

# Параллельные прямые

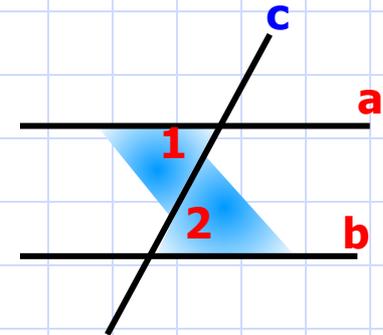
**Определение.**

**Две прямые на плоскости  
называются  
параллельными,  
если они не пересекаются.**

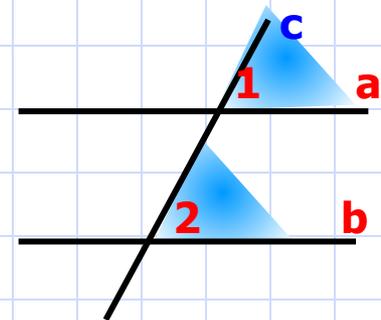


## Признаки параллельности прямых

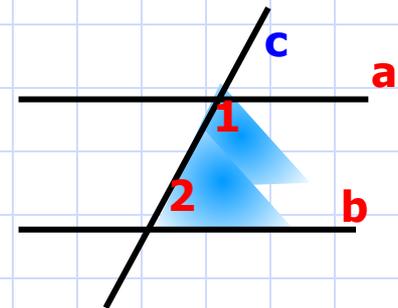
Если при пересечении двух прямых секущей **накрест лежащие углы равны**, то прямые параллельны.



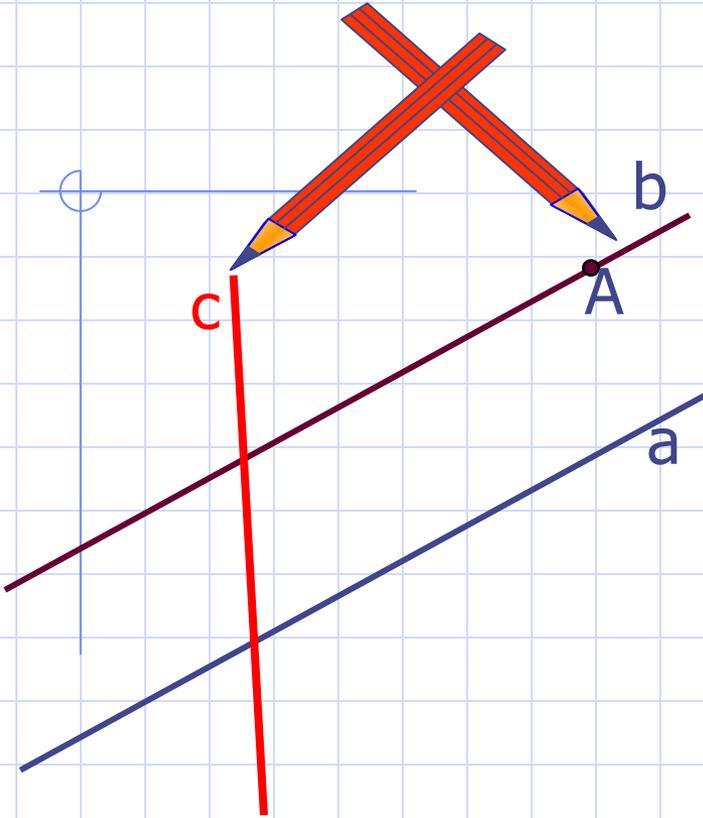
Если при пересечении двух прямых секущей **соответственные углы равны**, то прямые параллельны.



Если при пересечении двух прямых секущей **сумма односторонних углов равна  $180^{\circ}$** , то прямые параллельны.



