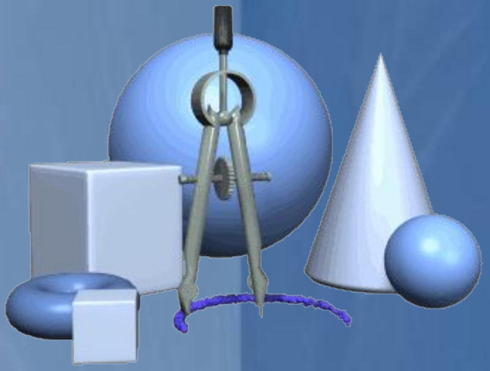
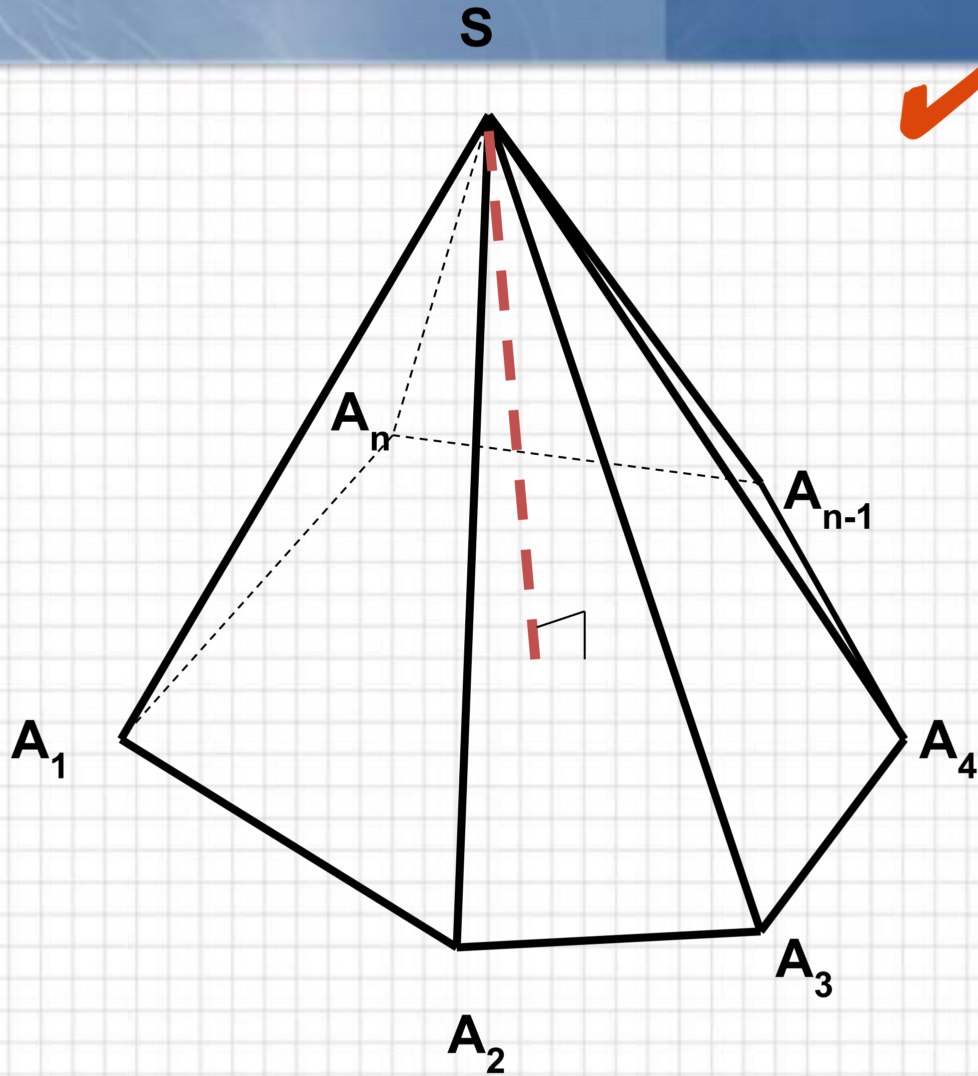


Пирамида

Основные вопросы:

- Определение **пирамиды** и её элементов: основания, вершины, боковых ребер и граней, высоты.
- Определение **n** – угольной пирамиды: тетраэдра.
- **Правильная** пирамида.
- Площадь поверхности пирамиды.
- **Усеченная** пирамида и её элементы. Свойства параллельных сечений в пирамиде.

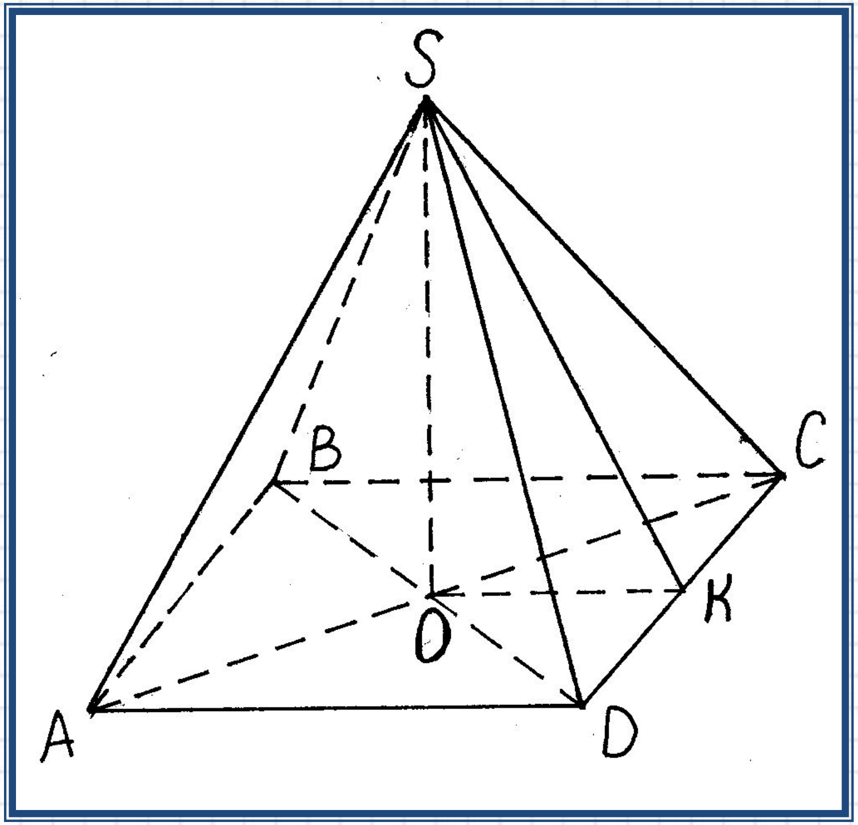
Определение



✔**Пирамидой** называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника - *основания пирамиды* , *точки S*, не лежащая в плоскости основания, - *вершины пирамиды* и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

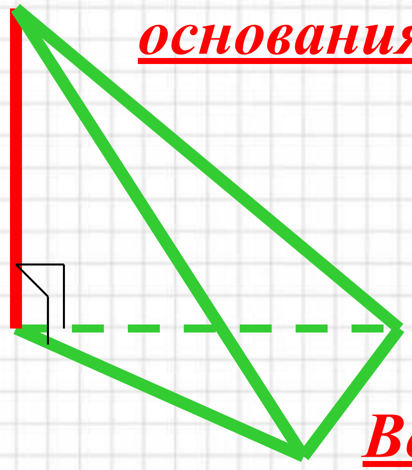
Элементы пирамиды

- Треугольники **SAB, SBC, SCD, SDA** - ***боковые грани***.
- Прямые **SA, SB, SC, SD** - ***боковые ребра*** пирамиды.
- Перпендикуляр **SO**, опущенный из вершины на основание, называется ***высотой*** пирамиды и обозначается ***H***.

