

**ИНЖЕНЕРНАЯ И
КОМПЬЮТЕРНАЯ
ГРАФИКА**
КУРС ЛЕКЦИЙ В СЛАЙДАХ

**ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ
ПРОЕКЦИОННОГО ЧЕРТЕЖА**

НАПРАВЛЕНИЕ «СТРОИТЕЛЬСТВО»
(БАКАЛАВРИАТ)

ЛЕКЦИЯ 5

***КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ.
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ
ПОВЕРХНОСТИ
ПЛОСКОСТЬЮ.***

КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Образование и систематизация поверхностей



Поверхность рассматривается как непрерывное множество последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону. Такой способ образования поверхностей называется кинематическим

Образующая l перемещается по направляющей m , образуя поверхность. Самые различные формы образующих и направляющих позволяют создать разнообразные

Образование и систематизация поверхностей

Кривую поверхность можно представить в виде каркаса из образующих и направляющих линий. Такой каркас называется **линейный каркас** поверхности

Чертеж поверхности должен быть таким , чтобы на нем можно было выделить и построить любую линию и точку, принадлежащие поверхности

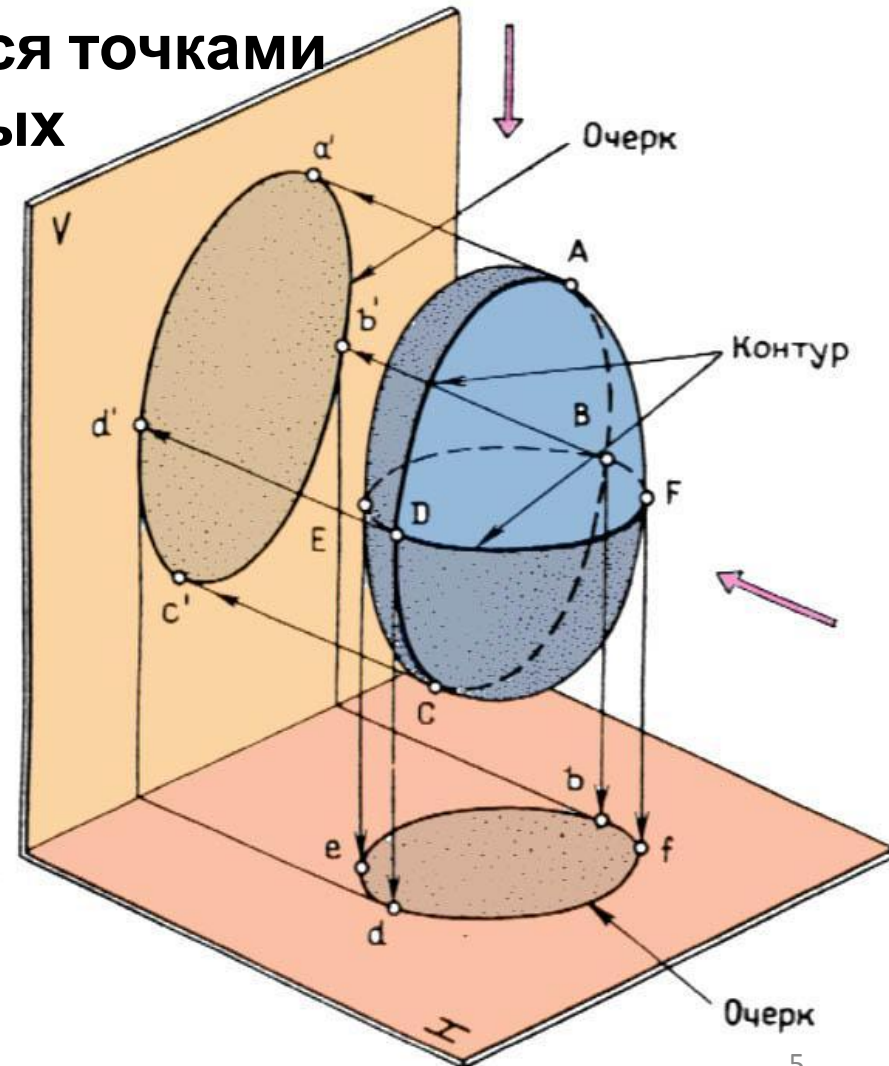
Поверхность считается заданной ,если относительно любой точки пространства однозначно решается вопрос о принадлежности ее к данной поверхности

Образование и систематизация

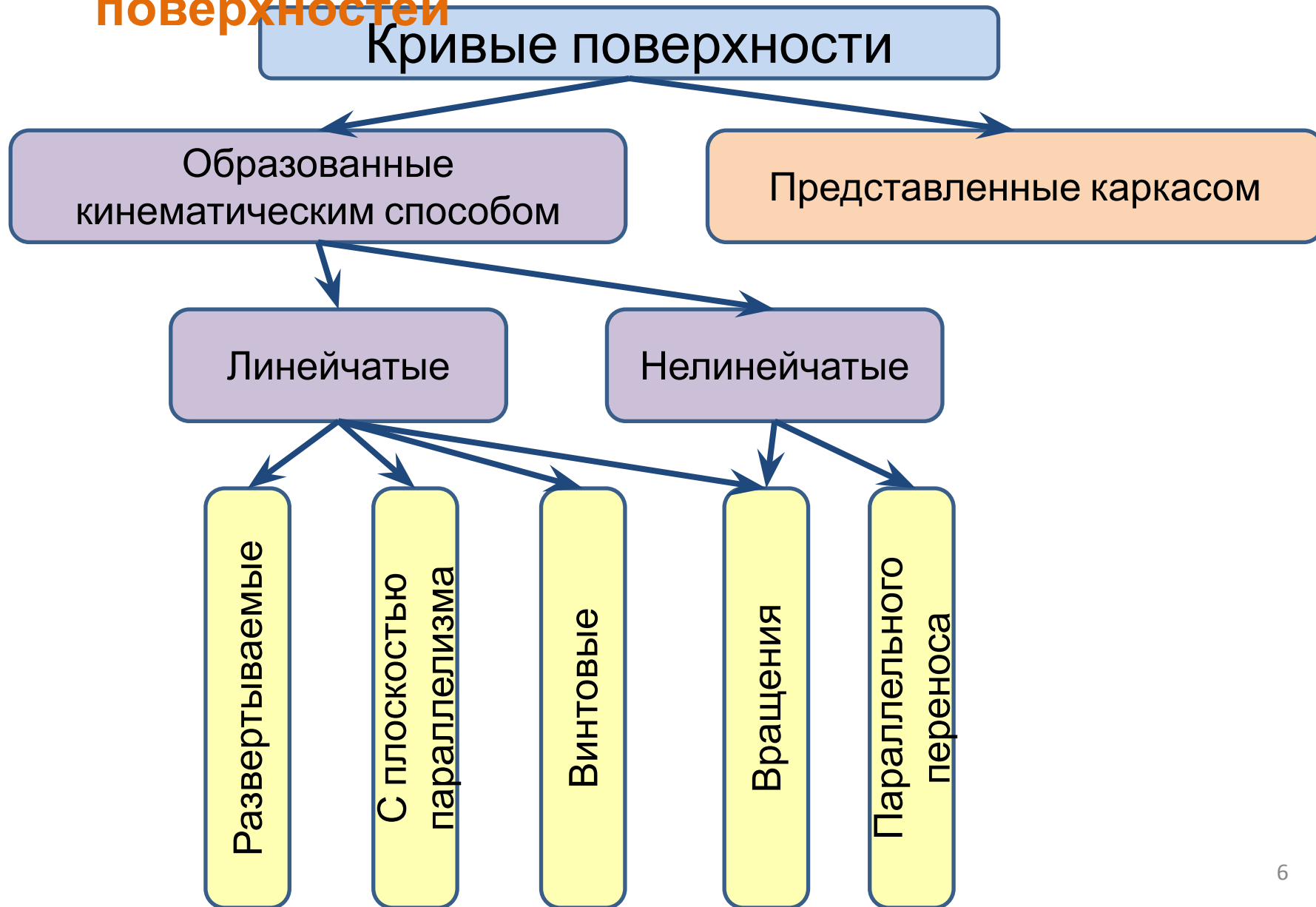
поверхностей

Контуром поверхности называется линия, точки которой являются точками касания проецирующих прямых

- Проекция контура на плоскость проекций называется **очерком** поверхности на данной плоскости
- Очерковая линия является границей, отделяющей видимую часть поверхности от ее невидимой части



Образование и систематизация поверхностей



Образование и систематизация

поверхностей

- **Линейчатой называется поверхность, которая может быть образована перемещением прямой линии**

Линейчатые поверхности подразделяются на

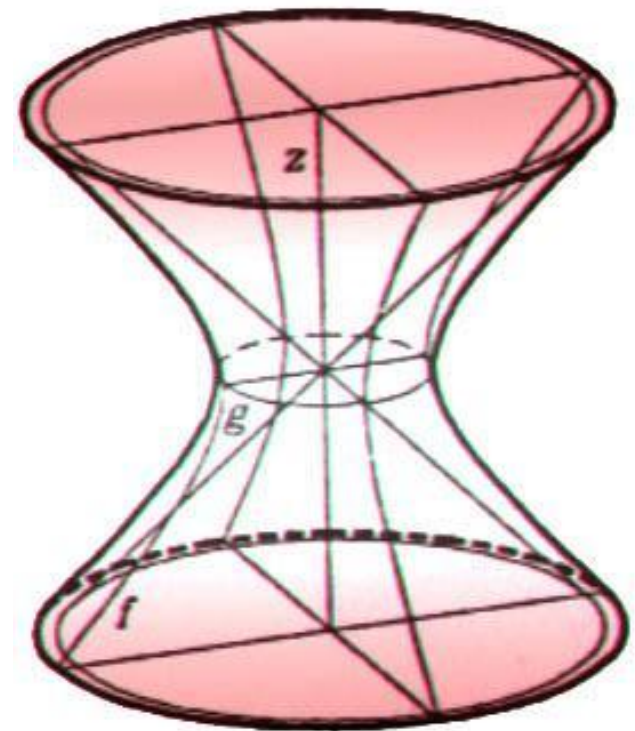
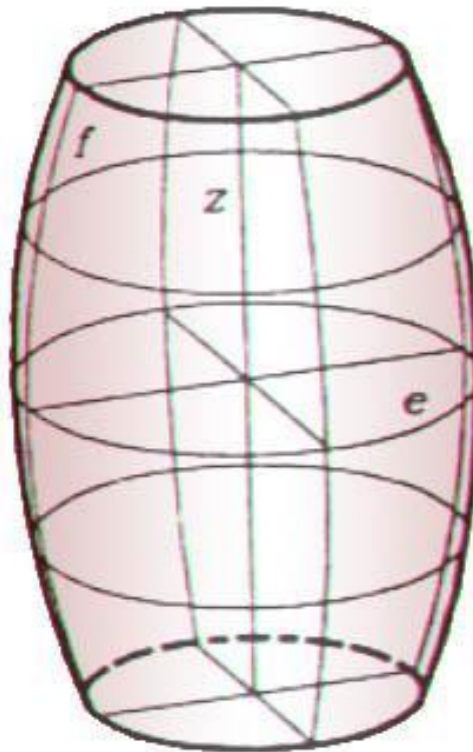
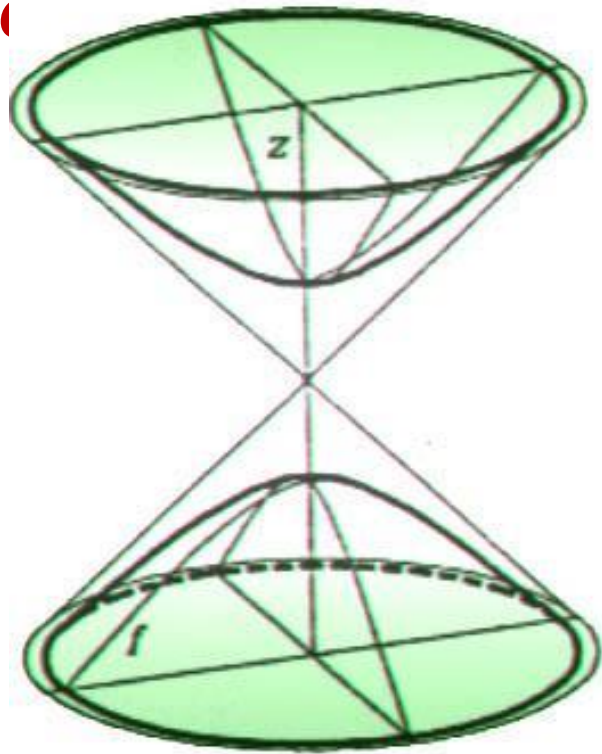
- **развертываемые и неразвертываемые**
- **Поверхность называется развертываемой, если ее можно совместить с плоскостью без складок и разрывов**

Развертываемыми являются только линейчатые поверхности

К развертываемым поверхностям относятся :
цилиндрическая , коническая , торсовая

Поверхности вращения

Поверхностью вращения называется поверхность, образуемая путем вращения криволинейной или прямолинейной образующей (кривой) вокруг оси.