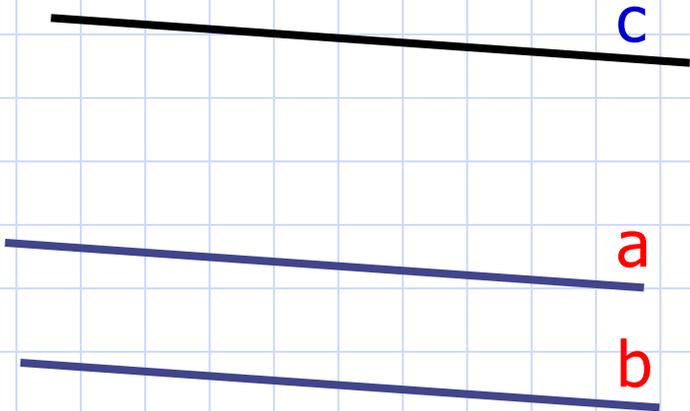
# Аксиома параллельности и следствия из неё.



Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

**Следствие 1.** Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

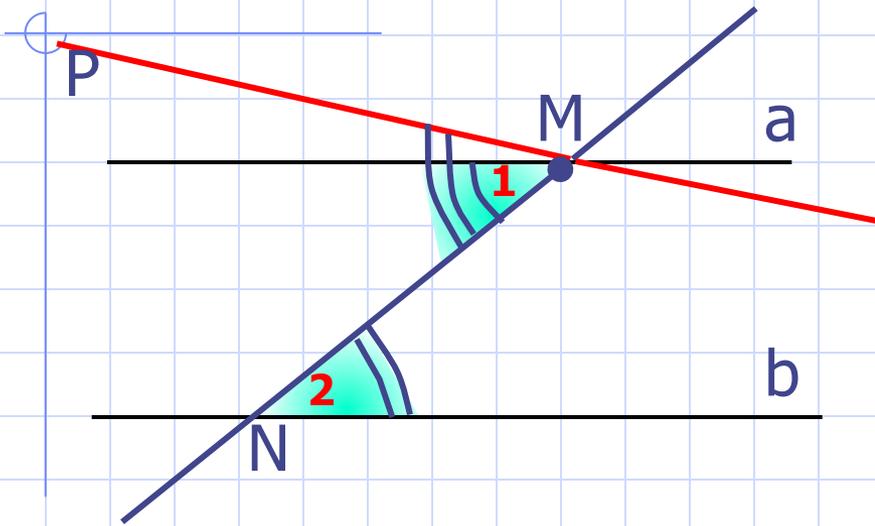
$$a \parallel b, c \cap b \Rightarrow c \cap a$$



**Следствие 2.** Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.



Дано:  $a \parallel b$ ,  $MN$ - секущая.

Доказать:  $\angle 1 = \angle 2$  (НЛУ)

Доказательство:  
способ от противного.

Допустим, что  $\angle 1 \neq \angle 2$ .

Отложим от луча  $MN$  угол  $NMP$ , равный углу 2.

По построению накрест лежащие углы  $\angle NMP = \angle 2 \Rightarrow$   
 $PM \parallel b$ .

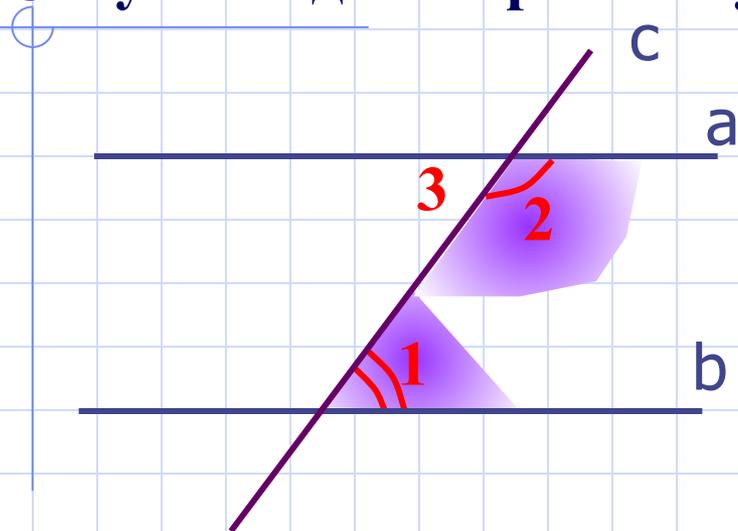
Получили, что через точку  $M$  проходит две прямые ( $a$  и  $MP$ ), параллельные прямой  $b$  !!! Это противоречит аксиоме параллельных прямых. Значит наше **допущение неверно!!!**

$\angle 1 = \angle 2$ .