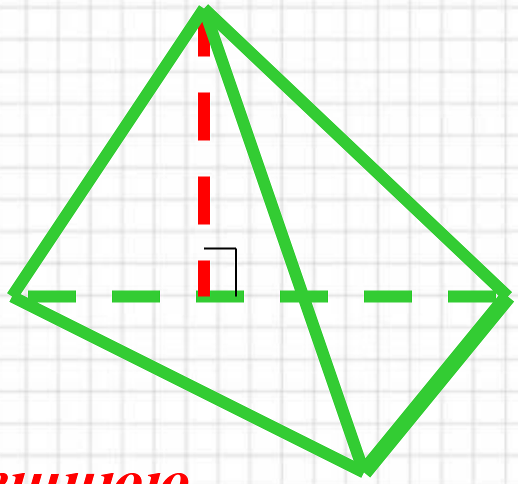


Высота проецируется

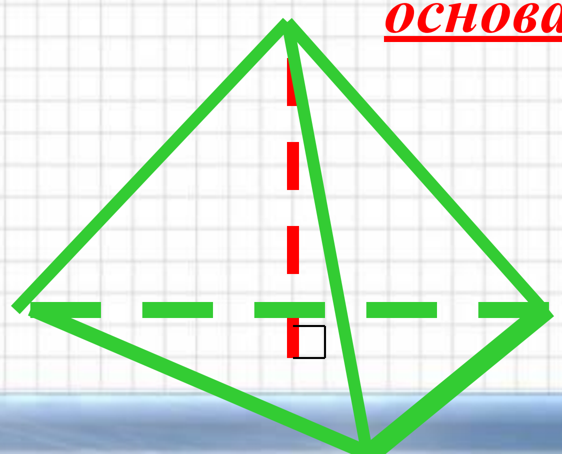
<u>В вершину основания</u>



<u>На сторону основания</u>



<u>Во внутреннюю область основания</u>



<u>Во внешнюю область основания</u>

Высота проецируется в центр <u>описанной</u> окружности,

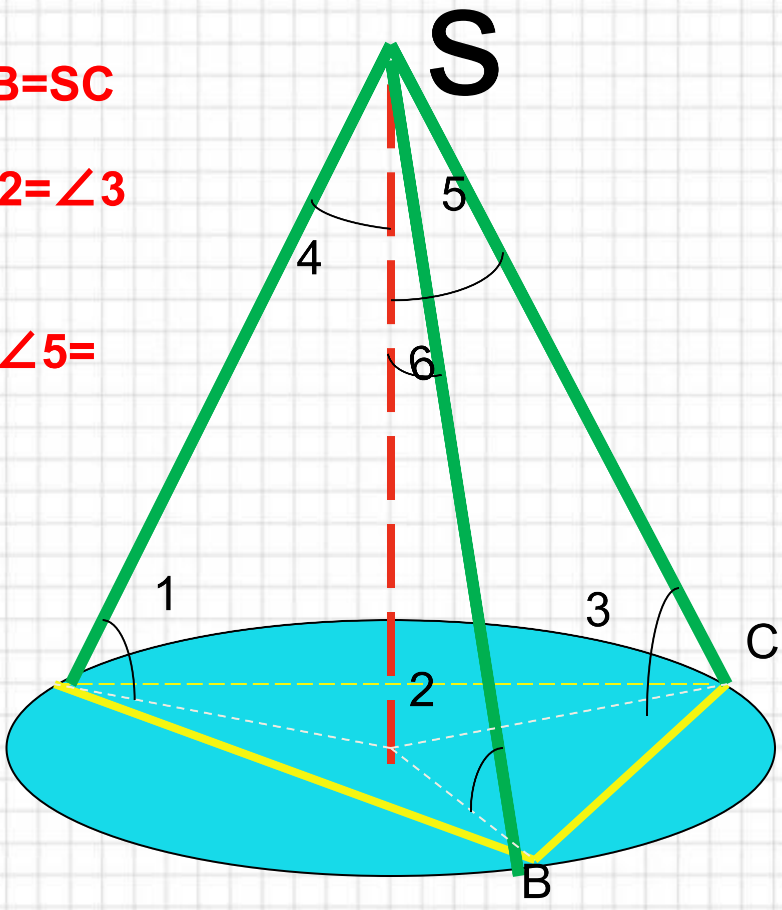
если все боковые ребра пирамиды равны

Свойства

1. SA=SB=SC

2. ∠1=∠2=∠3

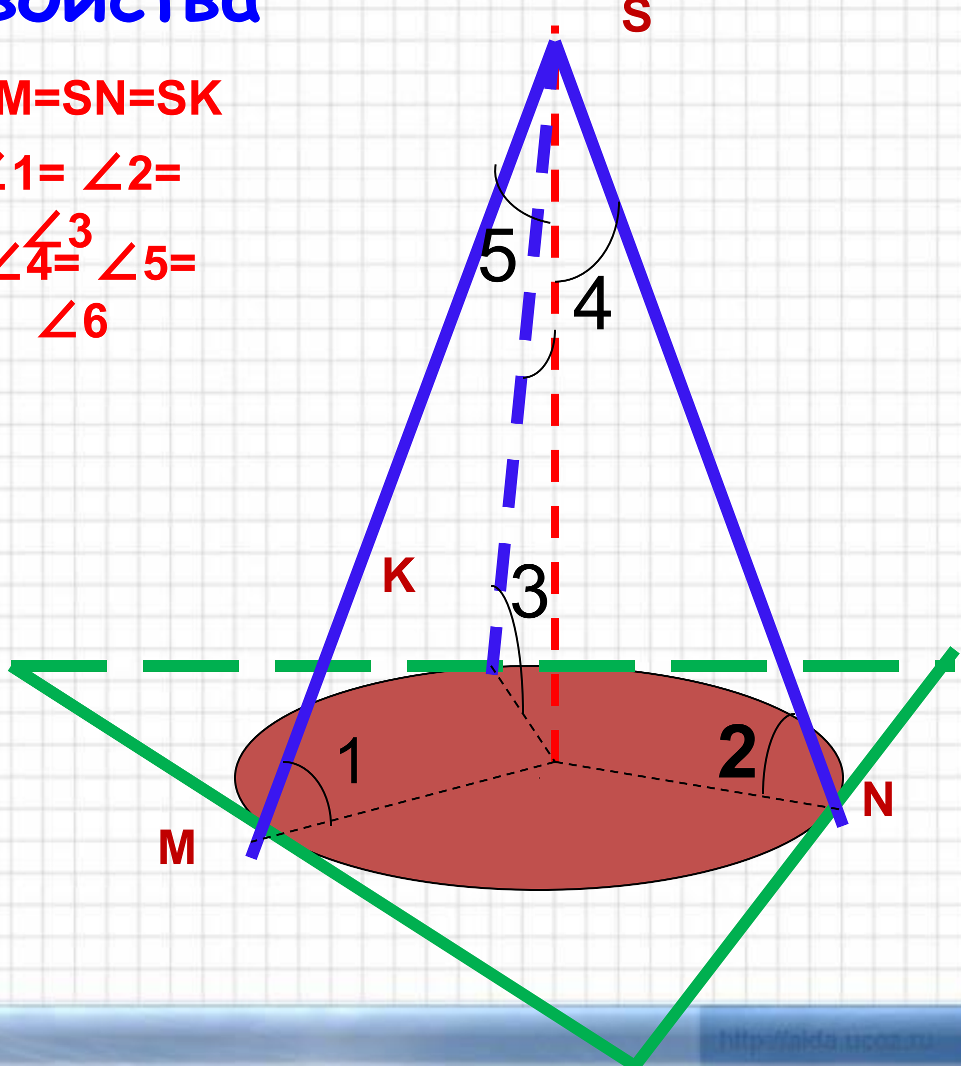
3. ∠4=∠5=∠6



Высота проецируется в центр вписанной окружности,