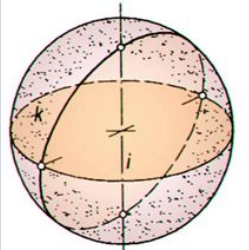
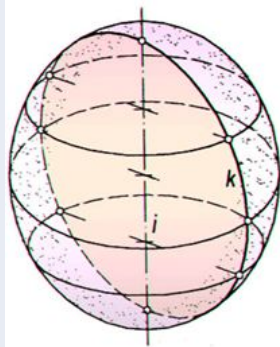
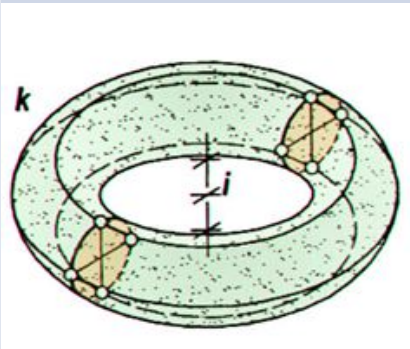
z - ось вращения ; f – образующая ; e - экватор ; q – горловина

Поверхности вращения



- **Параллели** – окружности по которым перемещаются все точки образующей
- **Экватор** – наибольшая параллель
- **Горловина** – наименьшая параллель
- **Меридианы** -линии , образованные сечением плоскости, проходящей через ось вращения поверхности
- **Главный меридиан** расположен в плоскости , параллельной плоскости проекций

Поверхности вращения

Название поверхности	Изображение поверхности	Вид образующей
СФЕРА Образована вращением окружности вокруг диаметра		ОКРУЖНОСТЬ
ЭЛЛИПСОИД ВРАЩЕНИЯ Образован вращением эллипса вокруг одной из его осей - большей или меньшей		ЭЛЛИПС
ТОР Образован вращением окружности вокруг оси, не проходящей через ее центр, но расположенной в плоскости окружности		ОКРУЖНОСТЬ

Поверхности вращения

Название поверхности

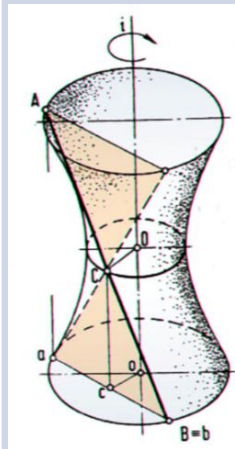
Изображение поверхности

Вид образующей

ОДНОПОЛОСНЫЙ ГИПЕРБОЛОИД ВРАЩЕНИЯ

Образован вращением гиперболы
вокруг мнимой оси

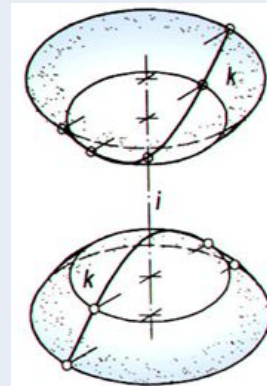
Может быть образован вращением
прямой линии, скрещивающейся с
неподвижной осью



ГИПЕРБОЛА или
ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

ДВУХПОЛОСТНЫЙ ГИПЕРБОЛОИД

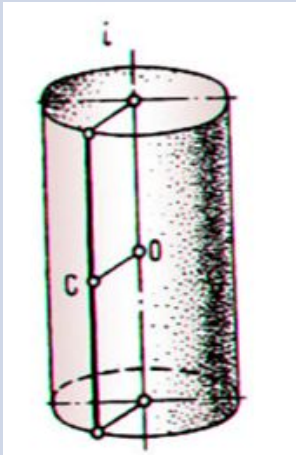
Образован вращением гиперболы
вокруг действительной оси



ГИПЕРБОЛА

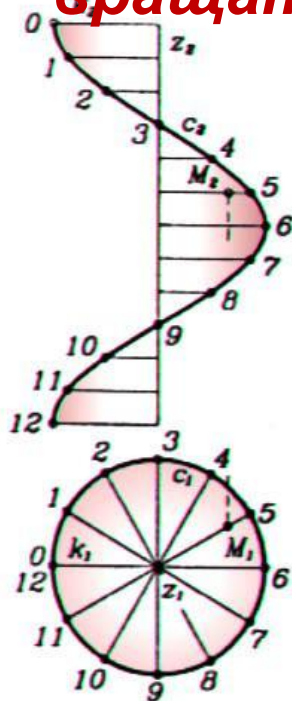
Линейчатые поверхности вращения

**Поверхности образуются вращением прямой линии
вокруг оси**

Название поверхности	Изображение поверхности	Вид образующей
ПРЯМОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР		ПРЯМАЯ ЛИНИЯ, параллельная оси вращения
ПРЯМОЙ КРУГОВОЙ КОНУС		ПРЯМАЯ ЛИНИЯ, пересекающая ось вращения

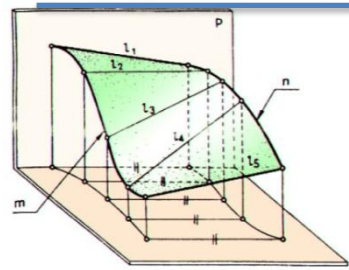
Винтовые поверхности

Поверхность образованная поступательным движением образующей линии вдоль оси и вращательным вокруг оси

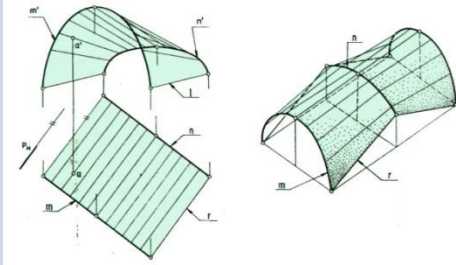
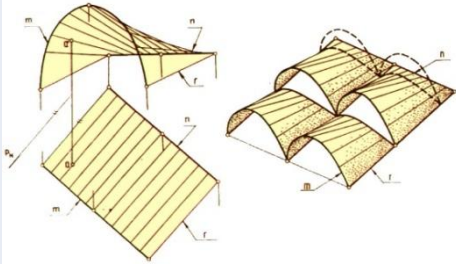
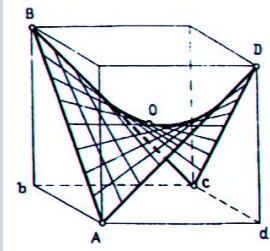


Название поверхности	Изображение поверхности	Вид образующей
ПРЯМОЙ ГЕЛИКОИД		ПРЯМАЯ ЛИНИЯ , перпендикулярная оси вращения
НАКЛОННЫЙ ГЕЛИКОИД		ПРЯМАЯ ЛИНИЯ , не перпендикулярная оси вращения

Поверхности с плоскостью параллелизма

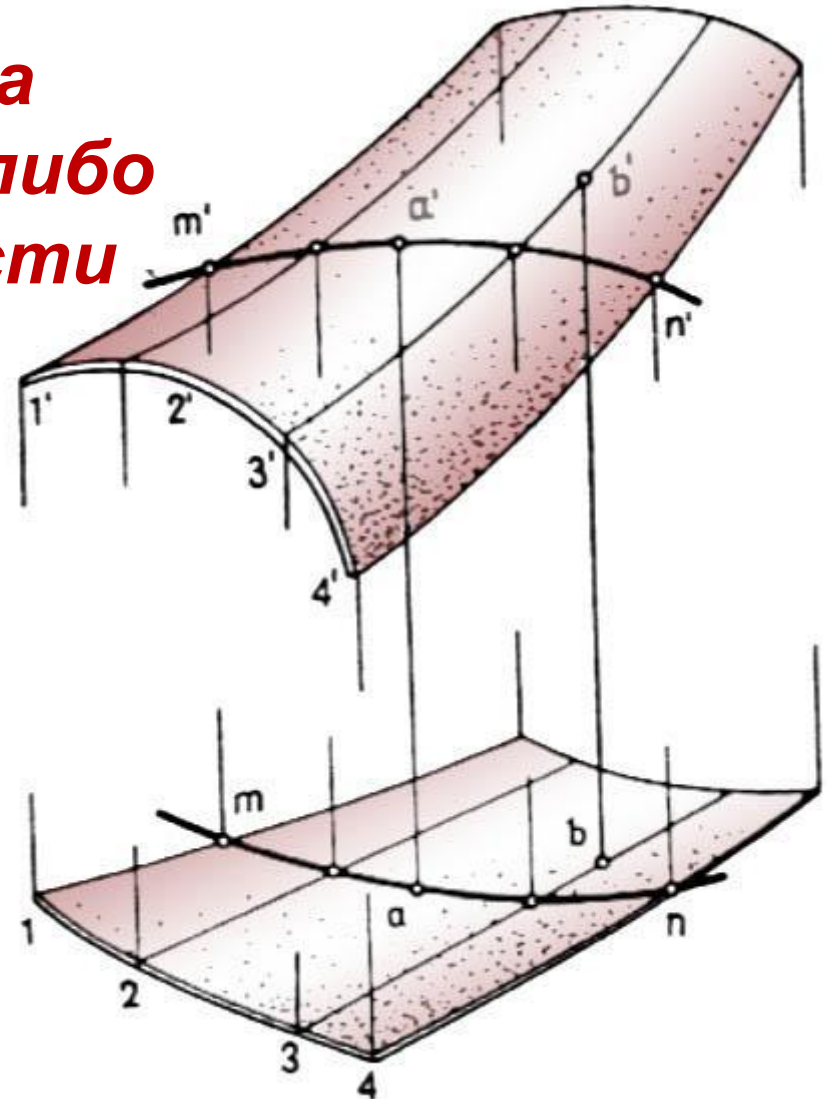


Поверхности с двумя направляющими, образующие которых (прямые линии) перемещаясь по этим направляющим остаются параллельны плоскости, называемой плоскостью параллелизма

Название поверхности	Изображение поверхности	Вид направляющих
ЦИЛИНДРОИД		Направляющими являются кривые линии
КОНОИД		Одна из направляющих - кривая линия, а другая – прямая
ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ПАРАБОЛОИД		Направляющими являются скрещивающиеся прямые линии

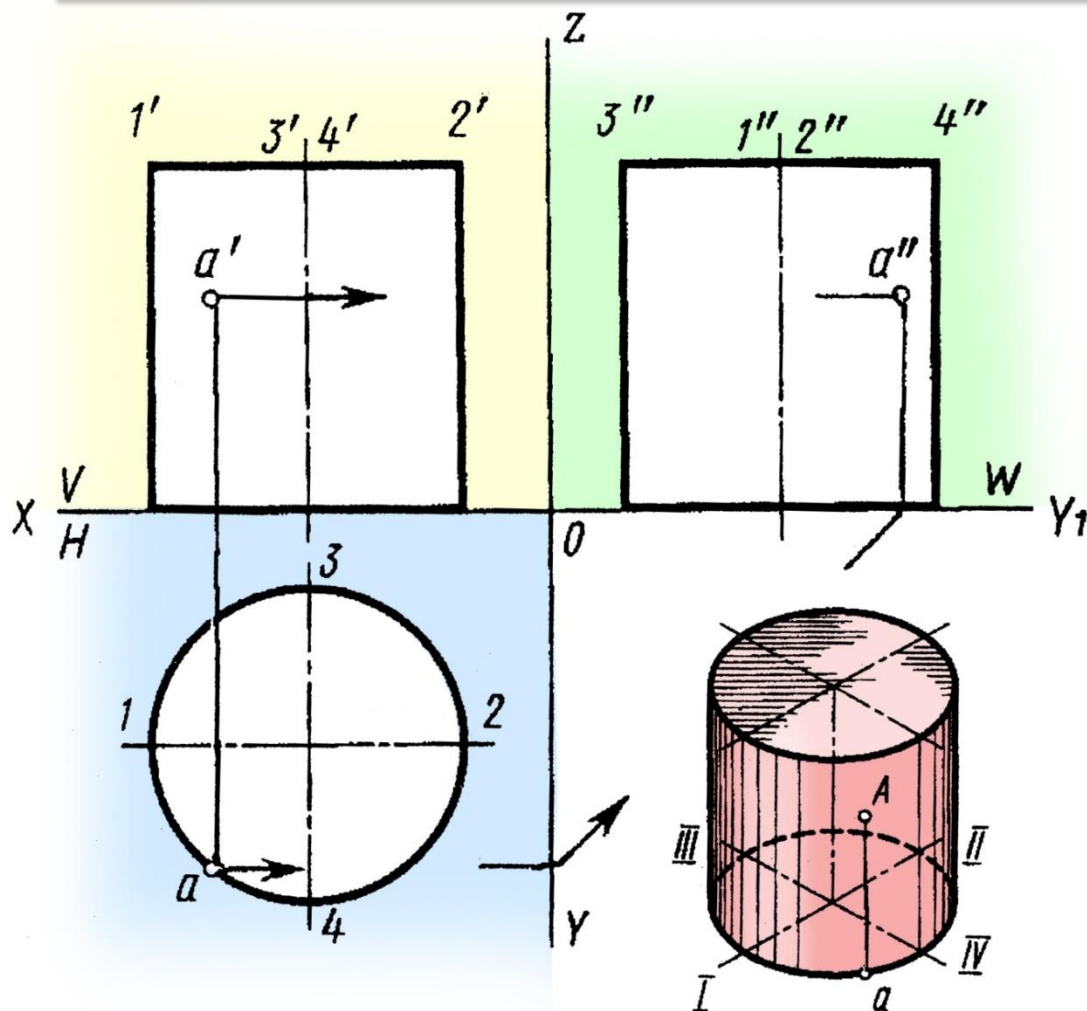
Принадлежность точки поверхности

- ***Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой – либо линии этой поверхности***
- Чтобы по одной проекции точки построить вторую ее проекцию, необходимо провести линию по поверхности через данную проекцию точки, найти вторую проекцию этой линии и на ней определить недостающую