Теорема доказана.

**Теорема об односторонних углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.**

**Если** две параллельные прямые пересечены секущей, **условие**  
**то** сумма односторонних углов равна  $180^{\circ}$ . **закключение теоремы**



**Дано:**  $a \parallel b$ ,  $c$  - секущая.

**Доказать:** ОУ  $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$ .

**Доказательство:**

$\angle 3 + \angle 2 = 180^{\circ}$ , т. к. они смежные.

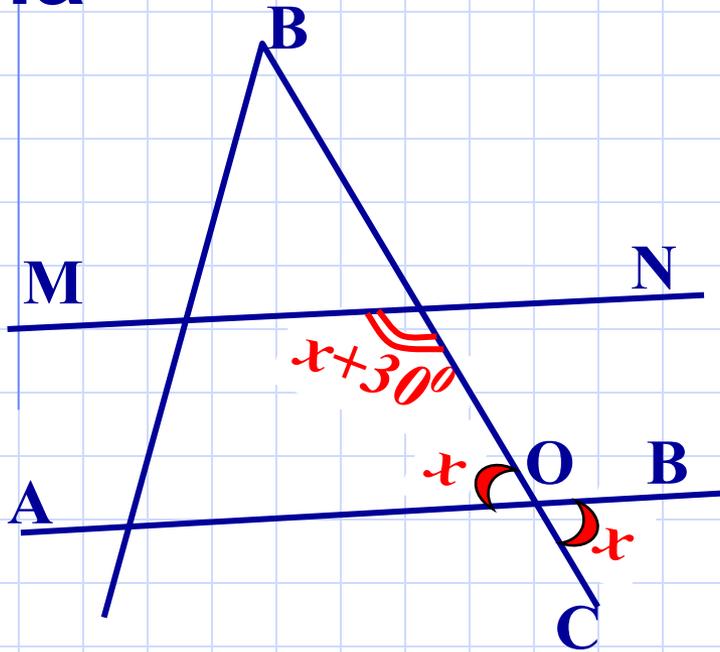
$\angle 1 = \angle 3$ , т. к. это НЛУ при  $a \parallel b$

$\Rightarrow \angle 3 + \angle 2 = 180^{\circ}$

**Теорема доказана.**

Если  $MN \parallel AB$ , а угол 2 больше угла 1 на  $30^\circ$ , то угол 2 равен...

## Задача



**Решение:**

$$\angle 1 = x,$$

$$\angle 2 = x + 30$$

$\angle 1 = \angle BOC$ ,  
они вертикальные.

$$\angle 2 = x + 30$$

$$\angle BOA = x,$$

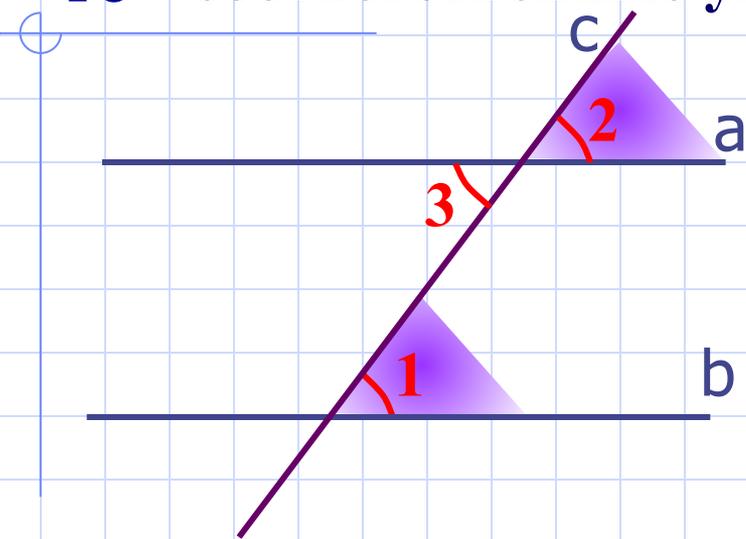
$180^\circ$ , т.к. ОУ при  $a \parallel b$

