# Основные правила комбинаторики


**Стр.75 п.7   № 7.1-7.6**
https://youtu.be/fkAibTmKiA0?list=PLCZ6Ox1-6l5IsY5sjZx2JJKCdeCJvGJR8 (урок 20)

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

- С комбинаторными задачами люди столкнулись в глубокой древности. В Древнем Китае увлекались составлением магических квадратов. В Древней Греции занимались теорией фигурных чисел.
- Комбинаторные задачи возникли и в связи с такими играми, как шашки, шахматы, домино, карты, кости и т.д.
- Комбинаторика становится наукой лишь в 18 в. – в период, когда возникла теория вероятности.

## *Правило суммы позволяет найти число элементов в объединении двух множеств ($A \cup B$)*

**Объединением множеств А и В называется множество состоящее из элементов, которые принадлежат хотя бы одному множеству А или В.**


**$A$ - множество натуральных делителей числа 24,**
**$B$ - множество натуральных делителей числа 18.**
**$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,**
**$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$,**
**$D$ - множество, которому принадлежат все элементы множества $A$ и все элементы множества $B$.**
**Т.е. $D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$.**

**Если множества А и В не пересекаются и множество А содержит *a* элементов, а множество В содержит *b* элементов, то объединение мно-жеств А и В содержит (*a+b*) элементов.**

**Пересечением множеств А и В называется множество состоящее из таких элементов, которые одновременно принадлежат множеству А или В.** ($A \cap B$)


***A*- множество натуральных делителей числа 24,**

***B*- множество натуральных делителей числа 18.**

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,

$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$,

***C* - множество общих делителей чисел 24 и 18,**

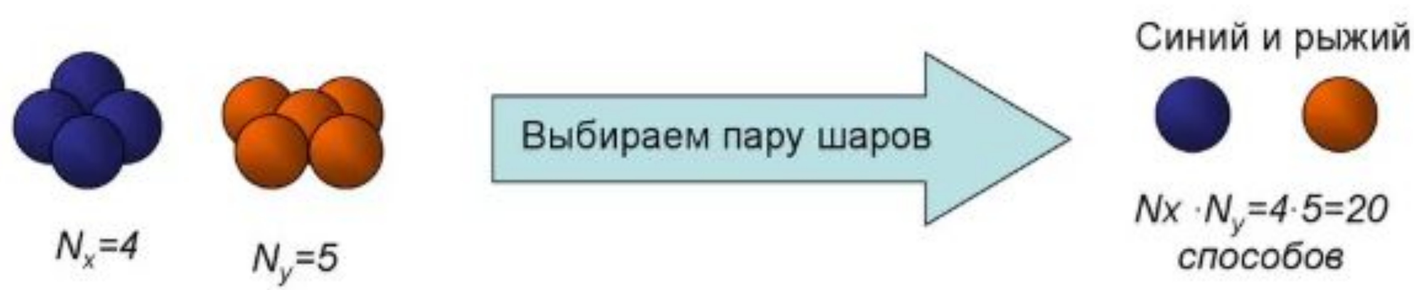
$C = \{1, 2, 3, 6\}$.

## Правило суммы

- Если элемент $x$ можно выбрать способами $n_x$ и если элемент $y$ можно выбрать $n_y$ способами, то выбор «либо $x$, либо $y$» можно осуществить способами $n_x + n_y$.

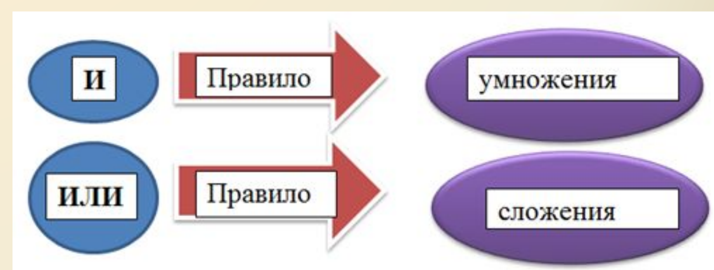
# Правило произведения

- Если элемент $\boldsymbol{x}$ можно выбрать $\boldsymbol{n_x}$ способами и если после его выбора элемент $\boldsymbol{y}$ можно выбрать $\boldsymbol{n_y}$ способами, то выбор упорядоченной пары $\boldsymbol{(x, y)}$ можно осуществить $\boldsymbol{n_x \cdot n_y}$ способами.



| | |
|---|---|
| В вазе лежат 3 яблока и 5 груш. Сколькими способами можно взять из вазы или одно яблоко, или одну грушу? | В вазе лежат 3 яблока и 5 груш. Сколькими способами можно взять из вазы одно яблоко и одну грушу? |
| (взаимоисключающие события) можно 3+5 = 8 способами. | (события происходят совместно) можно $3 \cdot 5 = 15$ способами. |
| Правило суммы: *если объект **a** можно выбрать **m** способами, и объект **b** можно выбрать **n** способами (не такими, как a), то выбор «a или b» можно осуществить **(m+n)** способами.* | Правило произведения: *если множество A содержит m элементов, а множество B содержит n элементов, то декартово произведение A x B содержит (m× n) элементов.* |