Принадлежность точки поверхности

Принадлежность точки поверхности прямого кругового цилиндра



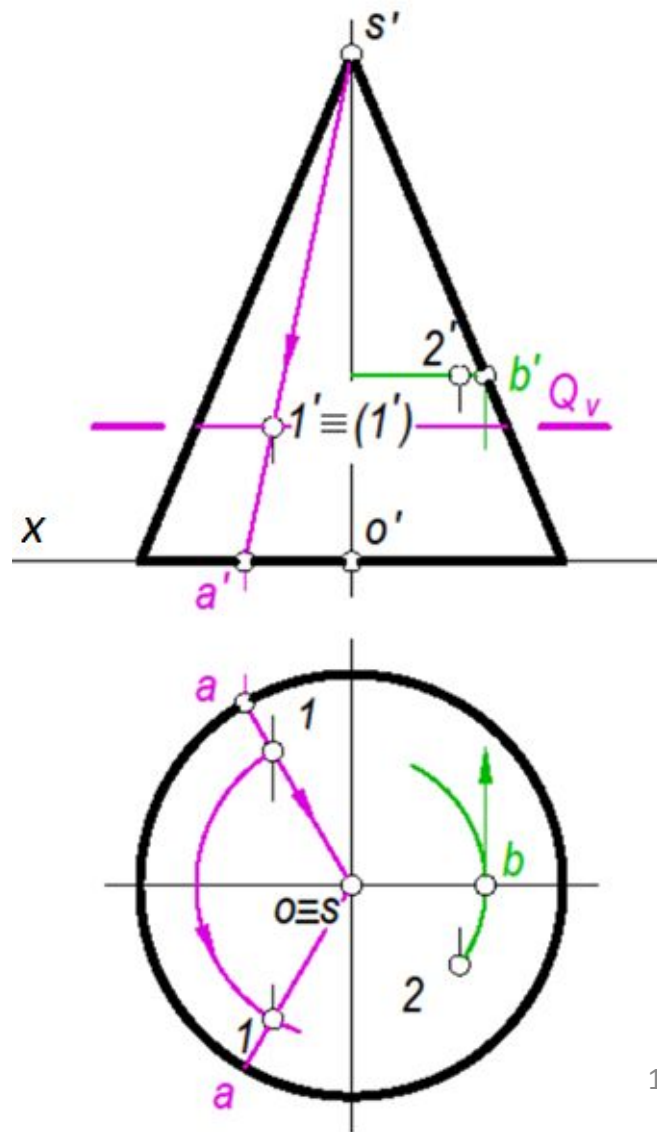
- На горизонтальную плоскость проекций боковая поверхность цилиндра проецируется в виде окружности, каждая образующая поверхности проецируется в точку
- Расположенная на поверхности цилиндра точка **A** имеет проекции **a' , a , a''**

Принадлежность точки поверхности

Принадлежность точки поверхности конуса

Для построения проекций точки необходимо по поверхности конуса провести линию (образующую

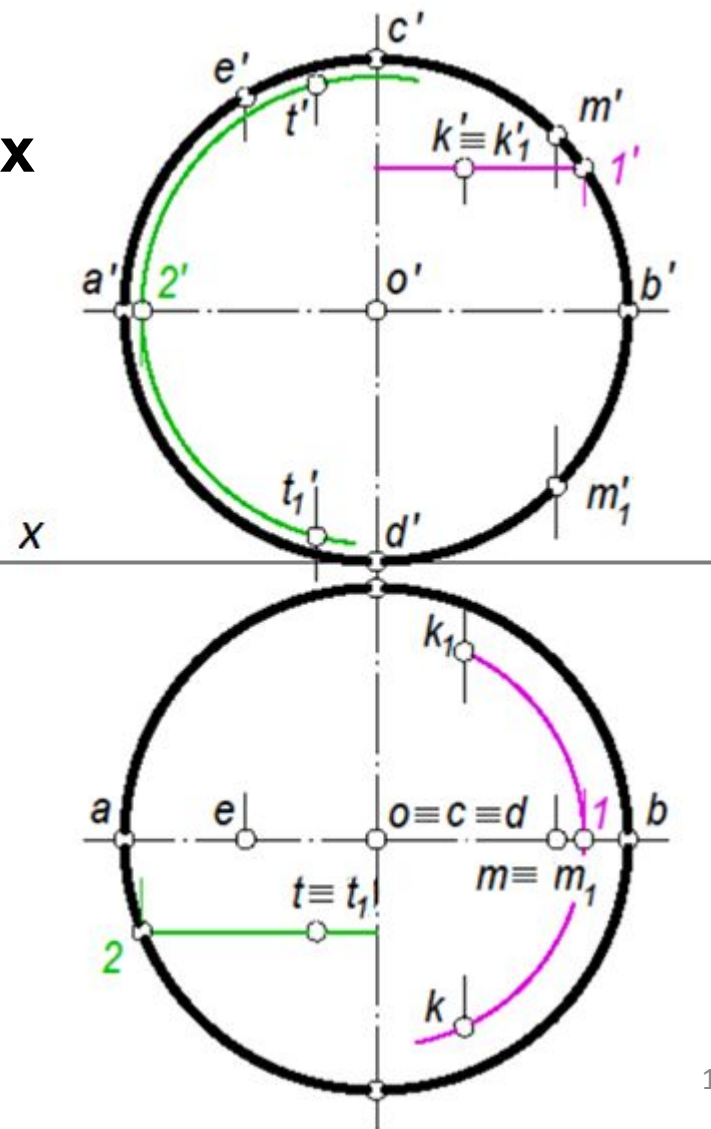
- конуса или параллель)
Проекции точки **1** и **1'** построены с помощью образующей **SA**
- Проекции точки **2** и **2'** - с помощью параллели (окружности, принадлежащей поверхности конуса)



Принадлежность точки поверхности

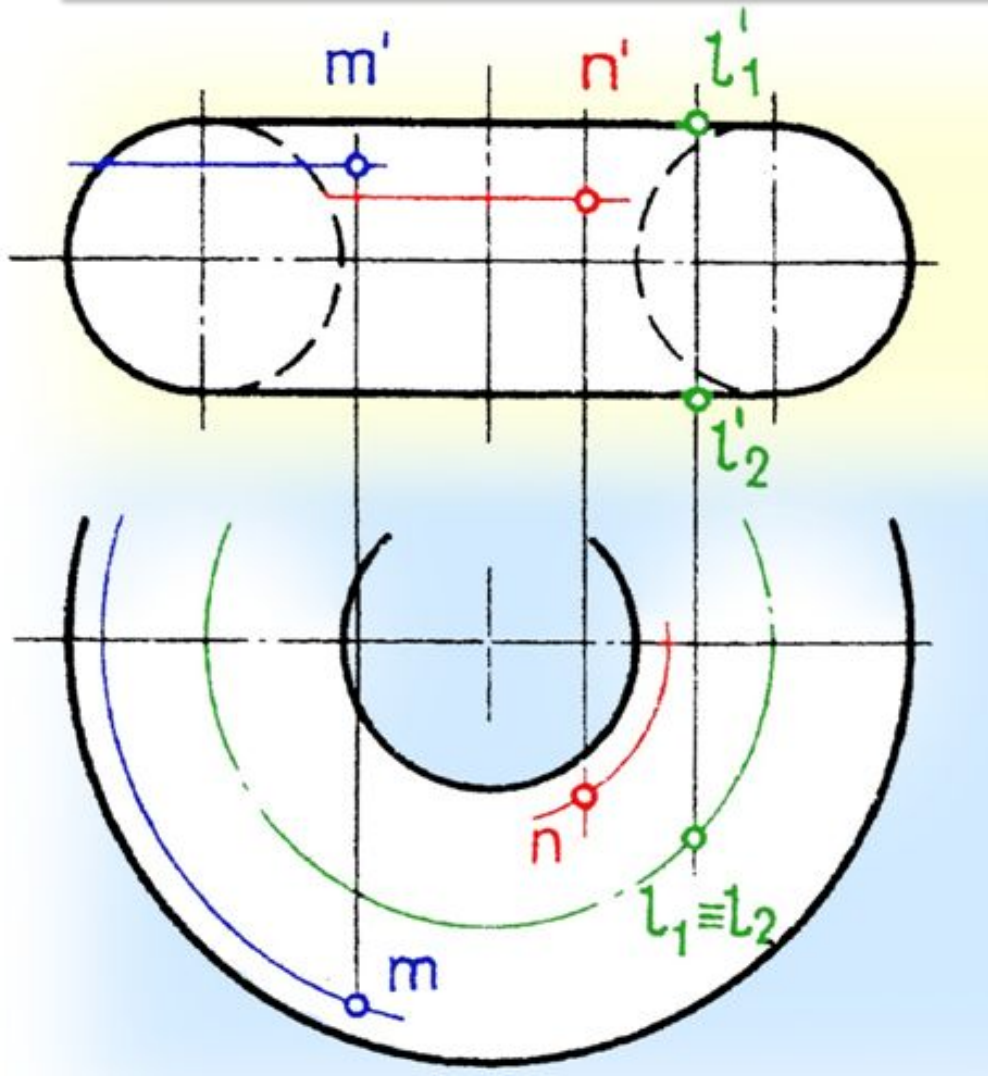
Принадлежность точки поверхности сферы

- Точки ***M*** и ***E*** расположены на главном меридиане сферы, их горизонтальные проекции будут находиться на оси ***ab***
- Через заданные проекции точек ***k' ≡ k'_1*** проводим вспомогательную параллель поверхности. Строим вторую проекцию параллели, определяем на ней недостающие проекции ***k*** и ***k_1***
- Точки ***t, t'*** и ***t_1, t'_1*** построены аналогично



Принадлежность точки поверхности

Принадлежность точки поверхности тора



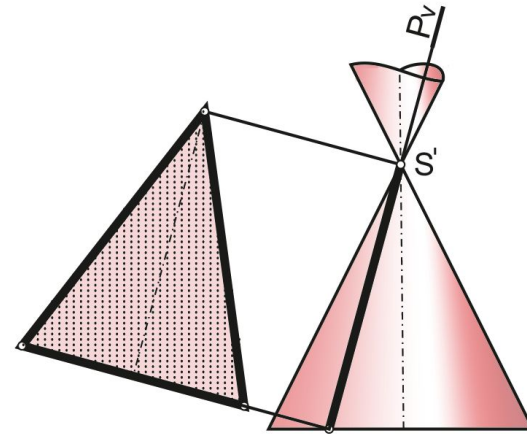
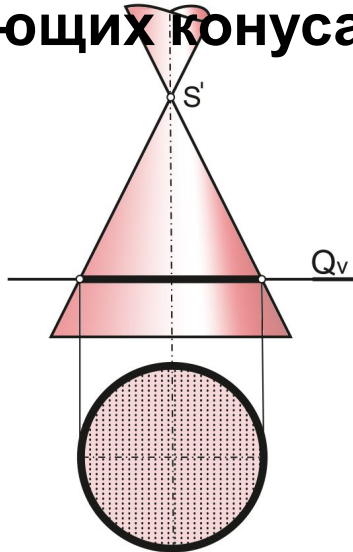
- Точка **M** лежит на наружной видимой стороне поверхности тора
 - Точка **N** принадлежит внутренней стороне тора , на фронтальной проекции является невидимой
- В общем случае точке **n'** может соответствовать четыре горизонтальных проекции **n**

Пересечение поверхности плоскостью

Пересечение конуса плоскостью

Вид сечения кругового конуса плоскостью зависит от положения секущей плоскости относительно

образующих конуса

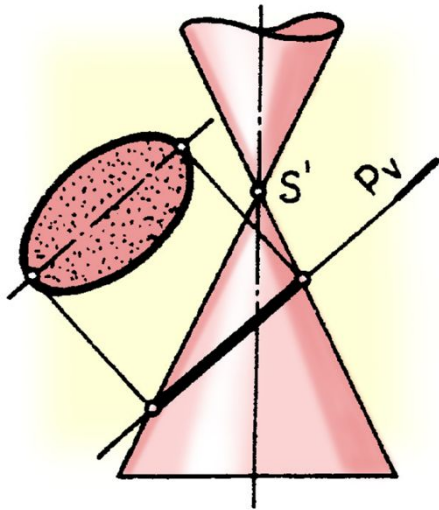


Если секущая плоскость параллельна основанию конуса, то в сечении получим **окружность**

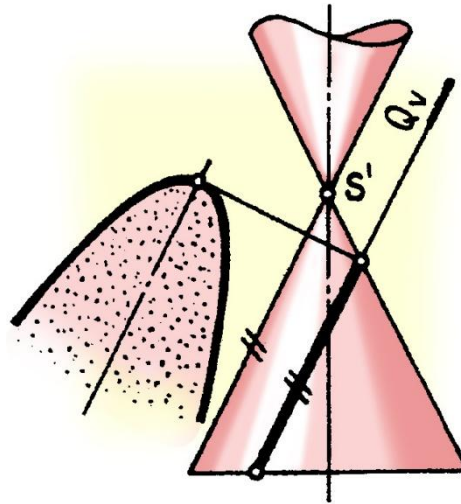
Если секущая плоскость проходит через вершину конуса, то в сечении получим **прямые (образующие конуса)**

Пересечение поверхности плоскостью

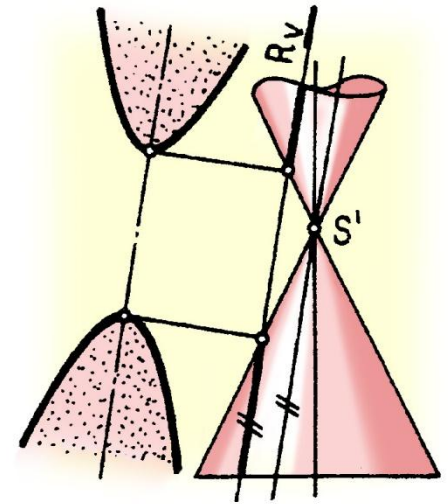
Пересечение конуса плоскостью



Если секущая плоскость не параллельна ни одной из образующих конуса, то в сечении получим **эллипс**