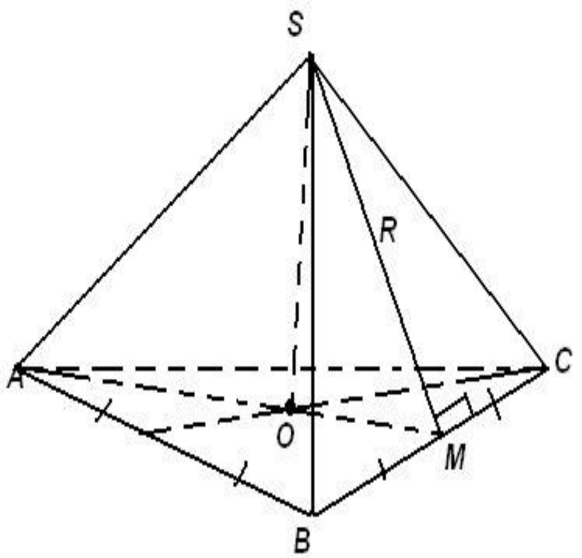
Свойства

1. SM=SN=SK
2. ∠1= ∠2= ∠3
3. ∠4= ∠5= ∠6



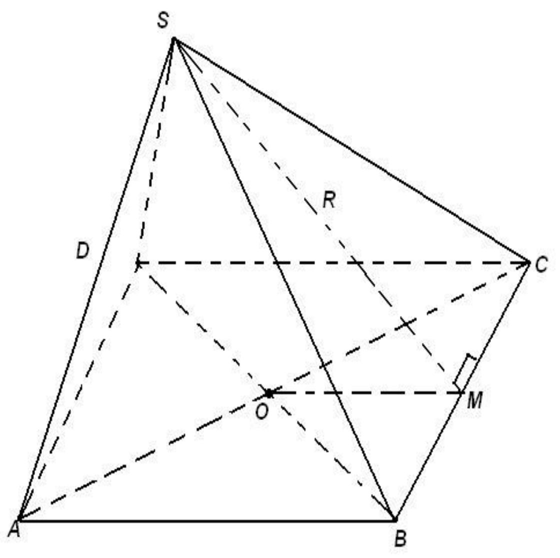
если все боковые грани пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания

Треугольная Четырехугольная Шестиугольная



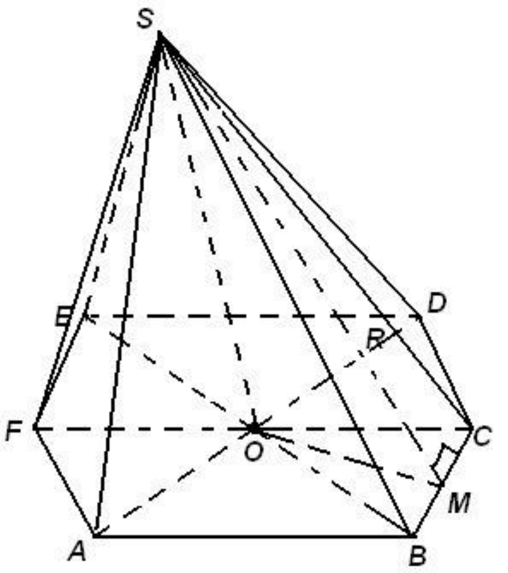
ABC – правильный;

О – точка пересечения медиан (высот и биссектрис), центр вписанной и описанной окружностей.



ABCD – квадрат;

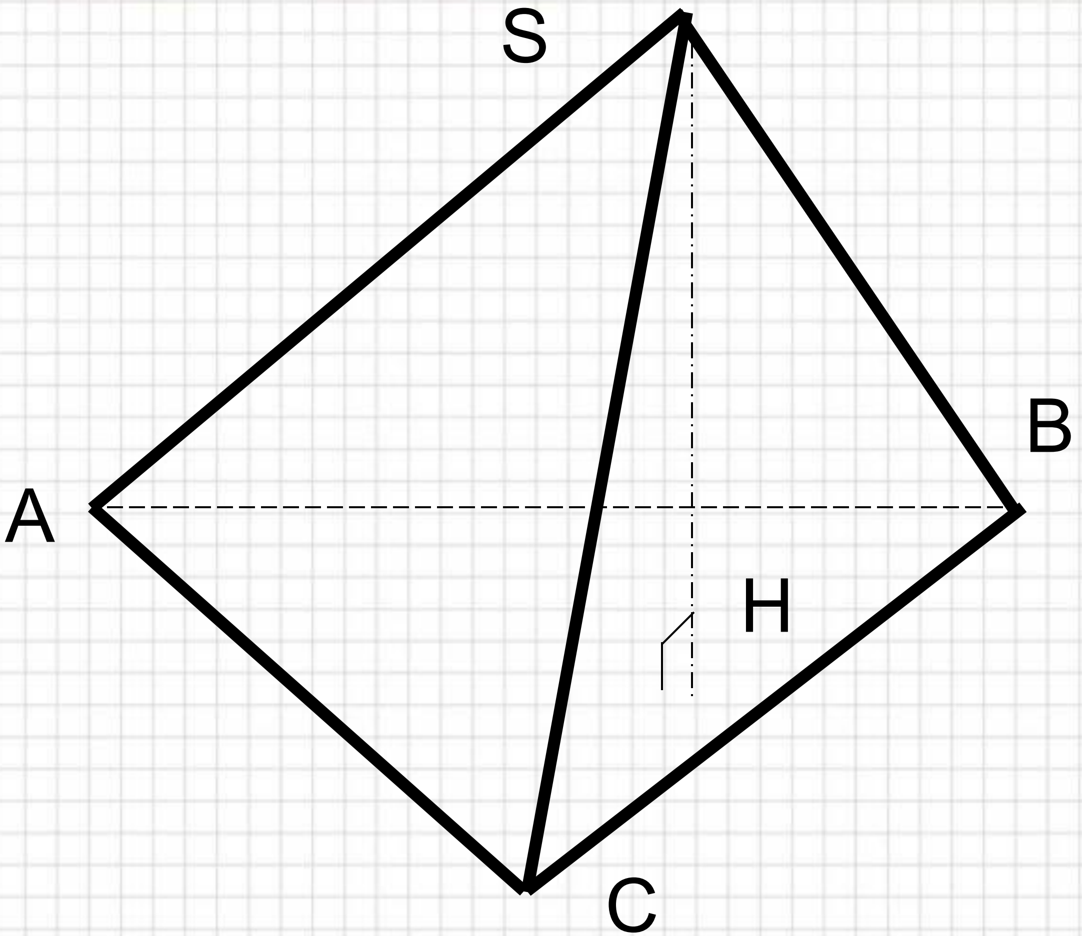
О – точка пересечения диагоналей.