Составь уравнение...  
Найди сам угол.



**Теорема о соответственных углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.**

**Если** две параллельные прямые пересечены секущей, **условие**  
**то** соответственные углы равны. **заключение теоремы**



**Дано:**  $a \parallel b$ ,  $c$ - секущая.

**Доказать:**  $\angle 1 = \angle 2$ .

**Доказательство:**

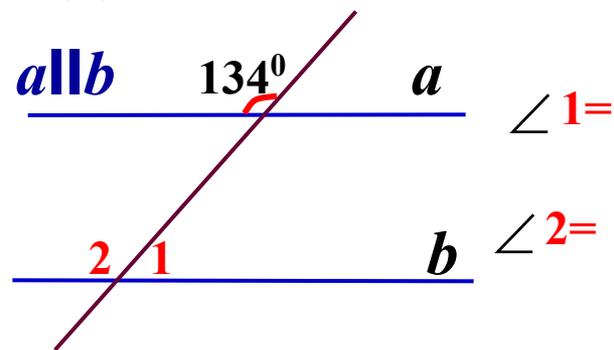
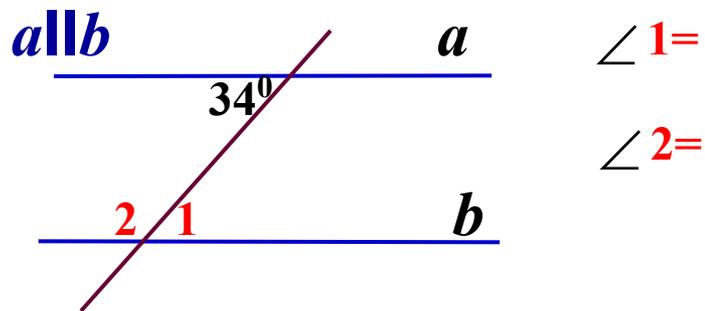
$\angle 2 = \angle 3$ , т. к. они вертикальные.