Если секущая плоскость параллельна только одной образующей, то в сечении получим **параболу**



Если пересечь конус плоскостью, параллельной двум его образующим, то в сечении получим **гиперболу**

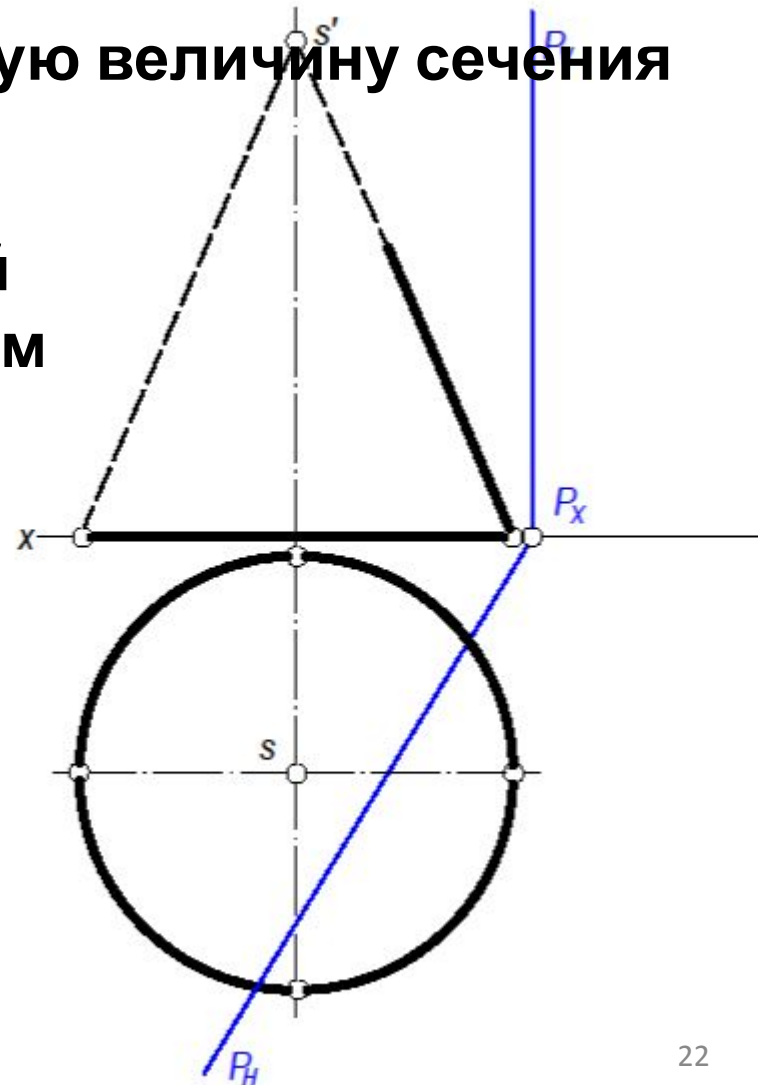
Решение

задачи

Задача: Построить линию пересечения конуса плоскостью ***P***

Определить натуральную величину сечения

При пересечении конуса
горизонтально проецирующей
плоскостью в сечении получим
гиперболу



Решение задачи

- Поскольку секущая плоскость P перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, то горизонтальная проекция сечения (гипербола) представляет собой прямую линию, совпадающую со следом P_H проектирующей плоскости:

Оторванные

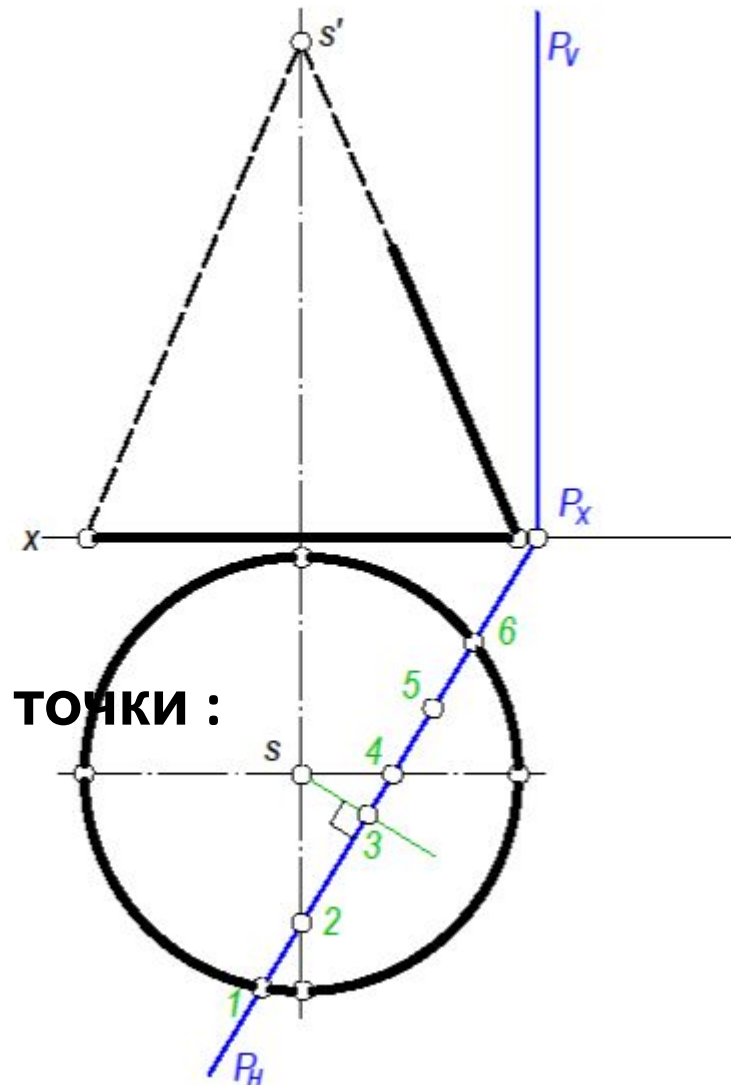
1, 6 – низшие точки сечения

3 – высшая точка сечения

4 – точка видимости сечения

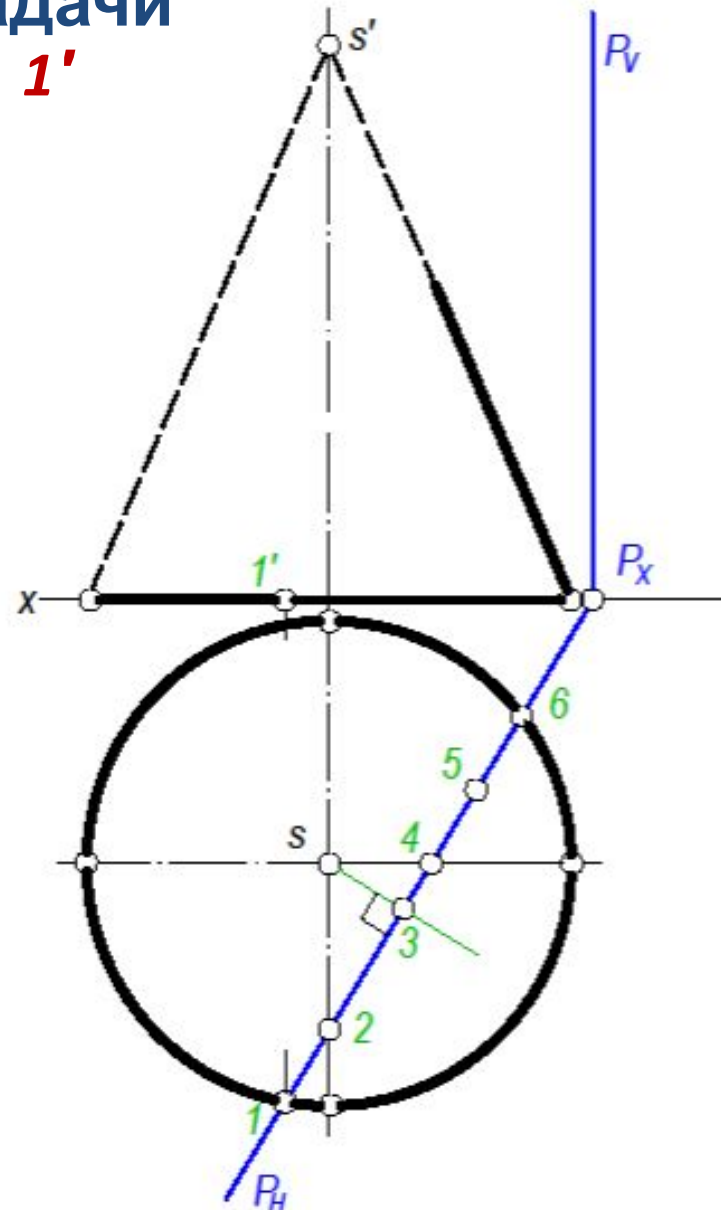
Дополнительные

2, 5 – промежуточные точки сечения



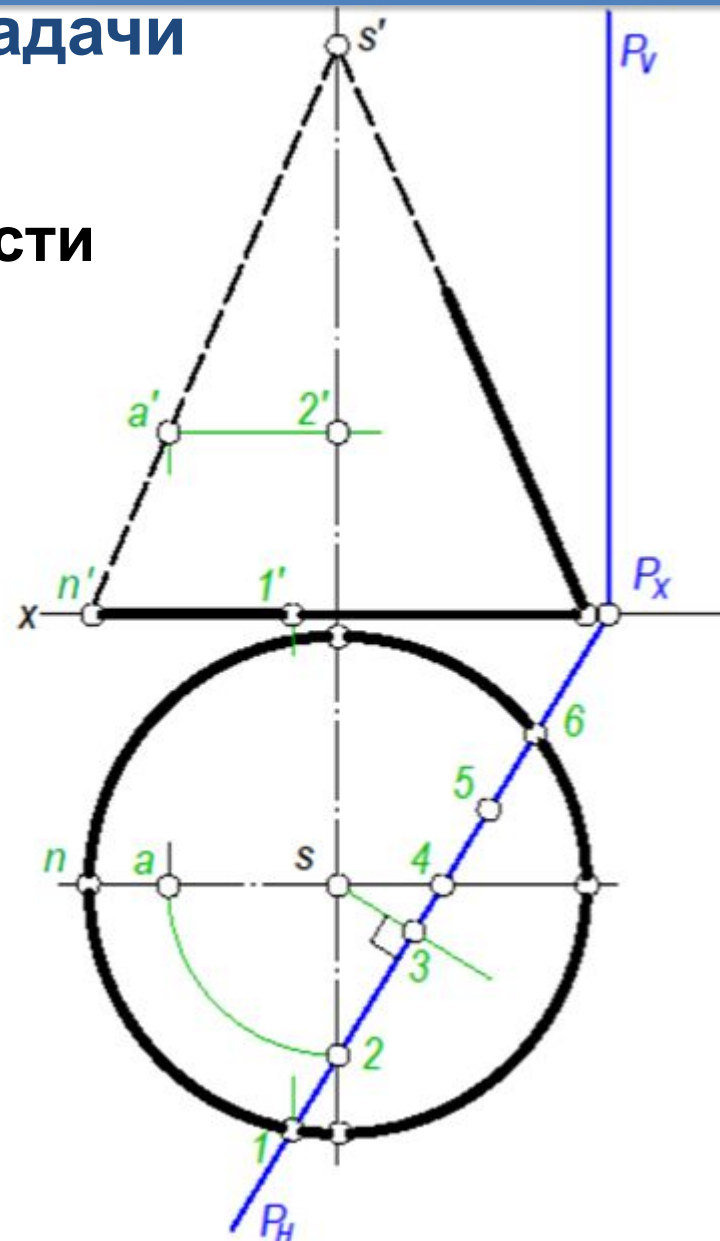
Решение задачи

- Фронтальная проекция **1'** лежит на оси **Ox**



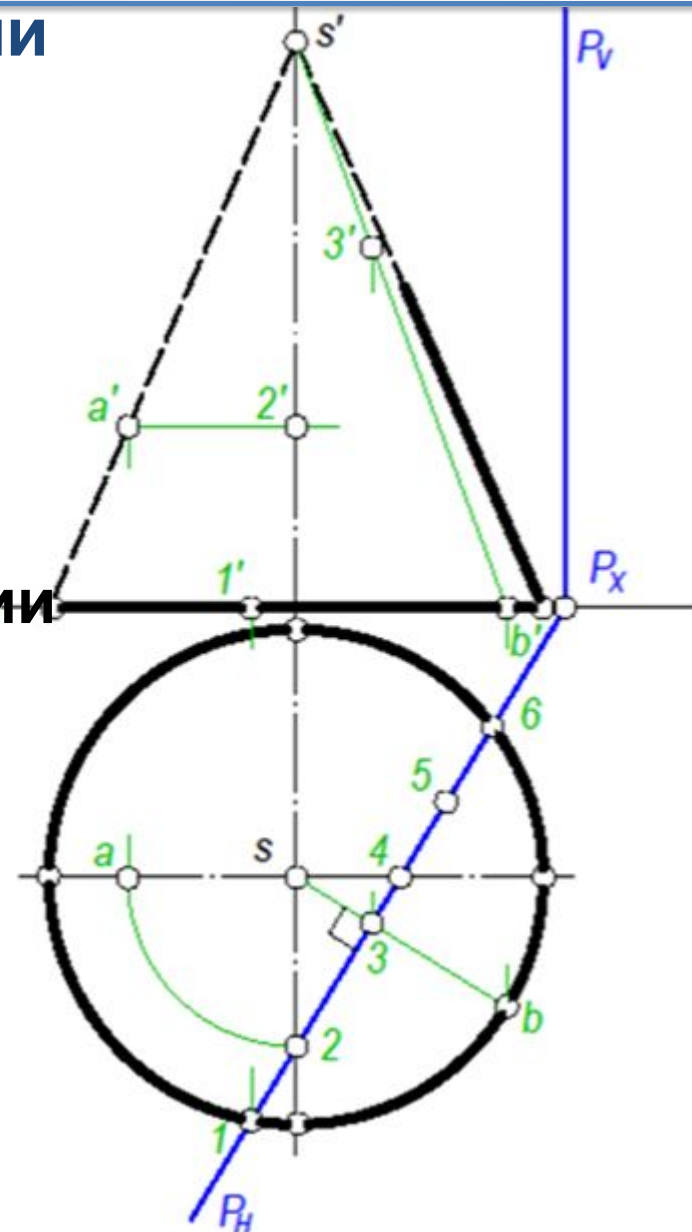
Решение задачи

- Точку **2'** определяем, проводя окружность радиуса **sa** по поверхности конуса