ABCDEF – правильные шестиугольник;

О – точка пересечения диагоналей AD, BE и FC.

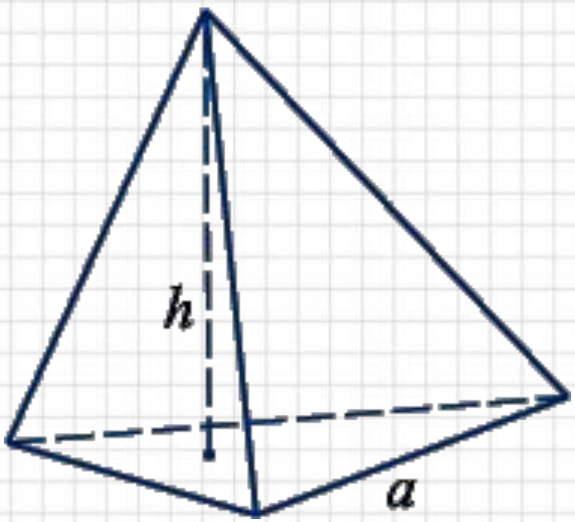
Тетраэдр -



SABC - тетраэдр

треугольная пирамида, все четыре грани которой – треугольники, и любая из них может быть принята за

Свойства тетраэдра



Высота правильного тетраэдра **равна**

$$SO = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Площадь правильного треугольника – основания тетраэдра –

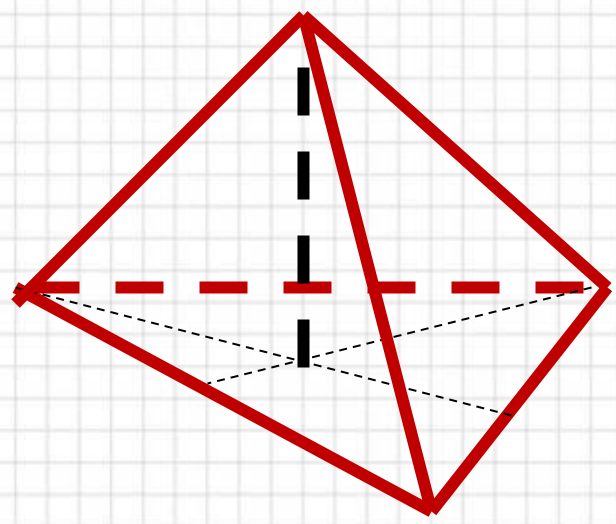
$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Площадь полной поверхности тетраэдра