**Другими словами:**
**-если в условии задачи звучит «И», то выбираем правило умножения;**
**-если в условии задачи нужно найти «ИЛИ», то пользуемся правилом сложения.**



# Задача

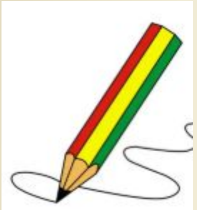
**На блюде 7 яблок, 4 мандарина и 5 груш. Найдите количество способов, которыми можно взять с блюда**

- **а) один плод;**
- **б) грушу и мандарин;**
- **в) яблоко и грушу;**
- **г) яблоко и мандарин;**
- **д) два фрукта с различными названиями.**

| | |
|---|---|
| а) взаимоисключающее событие | 7+4+5=16 |
| б) события происходят совместно | 4*5=20 |
| в) события происходят совместно | 7*5=35 |
| г) события происходят совместно | 4*7=28 |
| д) события происходят совместно | 20+35+28=83 |

**Задача 1.** В группе 20 девушек и 5 юношей. Каким числом способов можно выбрать старосту?

**Решение:** *Старостой может быть выбрана одна из 20 девушек или один из 5 юношей, а значит, общее число способов выбора старосты равно 20+5=25*



***При использовании правила суммы в такой формулировке нужно следить, чтобы ни один из способов выбора объекта А не совпадал с каким-нибудь способом выбора объекта В. Если такие совпадения есть, то правило суммы утрачивает силу и получается лишь (m+n-k) способов выбора, где k-число совпадений.***

**Задача 2.** В техникуме работают 76 преподавателей. Из них 49 знают английский язык, 32 - немецкий и 15 - оба языка. Сколько преподавателей не знает ни английского, ни немецкого языков?

**Решение**. *Английский или немецкий язык знают 49 + 32 – 15 = 66 преподавателей. А значит, не знают ни одного из этих языков 76 – 66 = 10 преподавателей*

**Задача 3.** В группе 30 человек. Необходимо выбрать Президента и заместителя . Сколькими способами это можно сделать?

***Решение*** *:Президентом может быть выбран любой из 30 учащихся, т.е. существует 30 способов выбора старосты.*

*После того как президент уже выбран, заместителем можно выбрать любого из оставшихся 29 учащихся.*

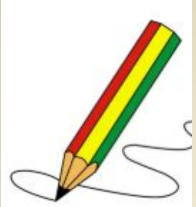
*Таким образом, одному способу выбора президента соответствуют 29 способов выбора заместителя.*

*Следовательно, общее число способов выбора президента и заместителя равно 30+29 = 59*

***Правила сложения и умножения имеют место для любого конечного числа элементов.***

**Задача 4.** Сколько трёхзначных чётных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5,6, если цифры могут повторяться?

**Решение:** При составлении трёхзначного числа авс из данных цифр вместо а можно взять любую цифру, кроме нуля (6 возможностей), вместо в можно взять любую из них (7 возможностей), вместо с можно взять любую из цифр 0,2.4.6 (4 возмож-ности). Таким образом, согласно правилу умножения, имеем $6\cdot7\cdot4= 168$ способов составить число, удовлетворяющее условию задачи.



Часто при решении комбинаторных задач работают оба правила.

**Задача 5.** Имеются 20 изделий 1-го сорта и 30 изделий 2-го сорта. Необходимо выбрать два изделия одного сорта. Сколькими способами это можно сделать?

**Решение:** По правилу умножения, два изделия 1-го сорта можно выбрать $20 \cdot 19 = 380$ способами.

Два изделия 2-го сорта можно выбрать $30 \cdot 29 = 870$ способами.

Т.к. по условию задачи следует выбрать два изделия одного сорта, неважно какого, то общее число способов выбора изделий одного сорта равно $380 + 870 = 1250$.

**Задача 6.** Сколько однозначных, двузначных и трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3, если цифры могут повторяться?

***Решение:*** *Очевидно, что из данных цифр можно составить только одно четное однозначное число – 2.*

*При составлении двузначного числа ав из данных цифр вместо а можно взять любую цифру, кроме нуля (3 возможности), вместо в можно взять взять любую из цифр 0 и 2 (2 возможности). Т.о, согласно правилу умножения, имеем $3 \cdot 2 = 6$ способов составить нужное нам число.*

*При составлении трехзначного числа авс из данных цифр вместо а можно взять любую цифру, кроме нуля (3 возможности), вместо в можно взять любую из них (4 возможности), вместо с можно взять любую из цифр 0 и 2 (2 возможности). Т.о., согласно правилу умножения, имеем $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$ способа составить число, удовлетворяющее условию задачи.*

*Применяя правило сложения, получим: $1 + 6 + 24 = 31$*