Лекция 1. Основные понятия и модели физики волновых явлений

1. **Волновые явления в природе, примеры из механики, электродинамики, и квантовой физики**
2. **Математические модели простейших волновых явлений:**
   - уравнение гармонического осциллятора, общее решение, начальные условия, комплексная форма записи решения;
   - уравнение гармонического осциллятора с переносом, общее решение;
   - волновое уравнение (уравнение Даламбера), общее решение для плоской и сферической геометрий
3. **Плоские гармонические волны:**
   - тригонометрическая и комплексная формы записи плоской волны;
   - фазовая скорость плоской волны и скорость переноса возмущений;
   - понятие о дисперсионном уравнении, волны без дисперсии
4. **Гармонические сферические и цилиндрические волны**
   - гармонические сферические волны
   - гармонические цилиндрические волны
5. **Разложение по плоским волнам**
   - основные соотношения и определения
   - разложение по плоским волнам без дисперсии

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \omega_0^2 \psi = 0$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})\cos(\omega_0 t) + B(\mathbf{r})\sin(\omega_0 t)$$

$$\psi(0,\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}),\ \ \frac{\partial}{\partial t}\psi(0,\mathbf{r}) = \psi_0'(\mathbf{r}) \qquad A(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}),\ \ B(\mathbf{r}) = \omega_0^{-1}\psi_0'(\mathbf{r})$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = f_1(\mathbf{r})\exp(-i\omega_0 t) + f_2(\mathbf{r})\exp(i\omega_0 t)$$

$$f_{1,2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}[\psi_0(\mathbf{r}) \pm i\omega_0^{-1}\psi_0'(\mathbf{r})]$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)^2 \psi + \omega_0^2 \psi = 0$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = f_1(\mathbf{r}-\mathbf{u}t)\exp(-i\omega_0 t) + f_2(\mathbf{r}-\mathbf{u}t)\exp(i\omega_0 t)$$

$$\Delta\psi - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \psi(t,\mathbf{r}) = \psi(t,\xi) \qquad \xi = \mathbf{s}\cdot\mathbf{r} = s_x x + s_y y + s_z z$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \qquad \psi(t,\mathbf{r}) = f_1(\mathbf{s}\cdot\mathbf{r} - \mathrm{v}t) + f_2(\mathbf{s}\cdot\mathbf{r} + \mathrm{v}t)$$

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2} r \qquad \frac{\partial^2(r\psi)}{\partial r^2} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2(r\psi)}{\partial t^2} = 0$$

$$\psi(t,r) = \frac{f_1(r-\mathrm{v}t)}{r} + \frac{f_2(r+\mathrm{v}t)}{r}$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = A\cos(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + B\sin(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) = C\cos(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \alpha)$$

$$\psi(t,r) = A'\cos(\omega t + \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + B'\sin(\omega t + \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) = C'\cos(\omega t + \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \alpha')$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}[C_0\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + C_0^*\exp(i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})]$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \pm\omega_0$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}[C_0\exp(-i\omega_0 t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + C_0^*\exp(i\omega_0 t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})]$$

$$(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})^2 = \omega_0^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \mathbf{k}\cdot\mathbf{u} \pm \omega_0$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\{C_0\exp[i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r} - \mathbf{u}t) \mp i\omega_0 t] + C_0^*\exp[-i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r} - \mathbf{u}t) \pm i\omega_0 t]\}$$

$$\omega^2 = k^2\mathrm{v}^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \pm k\mathrm{v}$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\{C_0\exp[ik(\mathbf{s}\cdot\mathbf{r} - \mathrm{v}t)] + C_0^*\exp[-ik(\mathbf{s}\cdot\mathbf{r} - \mathrm{v}t)]\},$$

$$\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} = \mathrm{const} \qquad V_\phi = \frac{\omega}{k\cos\theta}$$

$$\boxed{D(\omega,\mathbf{k}) = 0 \;\rightarrow\; \omega = \omega(\mathbf{k})}$$

$$\psi(t,r) = \frac{f_1(r - \mathrm{v}t)}{r} + \frac{f_2(r + \mathrm{v}t)}{r}$$

$$f_1(r - \mathrm{v}t) = A_1 \cos[k(r - \mathrm{v}t)] + B_1 \sin[k(r - \mathrm{v}t)],$$
$$f_2(r + \mathrm{v}t) = A_2 \cos[k(r + \mathrm{v}t)] + B_2 \sin[k(r + \mathrm{v}t)],$$

$$\psi(t,r) = \phi(r)\exp(-i\omega t)$$

$$\frac{d^2(r\phi)}{dr^2} + k^2(r\phi) = 0$$

$$\phi(r) = \frac{A^*}{r}\exp(ikr) + \frac{B}{r}\exp(-ikr)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \phi}{\partial r} + k^2\varphi = 0$$

$$\phi(r) = \widetilde{A}^* H_0^{(1)}(kr) + \widetilde{B} H_0^{(2)}(kr)$$

$$r >> \lambda = 2\pi / k$$

$$\phi(r) = \frac{A^*}{\sqrt{r}}\exp(ikr) + \frac{B}{\sqrt{r}}\exp(-ikr)$$

$$\psi(t,r) = \frac{f_1(r - \mathrm{v}t)}{r^\alpha} + \frac{f_2(r + \mathrm{v}t)}{r^\alpha}$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(2\pi)^{-3}\int\{C_0(\mathbf{k})\exp[-i\omega(\mathbf{k})t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}] + C_0^*(\mathbf{k})\exp[i\omega(\mathbf{k})t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}]\}d\mathbf{k}$$

$$\psi(0,\mathbf{r}) \equiv \psi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(2\pi)^{-3}\int[C_0(\mathbf{k})\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + C_0^*(\mathbf{k})\exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})]d\mathbf{k}$$

$$\delta(\mathbf{k}\pm\mathbf{k}') = (2\pi)^{-3}\int\exp[i(\mathbf{k}\pm\mathbf{k}')\cdot\mathbf{r}]d\mathbf{r} \qquad C_0(\mathbf{k}) = \int\psi_0(\mathbf{r})\exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})d\mathbf{r}$$

$$\omega(\mathbf{k}) = \mathbf{V}\cdot\mathbf{k} + \Omega \qquad \psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}[\tilde{\psi}_0(\mathbf{r}-\mathbf{V}t)\exp(-i\Omega t) + \tilde{\psi}_0^*(\mathbf{r}-\mathbf{V}t)\exp(i\Omega t)]$$

$$\omega(\mathbf{k}) = |\,\mathbf{k}\,|\,\mathrm{V} = k\mathrm{V} \qquad C_0(\mathbf{k}) = \delta(k_x)\delta(k_y)\tilde{C}_0(k_z)$$

$$\psi(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(2\pi)^{-3}\int\{\tilde{C}_0(k_z)\exp[ik_z(z-\mathrm{V}t)] + \tilde{C}_0^*(k_z)\exp[-ik_z(z-\mathrm{V}t)]\}dk_z$$