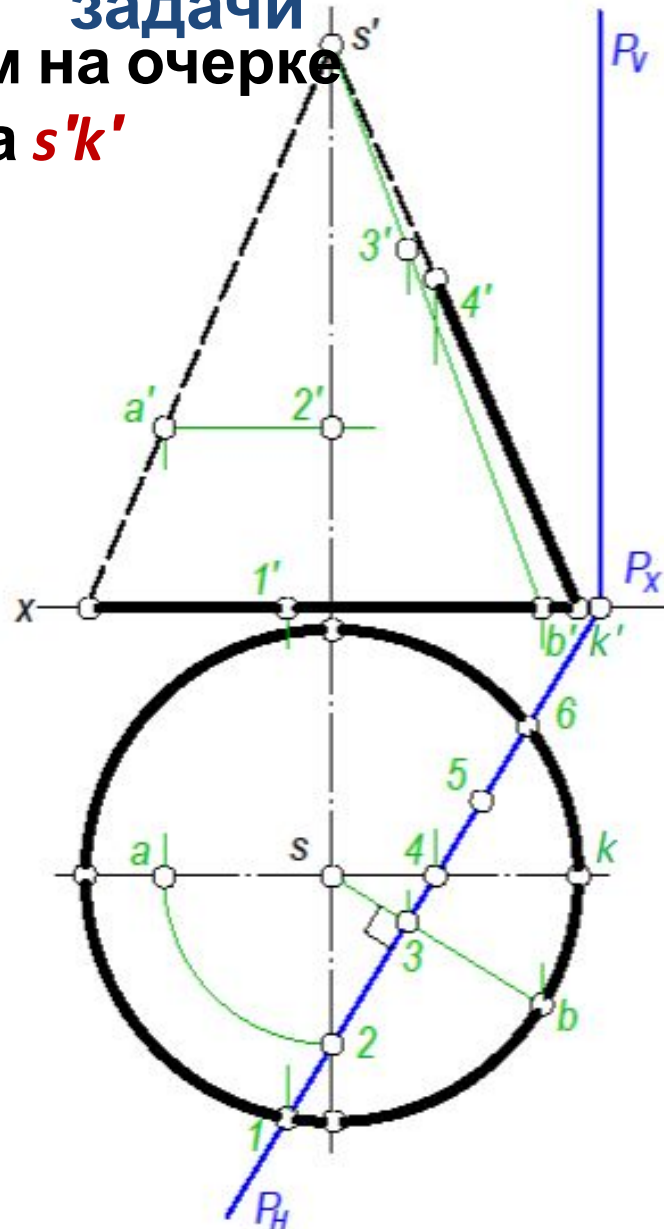
Решение задачи

- Горизонтальная проекция высшей точки сечения **3** располагается посередине отрезка **1-6**, на перпендикуляре, проведенном из точки **s** к следу **P_H**
- Точку **3'** находим на проекции образующей **$s'b'$**