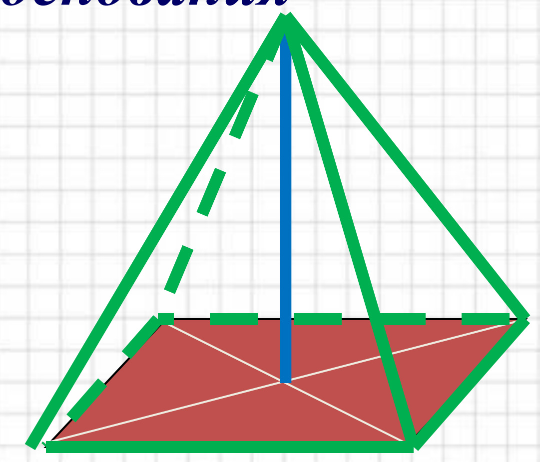
$$S_{\text{полн}} = a^2\sqrt{3}.$$

Правильная пирамида

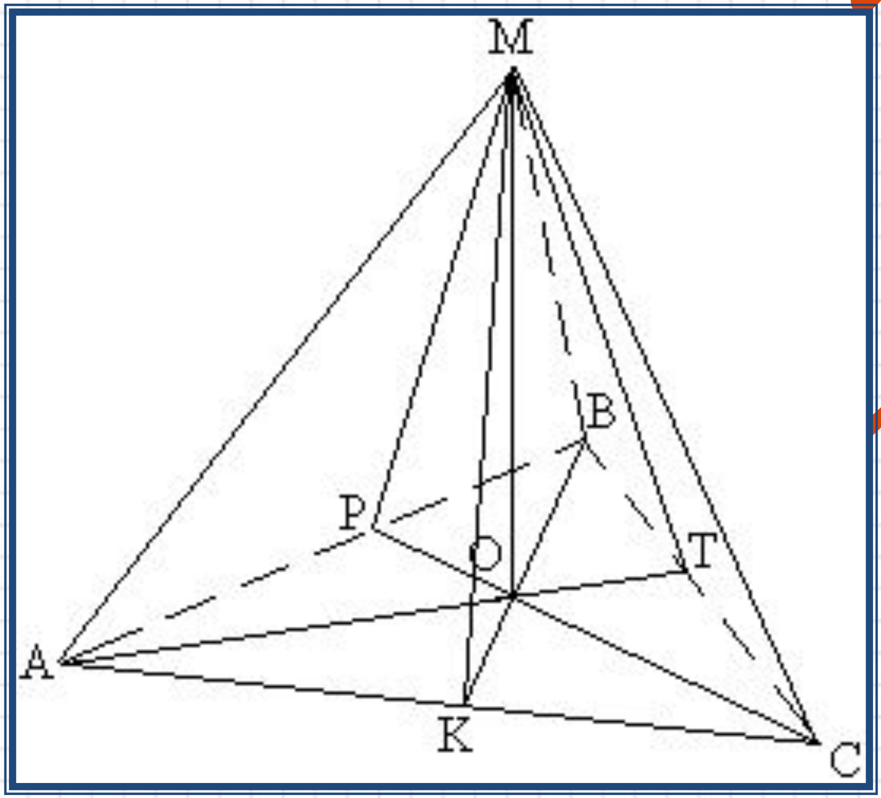
в основании правильный многоугольник



высота проецируется в центр основания

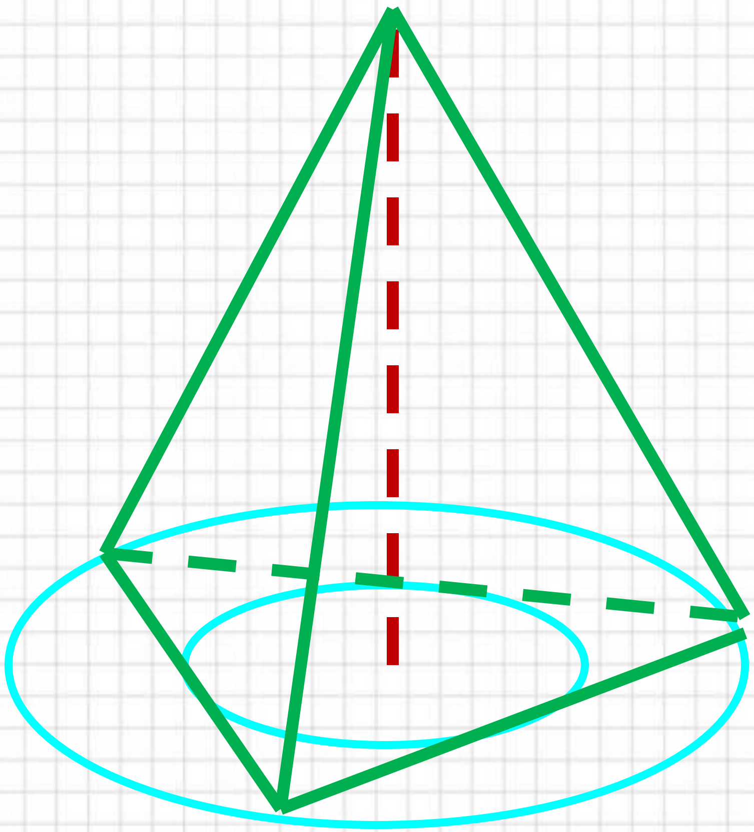


Правильная пирамида



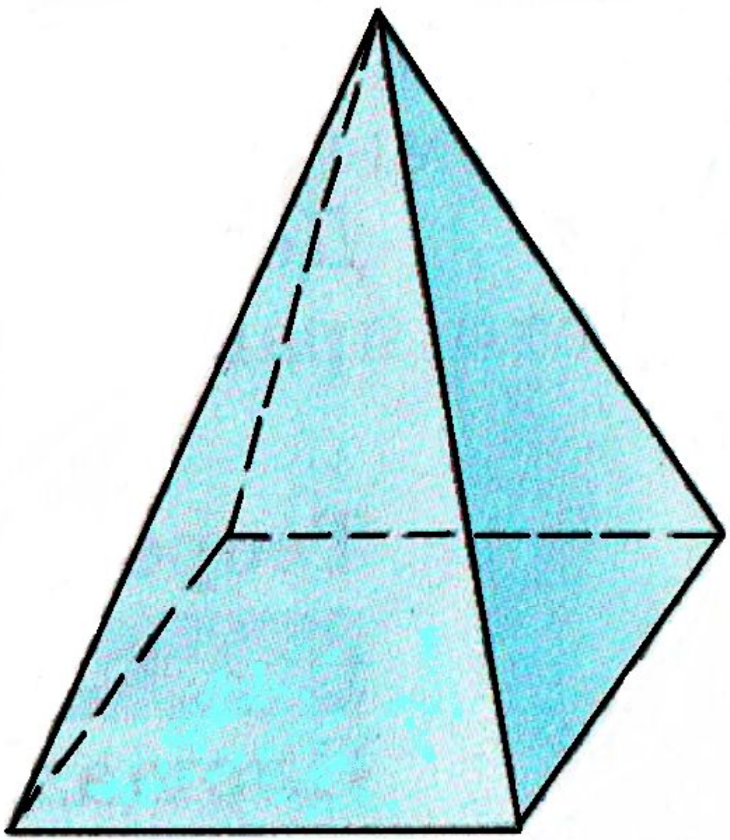
- Боковые грани правильной пирамиды - ***равнобедренные треугольники***, равные между собой.
- Высота боковой грани правильной пирамиды - ***апофема*** пирамиды.

Свойства правильной пирамиды



1. **Боковые ребра равны** *SA=SB=SC*
2. **Боковые ребра образуют равные углы** *с плоскостью основания*
3. **Боковые ребра образуют** *равные углы с высотой*
4. **Боковые грани образуют** *равные углы с основанием*
5. **Высота пирамиды образует равные углы с высотами боковых граней**

Теорема



Площадь боковой поверхности **правильной пирамиды** **равна половине произведения периметра основания на апофему.**

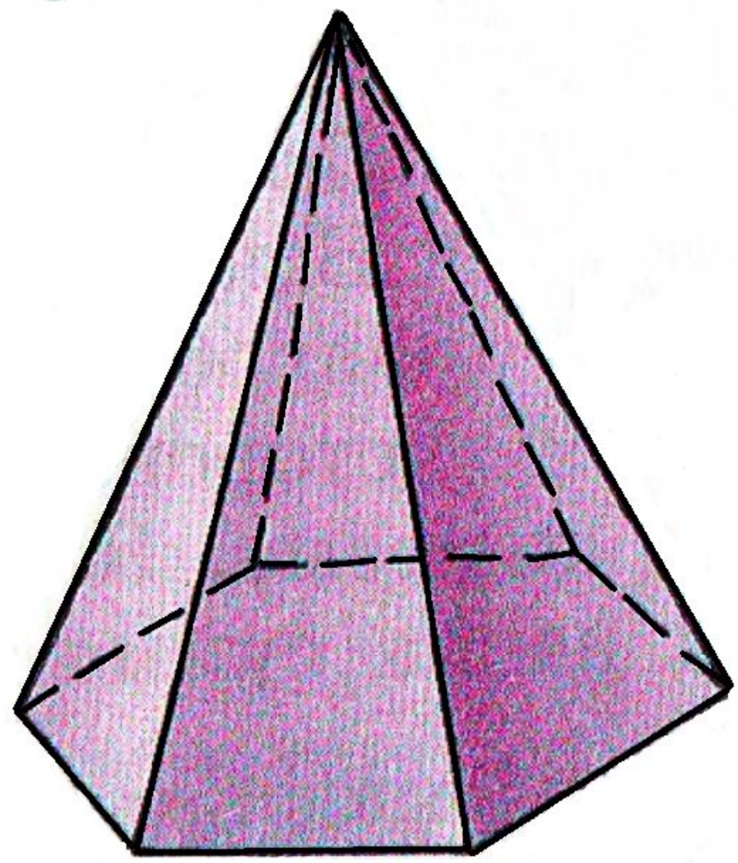
$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн}\, d$$

Площадь пирамиды

✔ ***Площадью полной поверхности*** **пирамиды называется сумма площадей всех его граней**

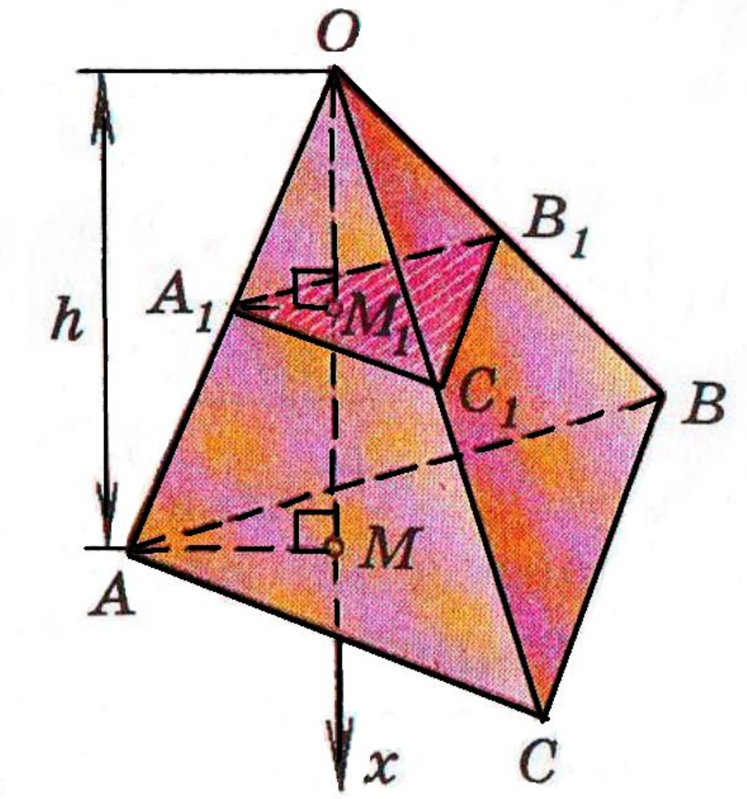
$$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$$