$\angle 3 = \angle 1$ , т. к. это НЛУ при  $a \parallel b$

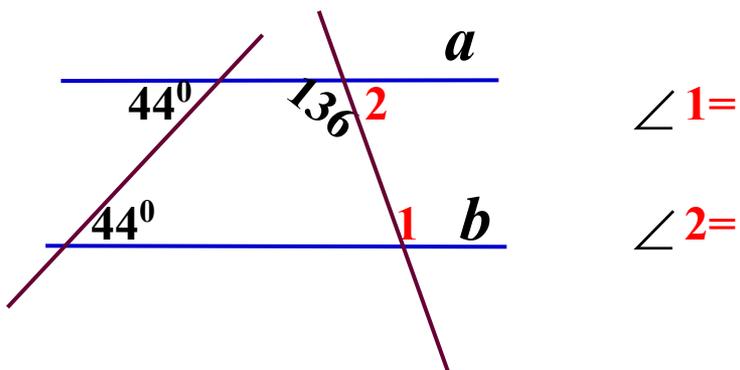
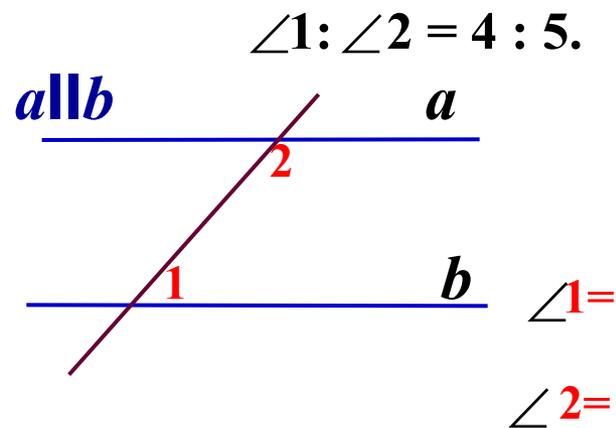
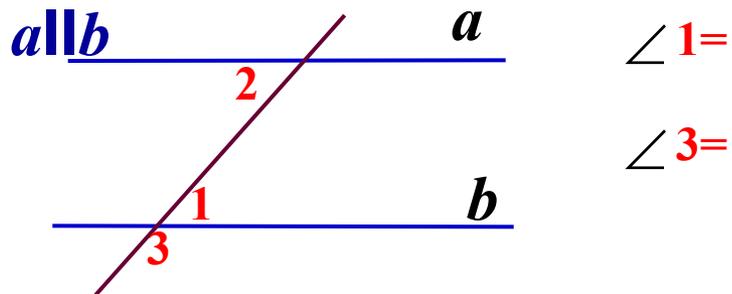
$$\left. \begin{array}{l} \angle 2 = \angle 3 \\ \angle 3 = \angle 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 = \angle 3 = \angle 2$$
$$=$$

**Теорема доказана.**

Свойства углов при параллельных прямых. Дано:  $a \parallel b$ .



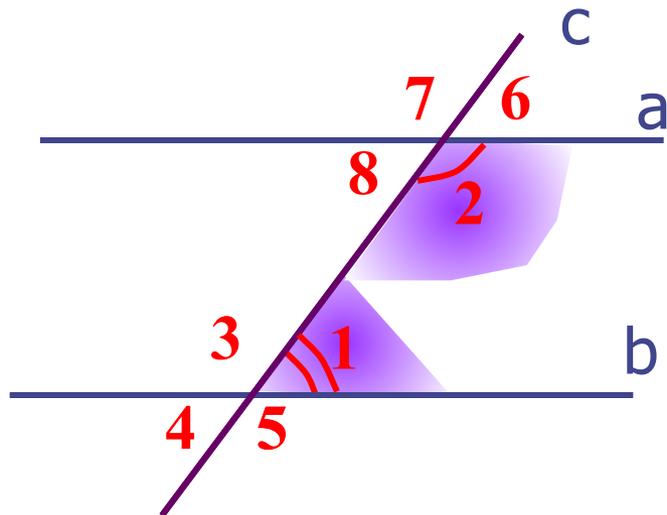
Сумма углов 1 и 2 равна  $76^\circ$ .



# Задача

**Дано:**  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая.

Один из односторонних углов на 20% меньше другого.