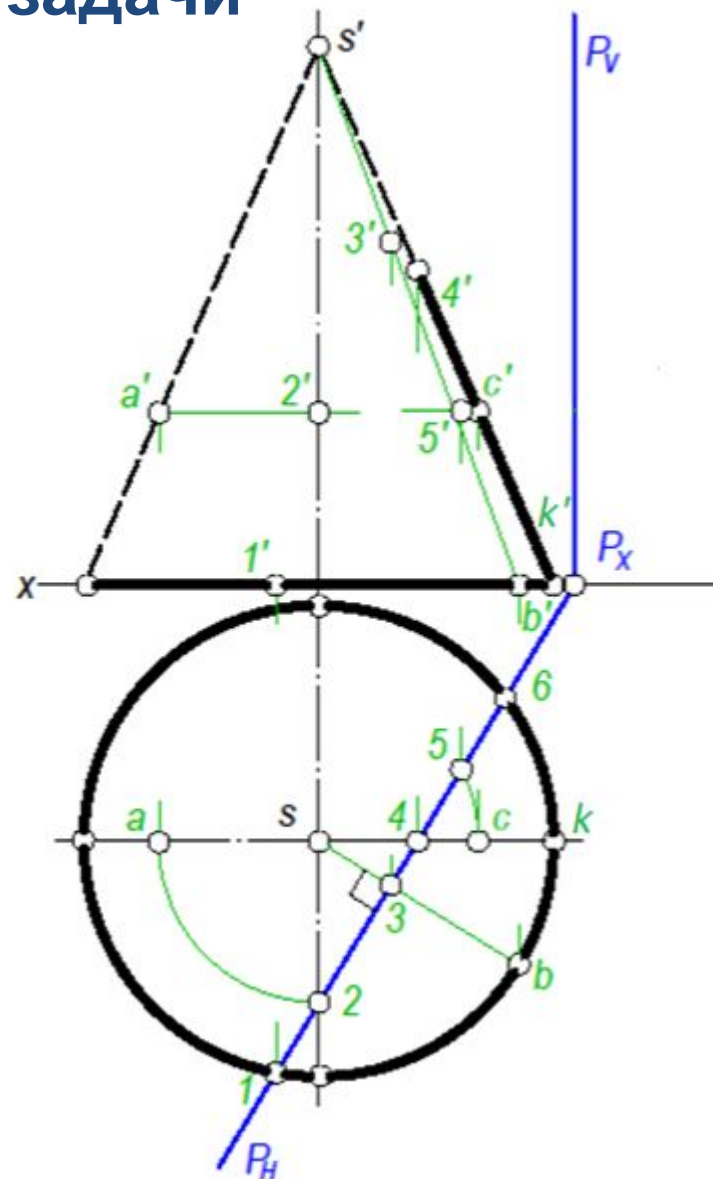
Решение задачи

- Точку **4'** определяем на очерке поверхности конуса **s'k'**



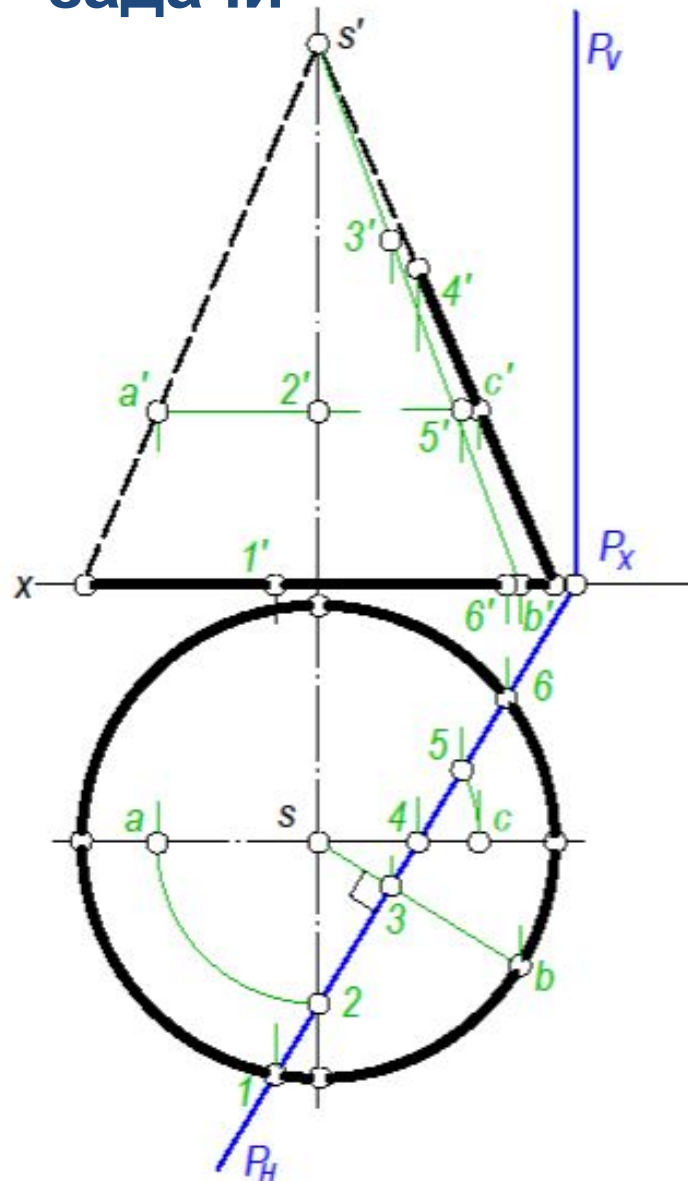
Решение задачи

- Точку **5'** строим
аналогично точке **2'**

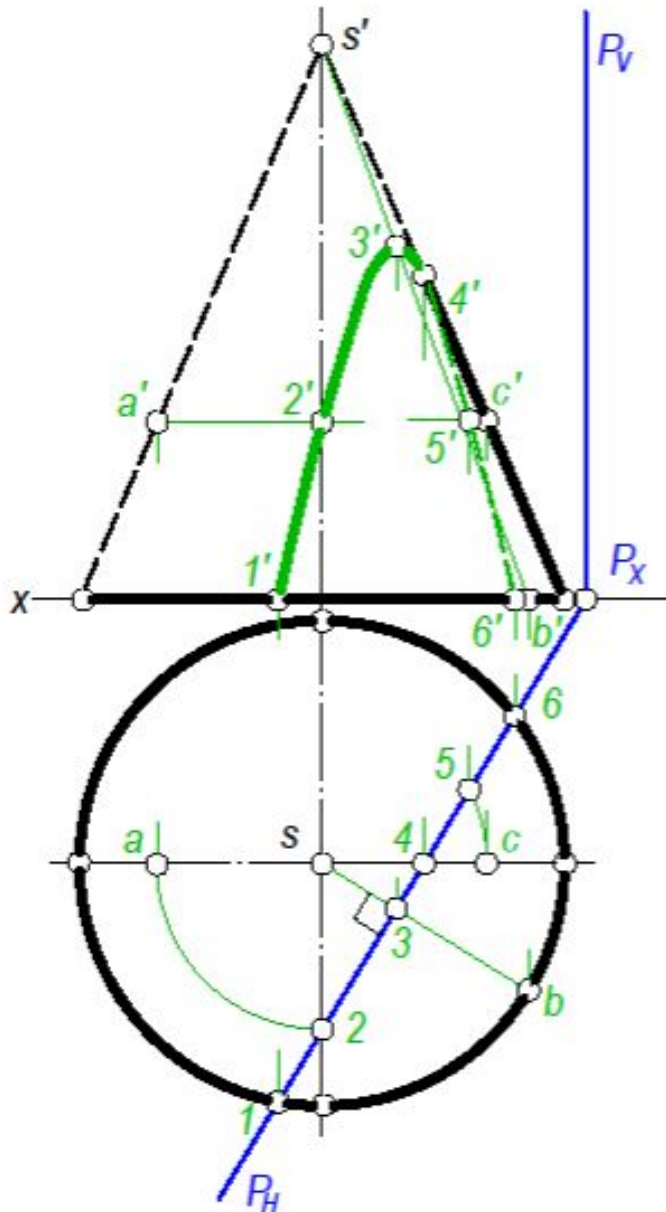


Решение задачи

- Точку **6'** определяем аналогично точке **1'**



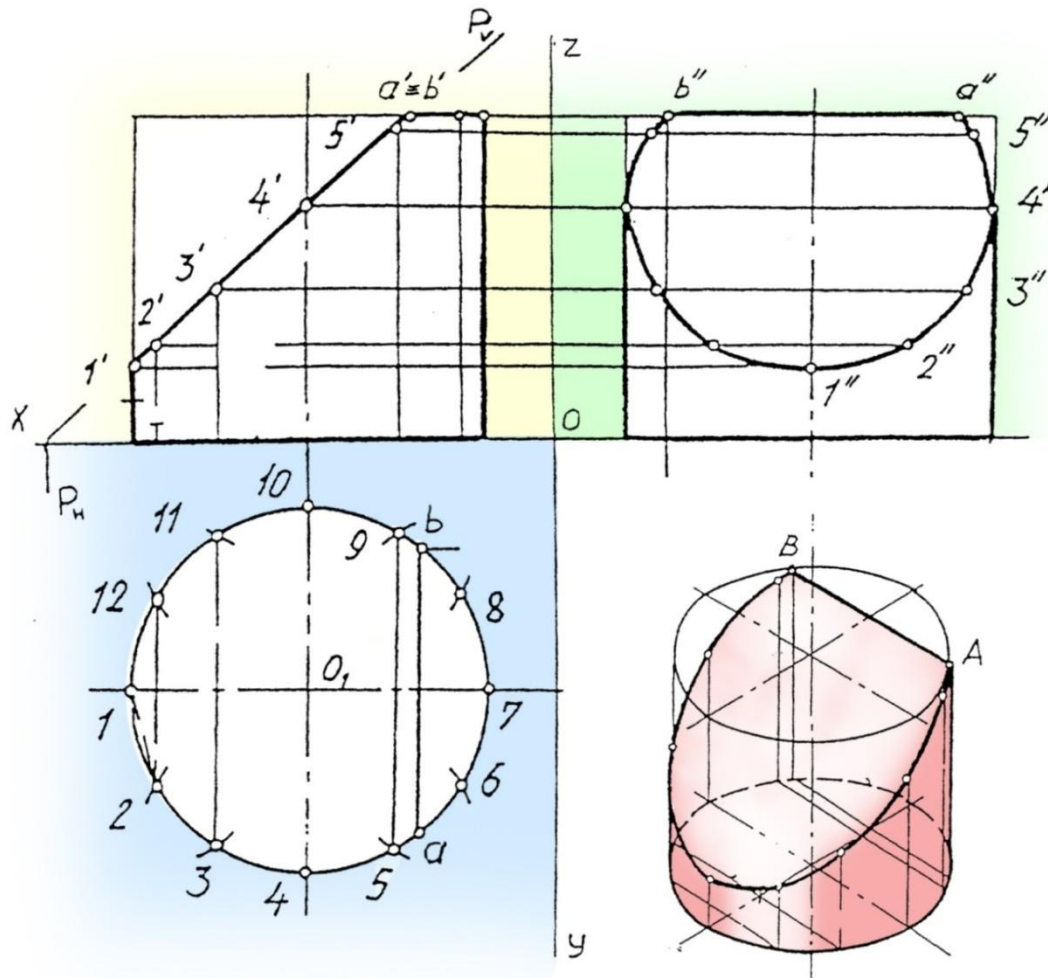
Решение задачи



- Соединяя точки **1'-2'-3'-4'-5'-6'** плавной кривой, получим фронтальную проекцию **гиперболы**
- Определим видимость: точка **4'** разделяет фронтальную проекцию гиперболы на видимую и невидимую части

Пересечение поверхности плоскостью

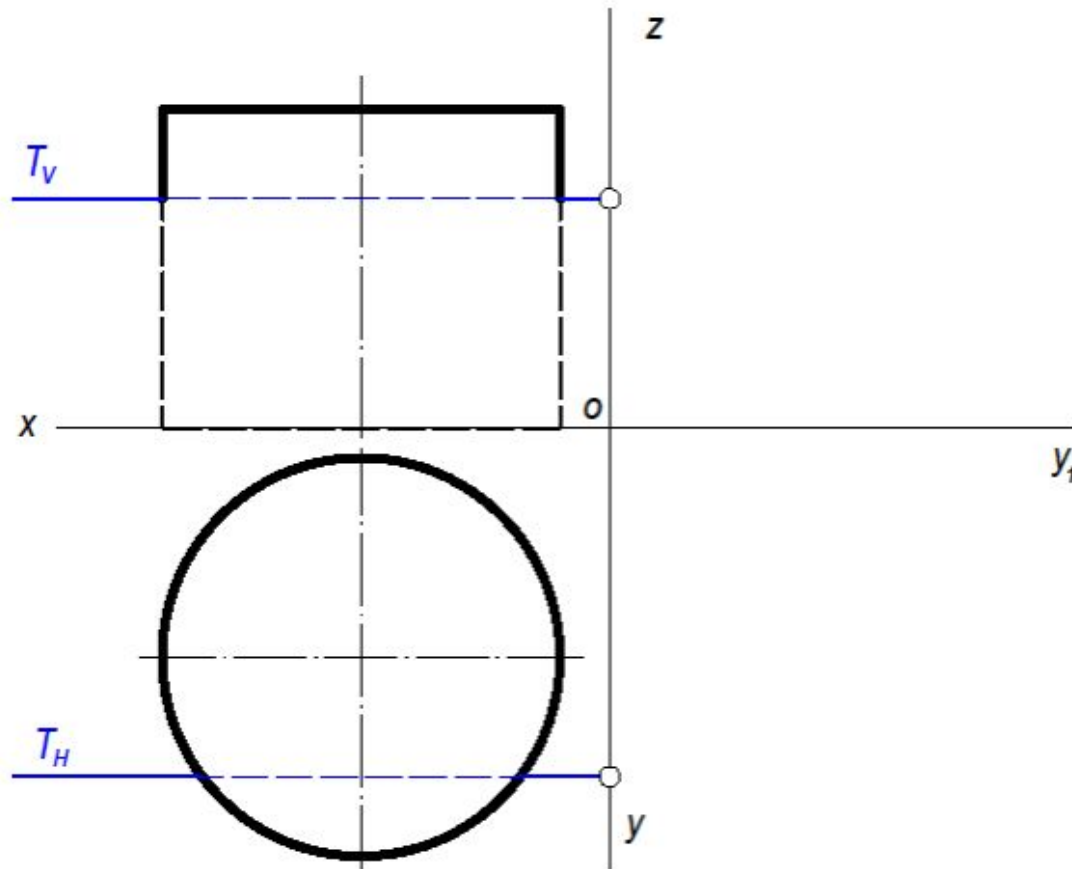
Пересечение цилиндра плоскостью



- При пересечении цилиндрической поверхности плоскостью в сечении могут получаться:
- окружность , эллипс ,
 - прямые линии (образующие цилиндра)
- На примере показано построение сечения (эллипса) с помощью двенадцати точек

Задача: Построить линию пересечения цилиндра
плоскостью ***P***

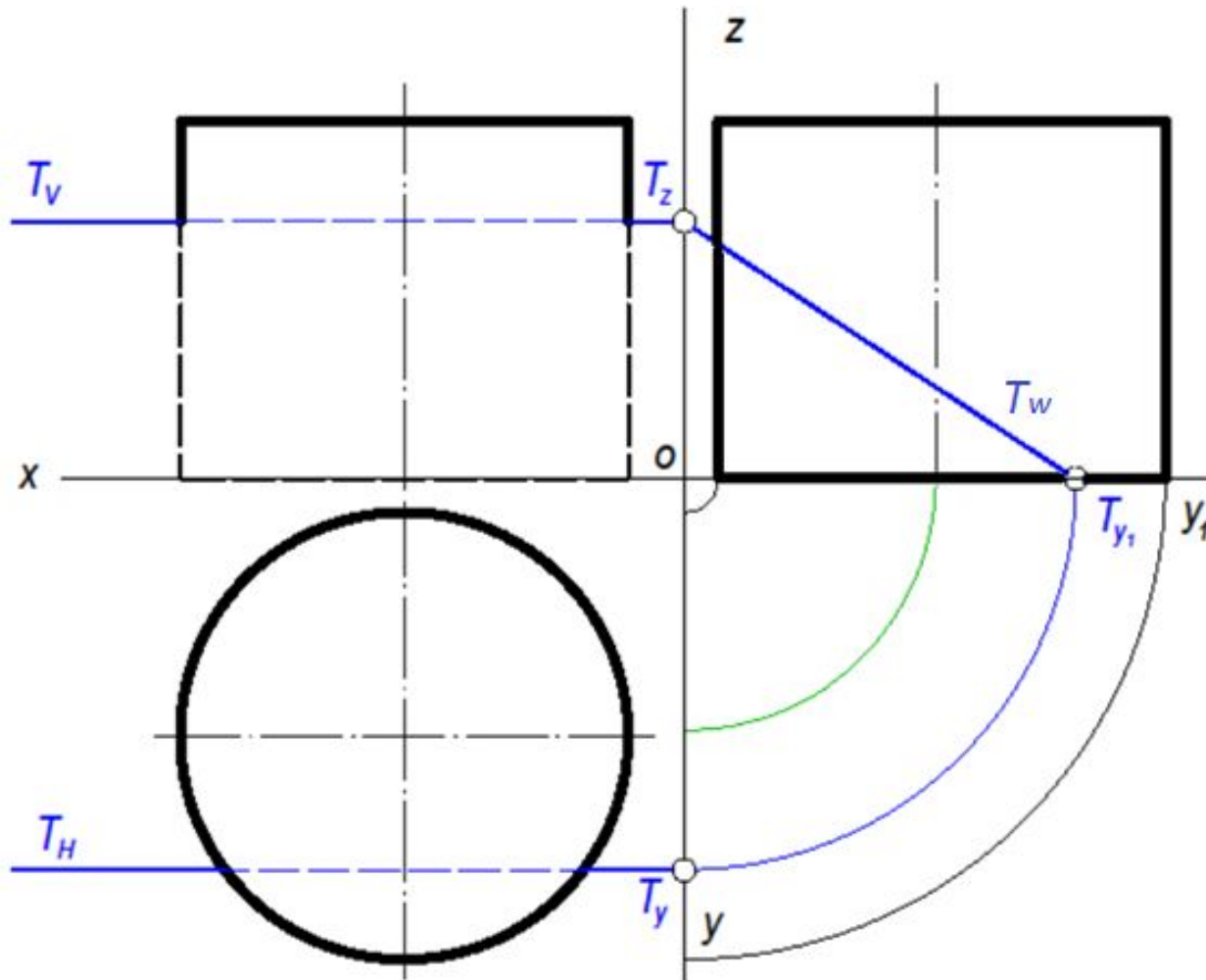
Определить натуральную величину сечения



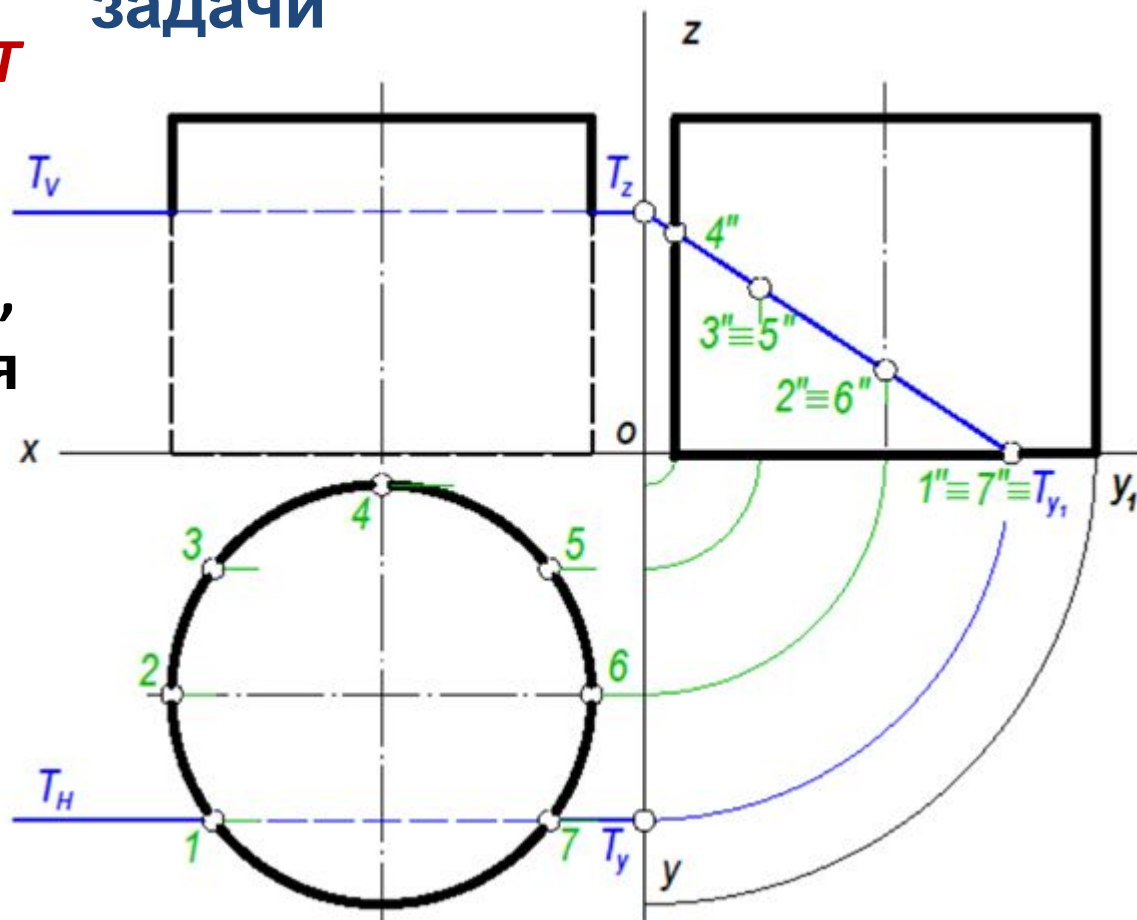
Решение

задачи

- Построим профильную проекцию цилиндра и след T_w профильно проецирующей плоскости T



- **Секущая плоскость T перпендикулярна профильной плоскости проекций , поэтому профильная проекция сечения (эллипс) представляет собой прямую линию , совпадающую со следом T_W**



- Определяем семь точек сечения на профильной и горизонтальной плоскостях проекций – **1"-2"-3"-4"-5"-6"-7"** и **1-2-3-4-5-6-7**