✔ ***Площадь боковой поверхности пирамиды*** **равна сумма площадей ее боковых граней**



Теорема

Если пирамиду пересечь плоскостью, параллельной плоскости основания, то:



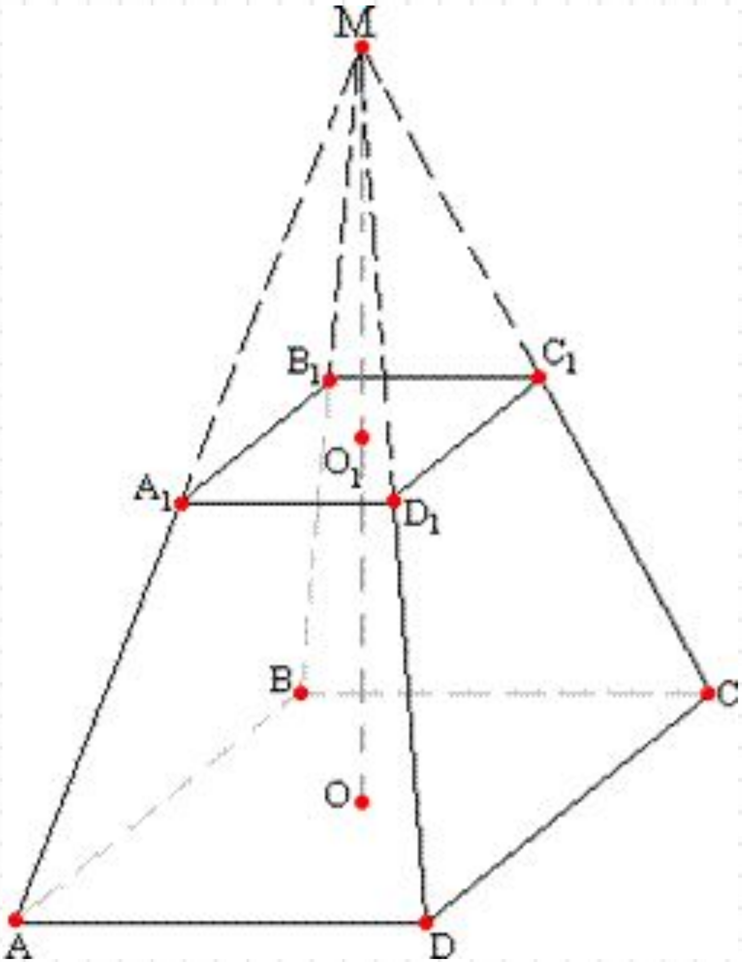
- боковые ребра и высота делятся этой плоскостью на пропорциональные отрезки в отношении :

$$\frac{OA_1}{OA} = \frac{OM_1}{OM} = k$$

- площади сечения и основания пирамиды относятся как квадраты их расстояний до вершины пирамиды:

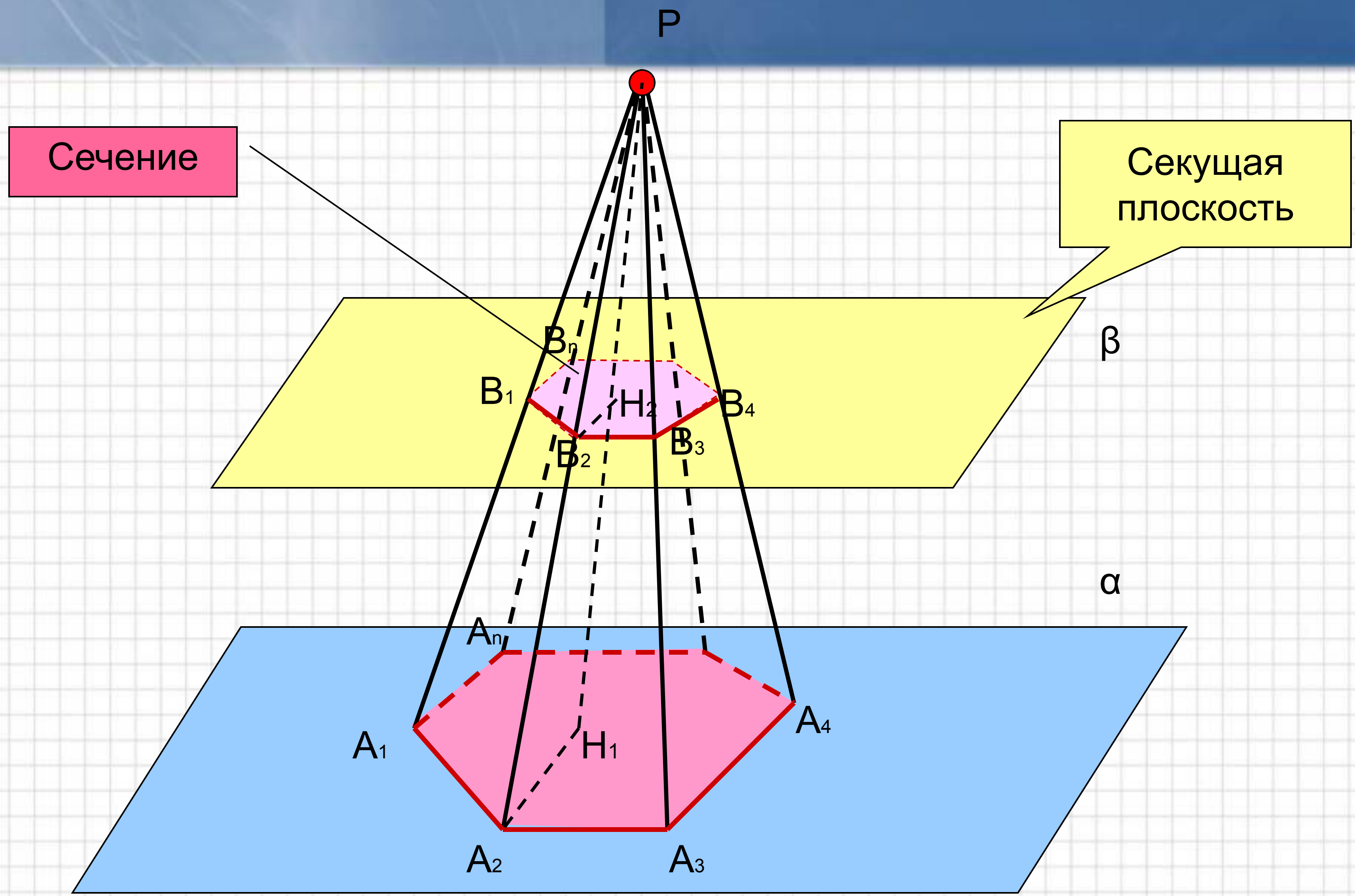
$$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{OM_1}{OM}\right)^2 = k^2$$

