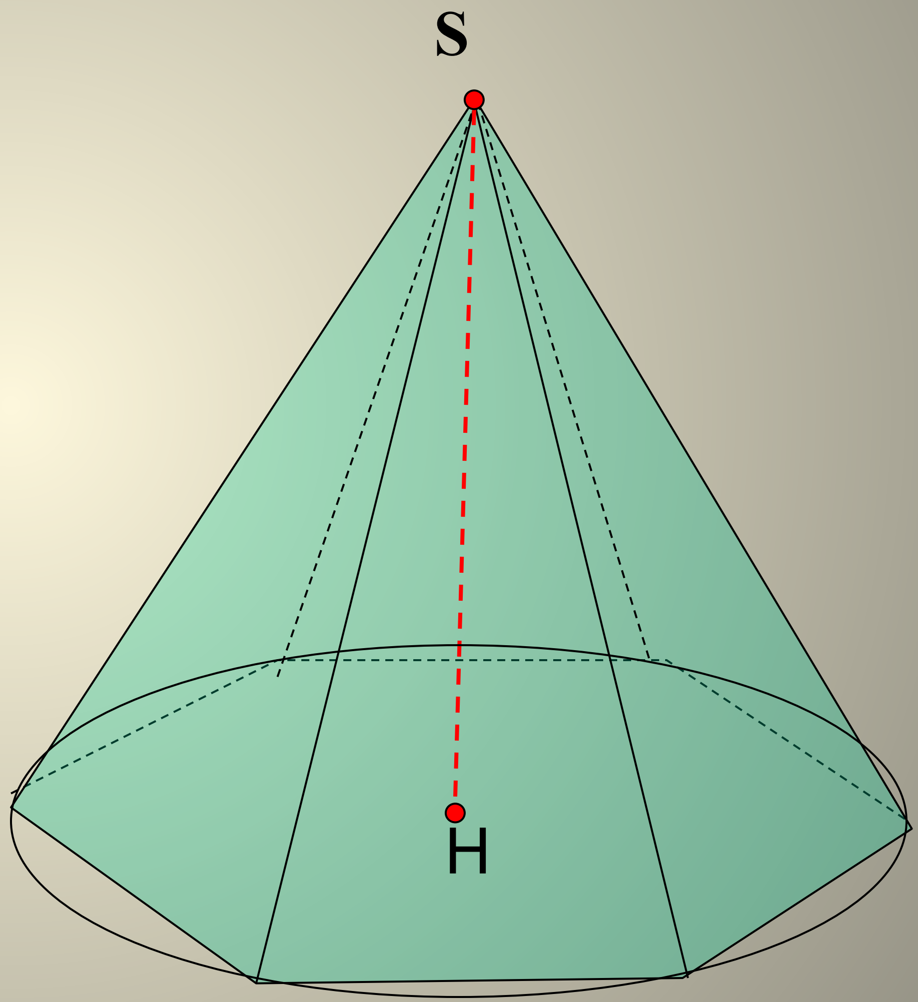
ABCDEF – правильный многоугольник

MO - высота пирамиды

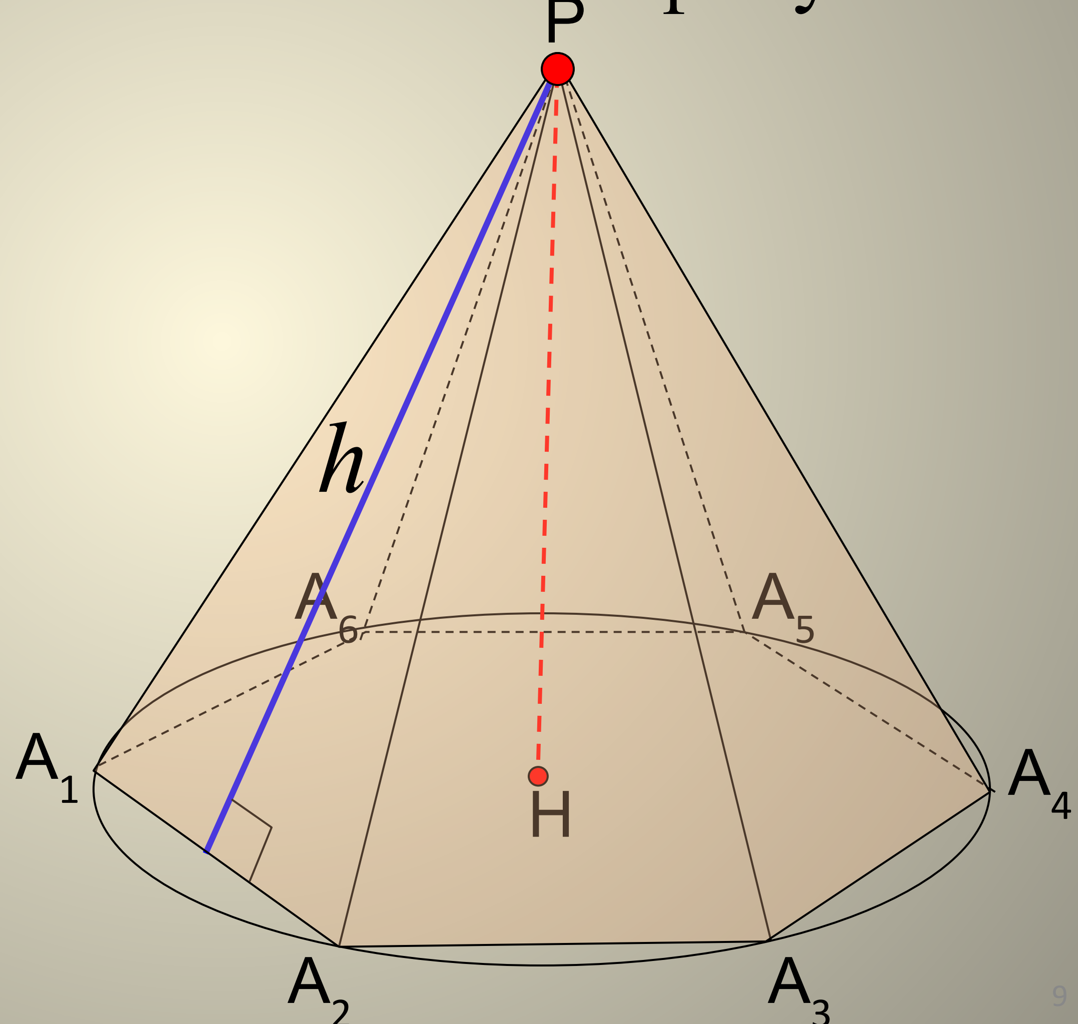
O - центр многоугольника ABCDEF

Свойства правильной пирамиды:

- боковые ребра равны
- боковые грани равные равнобедренные треугольники
- углы наклона боковых ребер к плоскости основания равны
- углы наклона боковых граней к плоскости основания равны
- апофемы равны



Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.



Решение задач

Задача 1