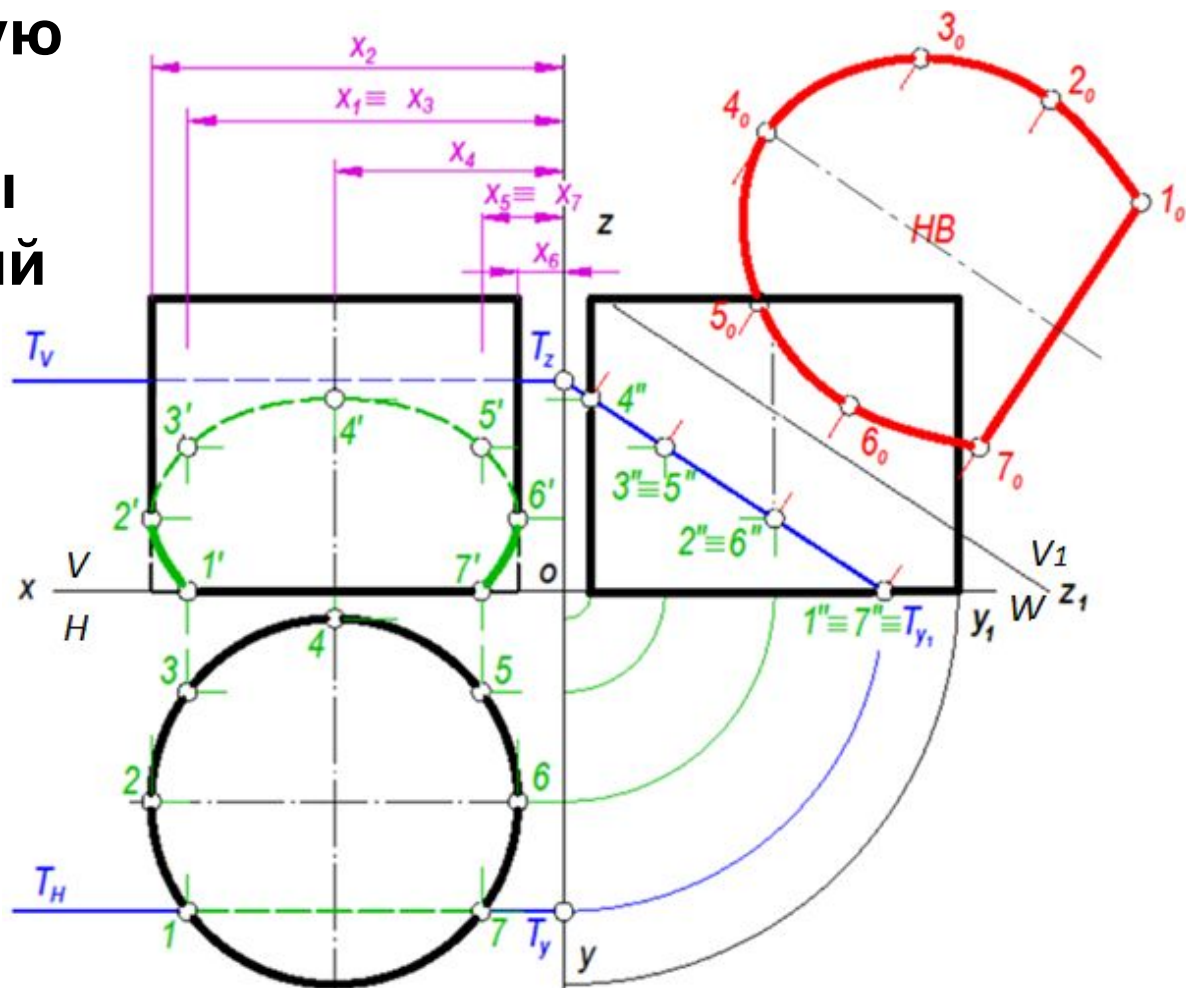
-
- Technical drawing of a sphere's projections. The top view shows a circle with points 1-7. The front view shows an ellipse with points 1'-7'. The side view shows a line segment with points 1''-7''. The drawing includes coordinate axes x , y , z and labels for temperatures T_v , T_z , T_H , T_y , and T_{y_1} .

Решение задачи

Строим натуральную
величину сечения
способом перемены
плоскостей проекций

$$Z \frac{V}{W} \rightarrow Z_1 \frac{V_1}{W}$$

- Находим
недостающие
координаты точек
 $X_1, X_2, X_3, \dots$, с
помощью которых
получаем искомую
натуральную
величину

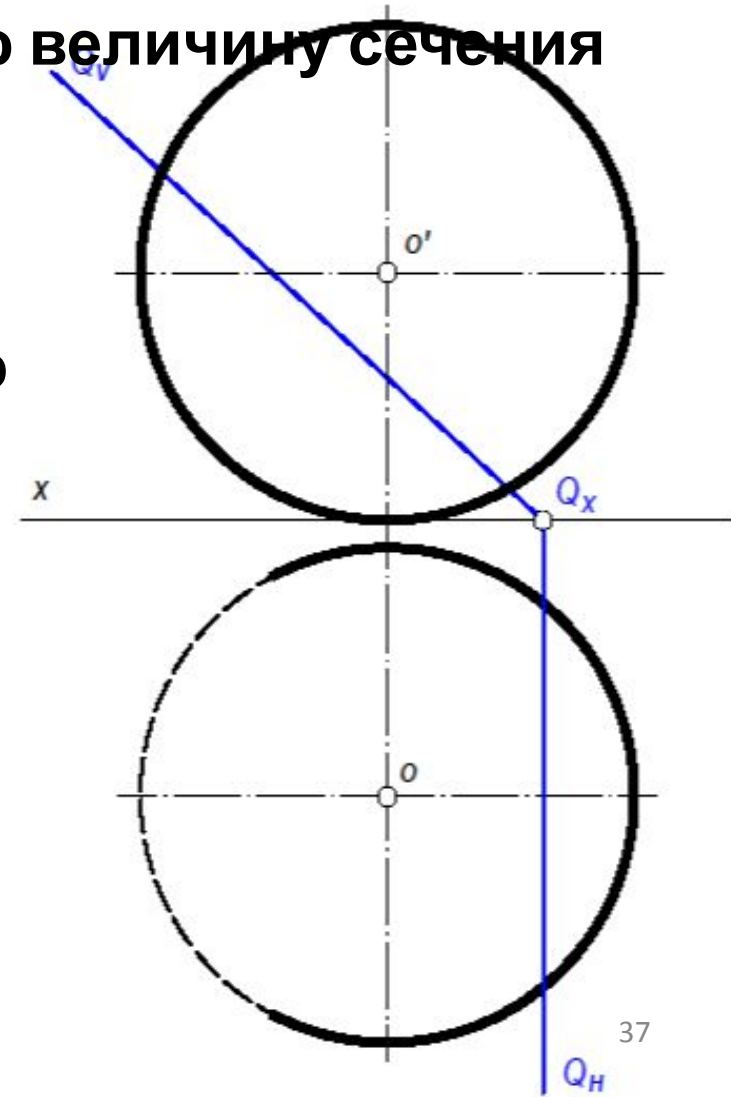


Решение задачи

Задача: Построить линию пересечения сферы плоскостью

Определить натуральную величину сечения
Секущая плоскость Q перпендикулярна фронтальной
плоскости проекций . Фронтальная
проекция сечения (окружность)
представляет собой прямую линию
, совпадающую со следом Q_v
проецирующей плоскости

На горизонтальную плоскость
проекций окружность
проецируется в эллипс



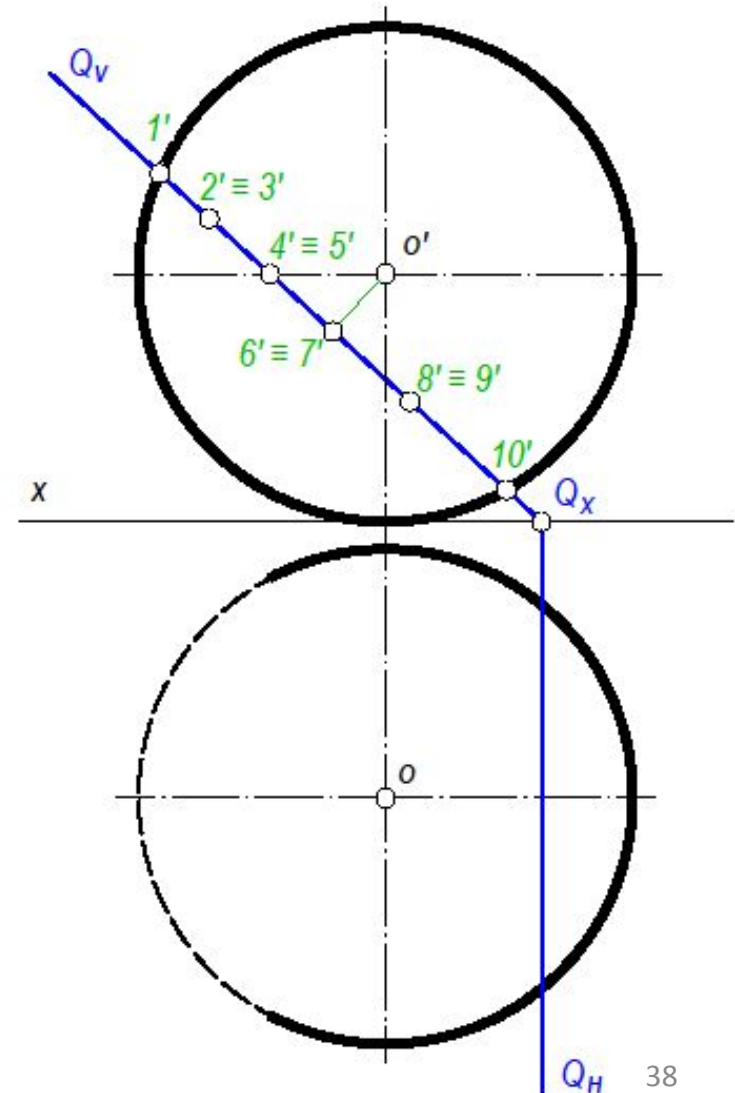
Решение задачи

- Выбираем десять точек сечения на фронтальной плоскости проекций –

$1', \dots, 10'$

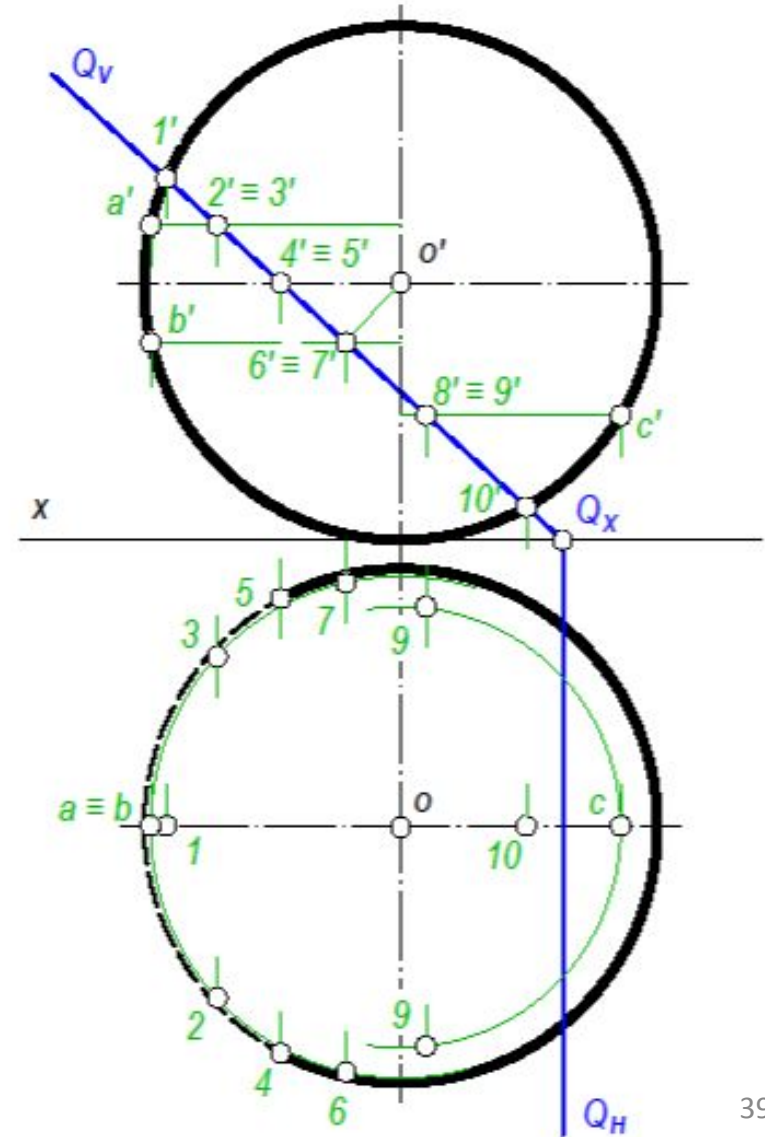
Из них :

$1', 4', 5', 6', 7', 10'$ являются опорными точками ,
 $2', 3', 8', 9'$ - дополнительными точками