Усеченная пирамида



Часть пирамиды, лежащая между основанием и параллельным основанию сечением, называется ***УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДОЙ.***

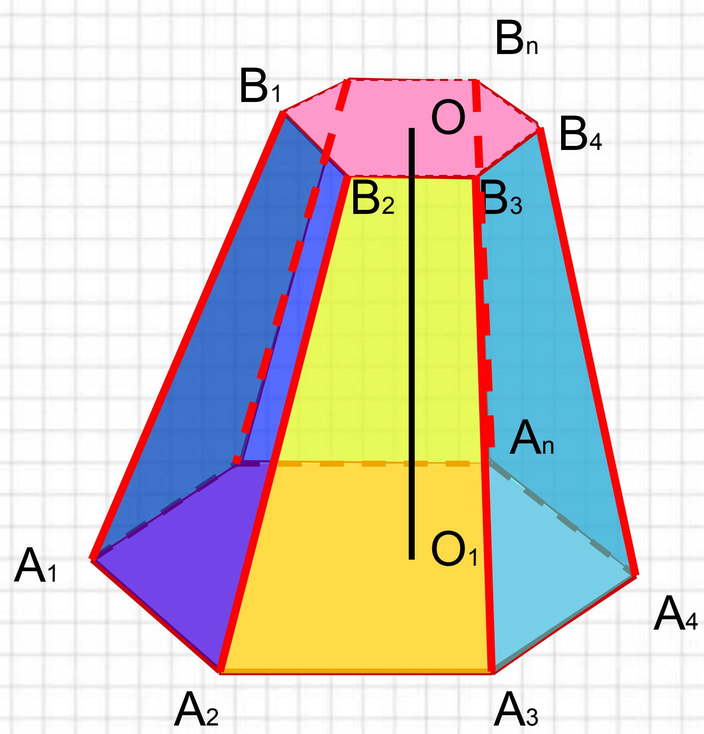
Усеченная пирамида



Усеченная пирамида

отрезки $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4, \ldots, A_nB_n$ – НАЗЫВАЮТСЯ **БОКОВЫМИ РЕБРАМИ**

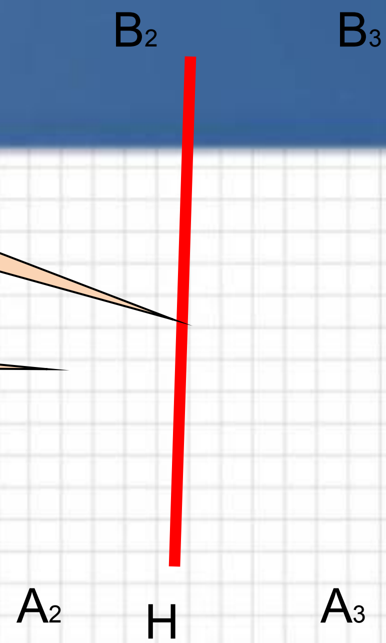
Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется ***ВЫСОТОЙ*** усеченной пирамиды



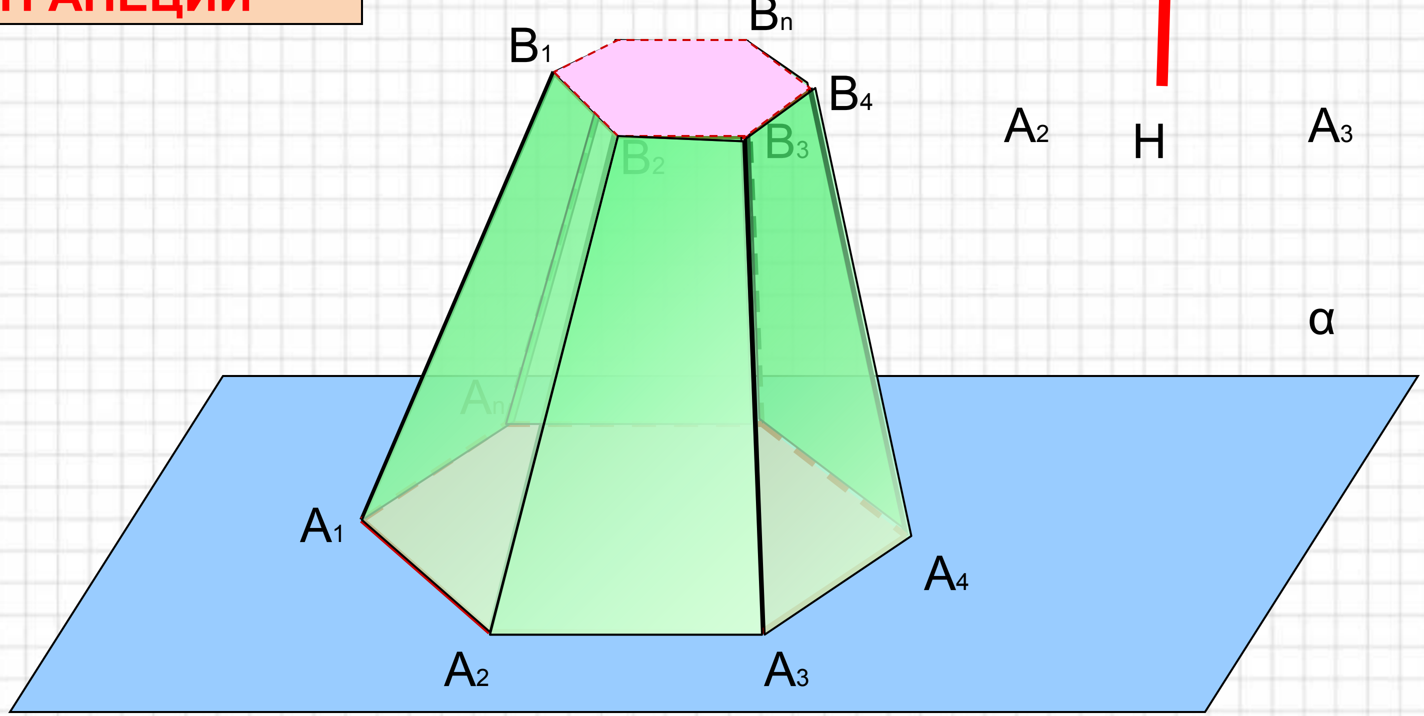
УСЕЧЕННУЮ ПИРАМИДУ ОБОЗНАЧАЮТ

A1 A2,A3…AnB1 B2B3…Bn .