Дано:

SABCD — правильная пирамида

SA^(ABC) = 60°

SA = 12 см

Найти: $S_{поверх.}$

Решение:

1) $S_{поверх.} = S_{осн.} + S_{бок.} = AD^2 + \frac{1}{2} SH \cdot P$

P — периметр основания

SH — апофема, AD — ребро основания

2) ΔASO: $SO \perp (ABC) \Rightarrow \angle SAO = 60°$

$\angle ASO = 90° - SAO = 90° - 60° = 30° \Rightarrow$

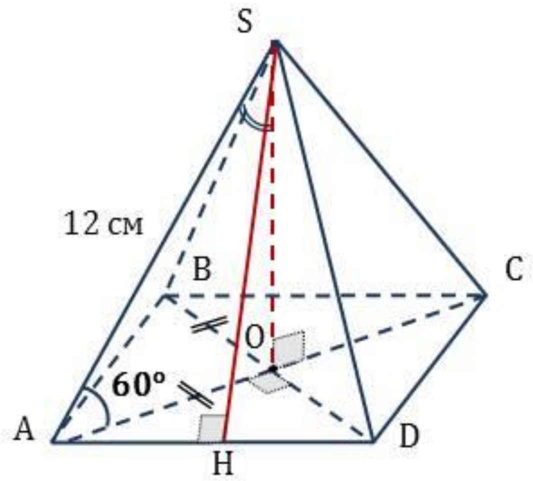
$\Rightarrow AO = \frac{1}{2} SA = 6$ (см)

3) $BD \perp AC$, $BO = AO = 6$ см $\Rightarrow \Delta ABO$ — равноб.

$AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ (см)

$S_{осн.} = AB^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72$ (см^2)

$P = 4 \cdot AB = 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ (см)



4) $SH \perp AD \Rightarrow \Delta ABO$ — прямоуг.

$AH = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ см

$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{12^2 - (3\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{6}$ (см) $\Rightarrow$

$S_{бок.} = \frac{1}{2} SH \cdot P = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{6} \cdot 24\sqrt{2} = 144\sqrt{3}$ (см^2)

5) $S_{поверх.} = S_{осн.} + S_{бок.} = 72 + 144\sqrt{3} = 72(1 +$
$+ 2\sqrt{3})$ (см^2)

Ответ: $S_{поверх.} = 72(1 + 2\sqrt{3})$ см^2

Задача 2

Дано:

DABC — правильная пирамида

h — высота

(ABC)^(DBC) = 45°

Найти: $S_{полн.}$

Решение:

1) DABC — правильная пирамида ⇒

⇒ O — центр равностороннего ΔABC.

2) OE ⊥ BC, DE ⊥ BC ⇒ ∠DEO = 45°

3) Δ DOE — прямоуг.(∠DOE = 90°) равноб.

DO = OE = h

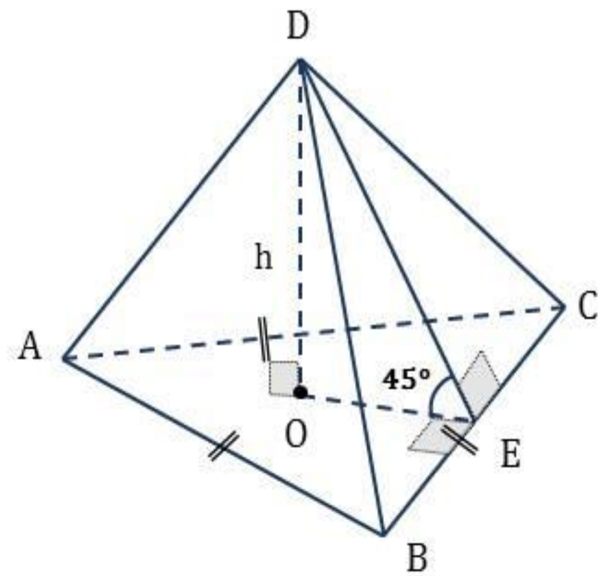
$DE = \sqrt{DO^2 + OE^2} = \sqrt{h^2 + h^2} = h\sqrt{2}$

4) DO = OE = r = h

$AB = x \Rightarrow S = \frac{\delta^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow r = \frac{2S}{3x}$

$\Rightarrow r = \frac{\delta^2\sqrt{3}\cdot 2}{4\cdot 3\delta} = \frac{\delta}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x = 2h\sqrt{3}$

5) $S_{ABC} = \frac{\delta^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2h\sqrt{3})^2\cdot\sqrt{3}}{4} = \frac{4h^2\cdot 3\sqrt{3}}{4} = h^2 3\sqrt{3}$ (см²)



6) $S_{BCH} = \frac{1}{2}x\cdot h\sqrt{2} = \frac{1}{2}\cdot 2h\sqrt{3}\cdot h\sqrt{2} = h^2\sqrt{6}$

$S_{бок} = 3\cdot S_{BCD} = 3\cdot h^2\sqrt{6}$

7) $S_{бок.} = 3\cdot S_{BCD} = 3\cdot h^2\sqrt{6}$

8) $S_{полн.} = S_{ABC} + S_{бок.} = 3\sqrt{3}\,h^2 + 3\cdot h^2\sqrt{6} = 3h^2\sqrt{3}\,(\sqrt{2}+1)$

Ответ: $S_{полн.} = 3h^2\sqrt{3}\,(\sqrt{2}+1)$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