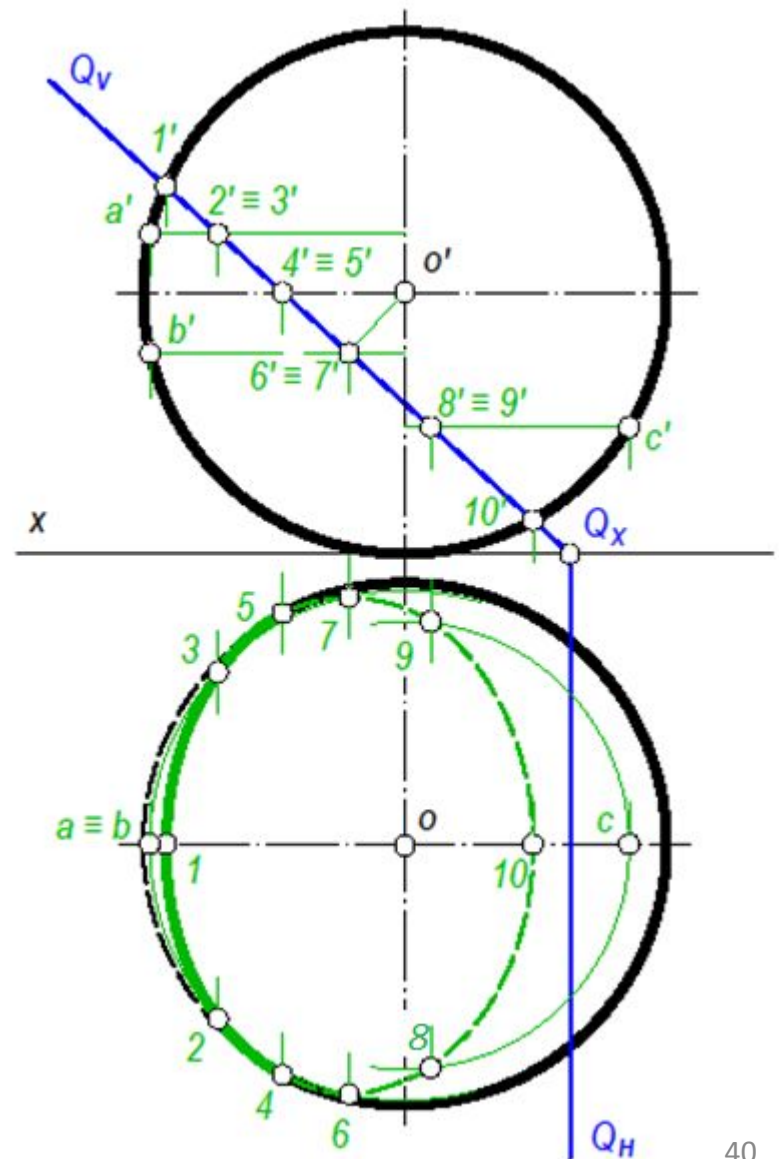
Решение задачи

- Строим горизонтальные проекции точек:
 - точки **1** и **10** определяем на оси горизонтальной проекции сферы ;
 - остальные точки находим с помощью параллелей сферы



Решение задачи

- Последовательно соединяя точки плавной кривой, получим горизонтальную проекцию сечения - **эллипс**
- Определим видимость: точки **4** и **5** разделяют горизонтальную проекцию эллипса на видимую и невидимую части

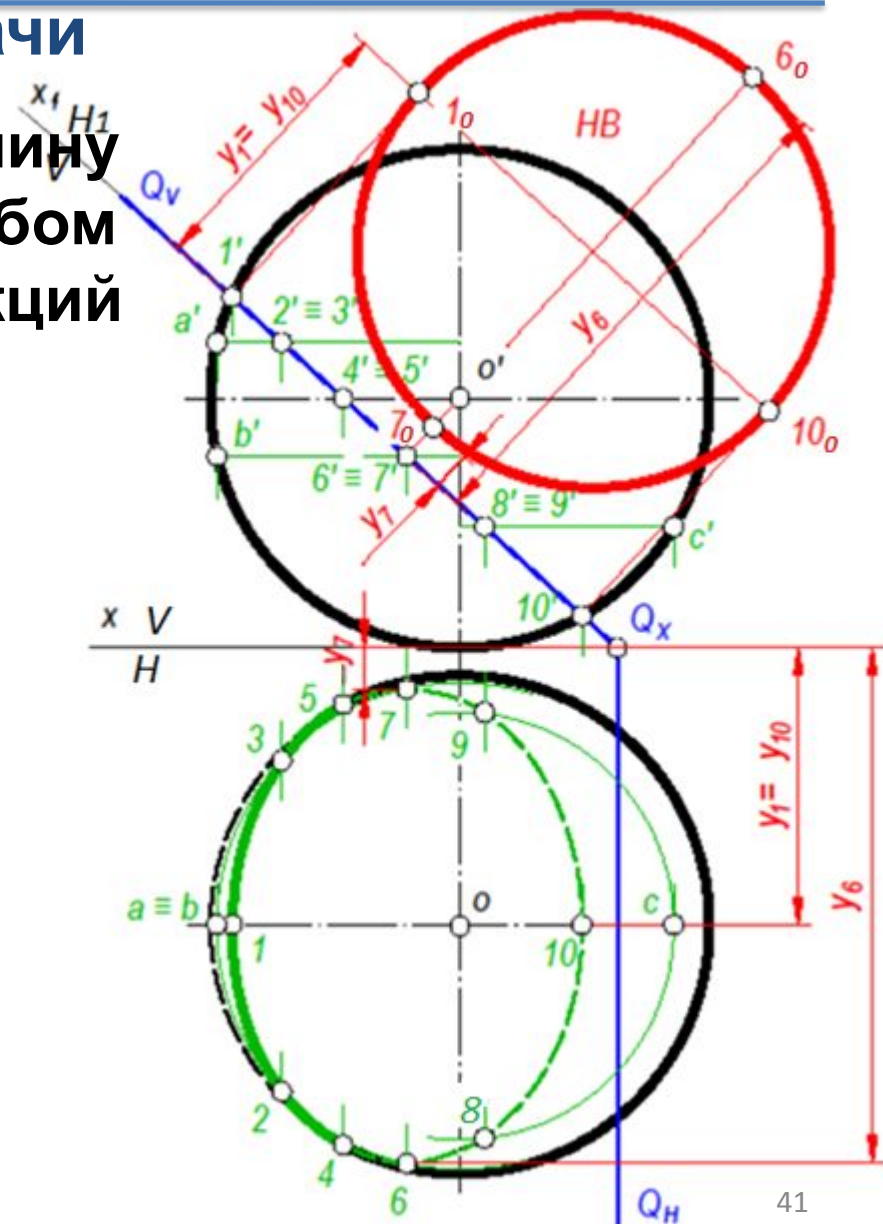


Решение задачи

Строим натуральную величину сечения (окружность) способом перемены плоскостей проекций

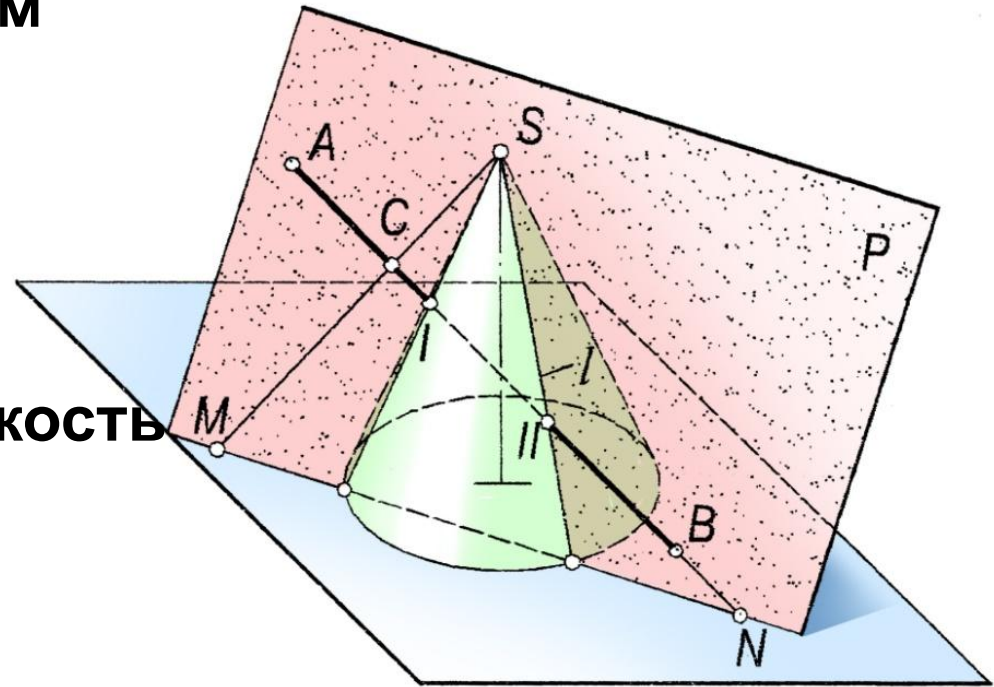
$$X \frac{V}{H} \rightarrow X_1 \frac{V}{H_1}$$

- Для определения центра окружности находим недостающую координату
 $y_1 = y_{10}$
Диаметр окружности равен $1'-10'$



Пересечение прямой с поверхностью

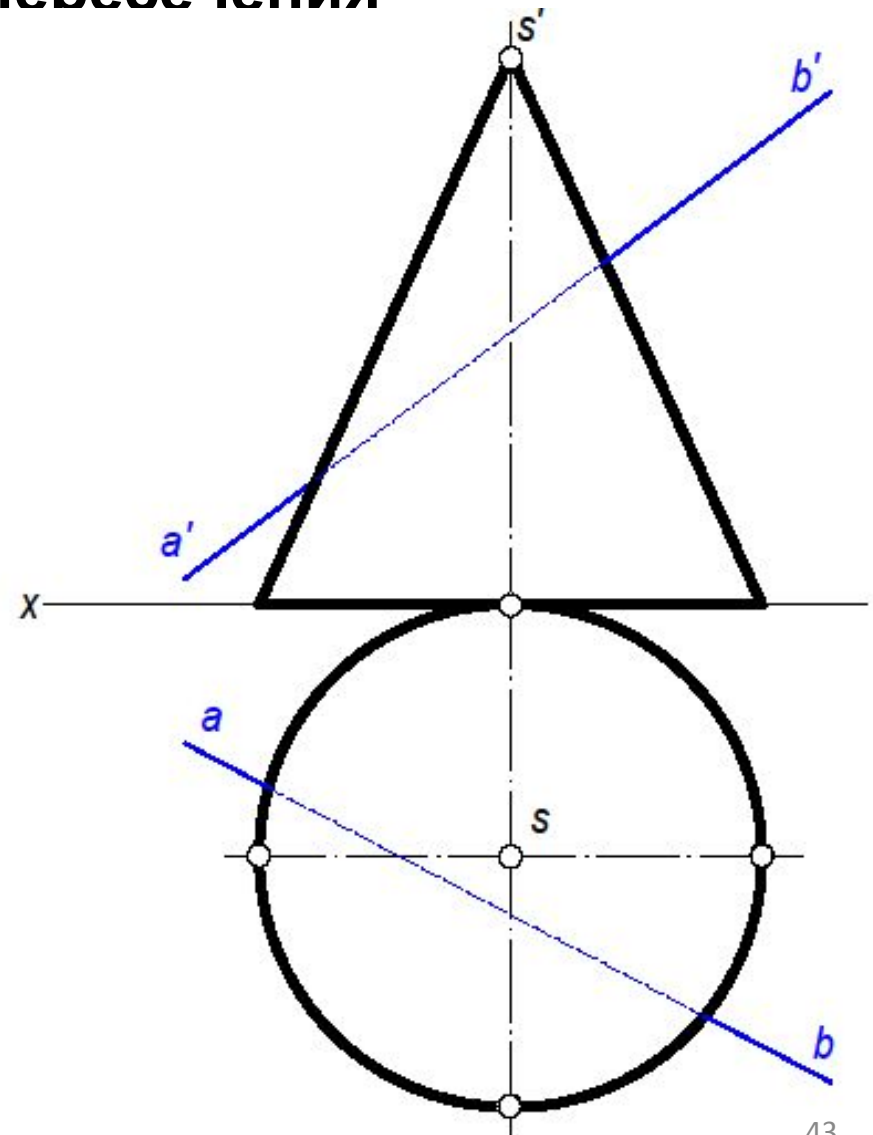
Ход решения аналогичен задаче на пересечение прямой с многогранником



1. Закljučаем прямую во вспомогательную плоскость
2. Строим сечение поверхности вспомогательной плоскостью
3. Определяем точки пересечения прямой с построенным сечением – точки пересечения прямой с

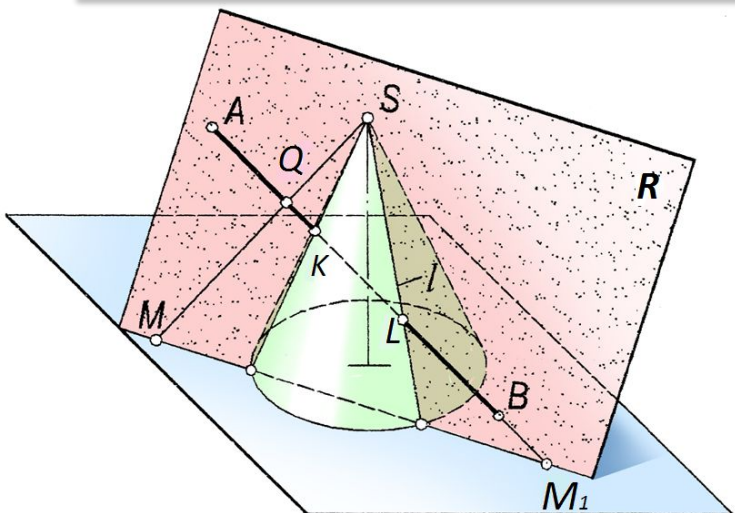
Решение задачи

Задача: Построить точки пересечения
прямой с конусом



-

Решение задачи



- Соединив точки ***M*** и ***M₁***, получим горизонтальный след ***R_H*** плоскости ***R***
- Находим точки пересечения следа ***R_H*** с основанием конуса – получим точки ***T*** и ***C***
- Строим сечение конуса плоскостью (***треугольник TSC***) и определяем точки