Высота **B_2H** трапеции $A_2A_3B_2B_3$, называется **АПОФЕМОЙ**

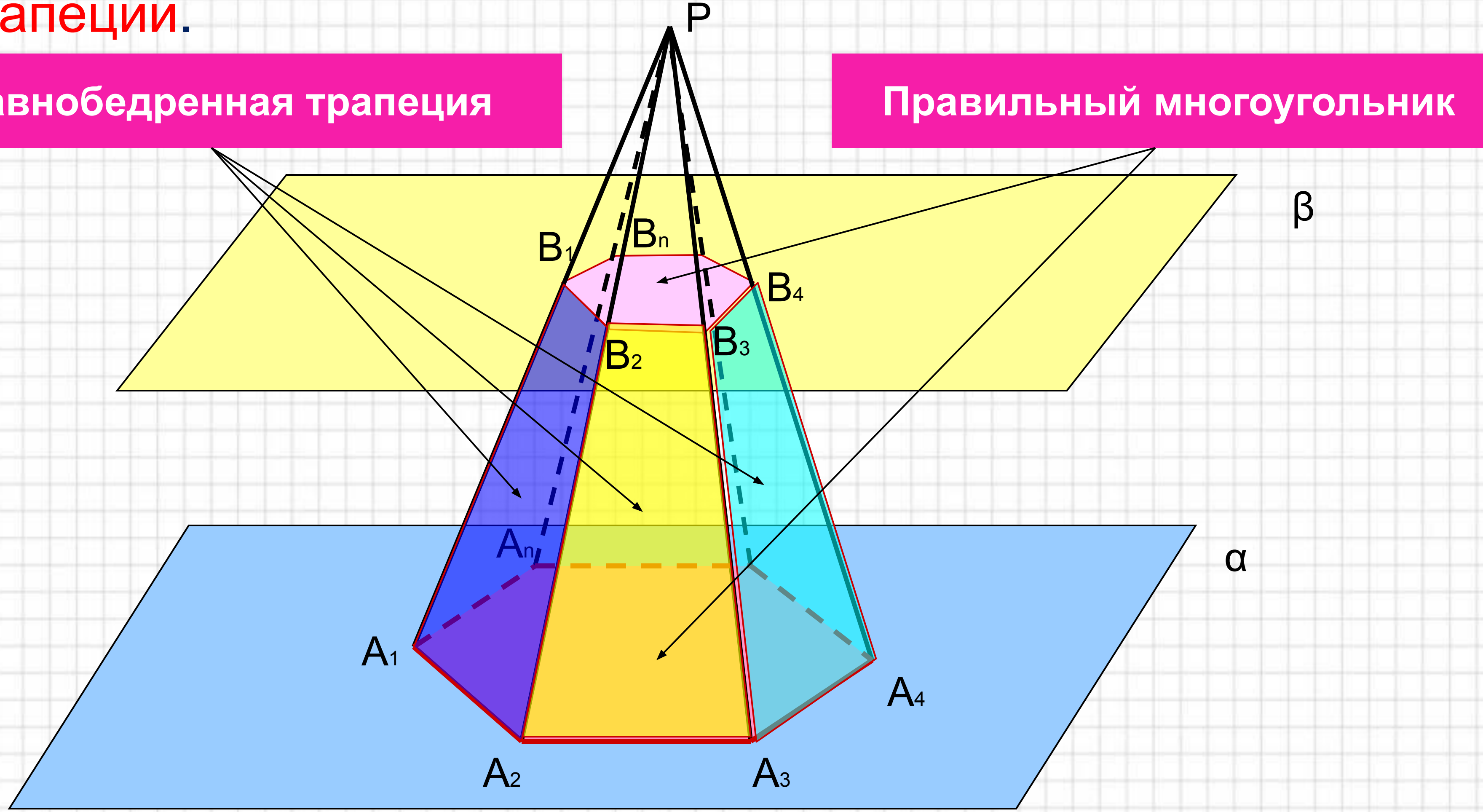


Боковые грани усеченной пирамиды - **ТРАПЕЦИИ**



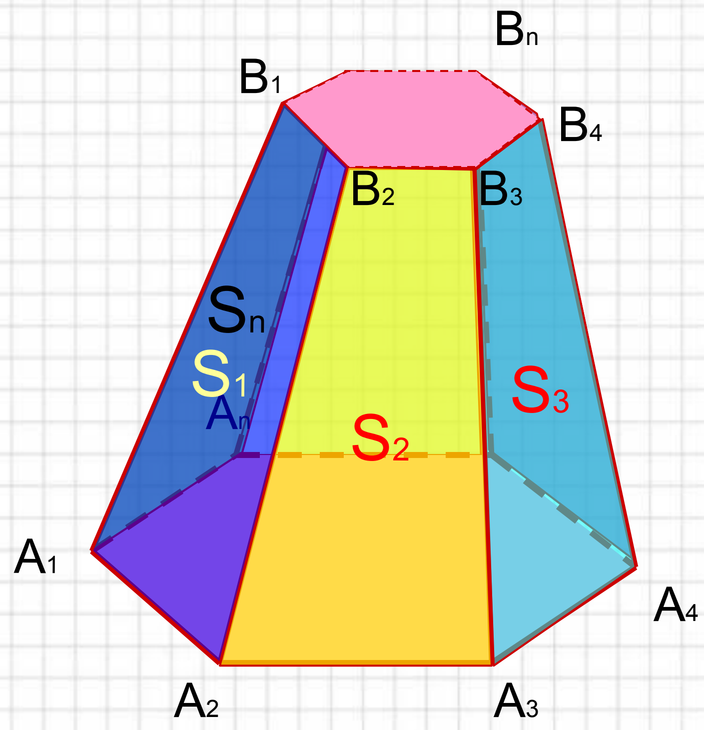
Усеченная пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

Основания правильной усеченной пирамиды — правильные многоугольники, а боковые грани — равнобедренные трапеции.



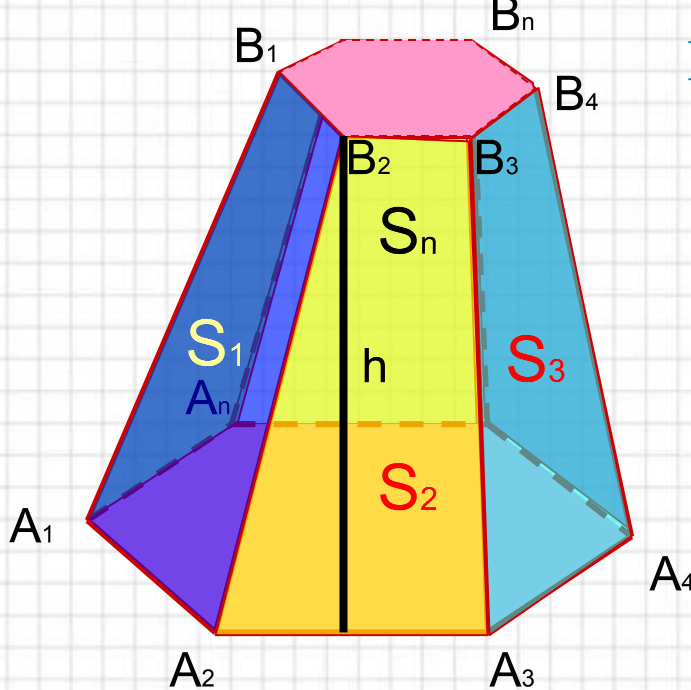
Площадью боковой поверхности усеченной пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

$$S_{бок} = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n$$



ТЕОРЕМА

$$S_{бок} = \frac{P_A + P_B}{2} \cdot h$$



Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров основании на апофему.