**Найти:** все углы.



**Решение:**

$$\angle 2 = x,$$

$\angle 1$  на 20% меньше, т.е. 80%

$$\angle 1 = 0,8x$$

$$\angle 1 =$$

$$\angle 5 =$$

$$\angle 2 =$$

$$\angle 6 =$$

$$\angle 3 =$$

$$\angle 7 =$$

$$\angle 4 =$$

$$\angle 8 =$$

$$\angle 2 = x$$

$$\angle 1 = 0,8x$$

}  $180^\circ$ , т.к. ОУ при  $a \parallel b$

**Составь уравнение...**

**Найди сам все углы...**



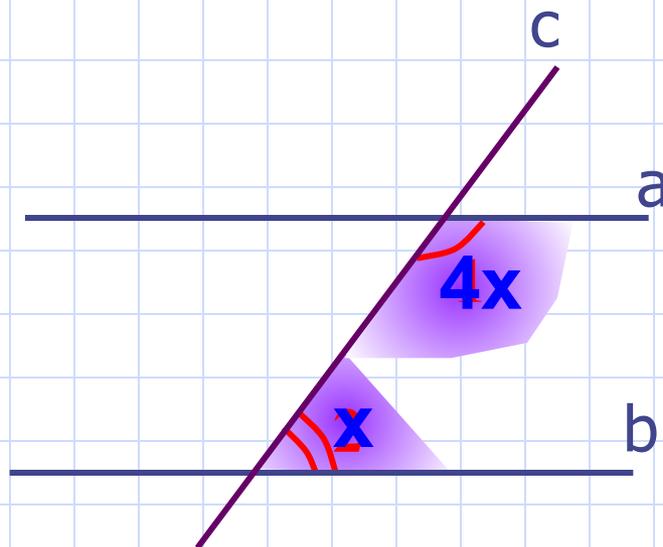
## Тренировочные упражнения

Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая

$$\underline{\underline{\angle 1 = 4 \angle 2}}$$

Найдите:  $\angle 1$  и  $\angle 2$

Угол 1 в 4 раза больше  
угла 2

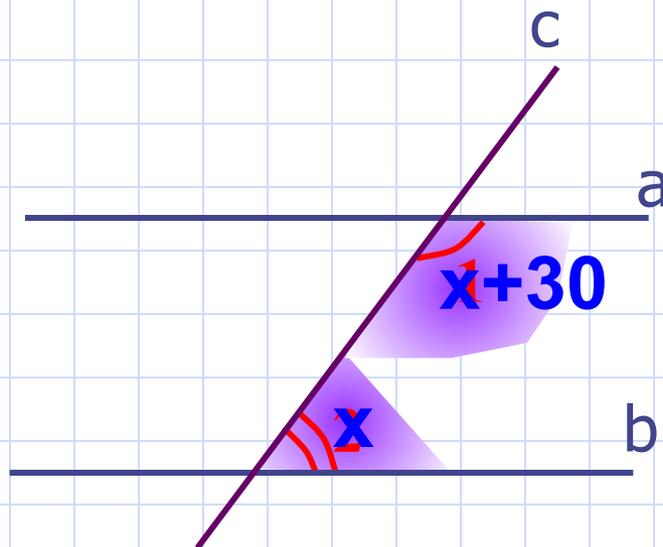


## Тренировочные упражнения

Угол 1 на  $30^\circ$  больше  
угла 2

Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая  
 $\angle 1 - \angle 2 = 30^\circ$

Найдите:  $\angle 1$  и  $\angle 2$

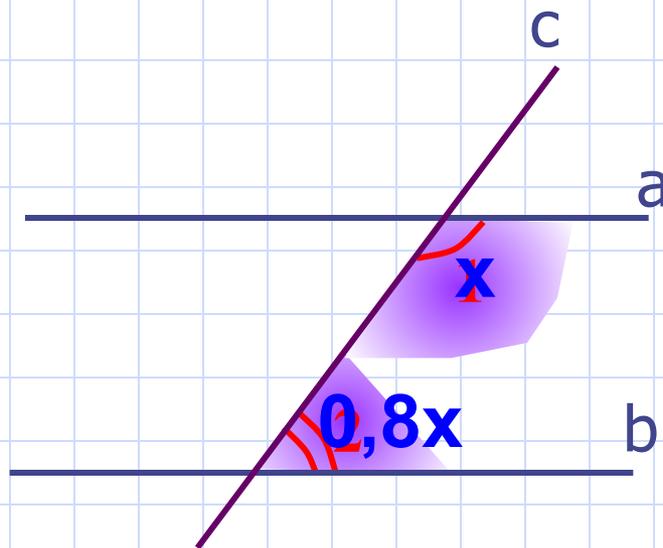


## Тренировочные упражнения

Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая

$$\underline{\underline{\angle 2 = 0,8 \angle 1}}$$

Найдите:  $\angle 1$  и  $\angle 2$



Угол 2 составляет 0,8 части  
угла 1

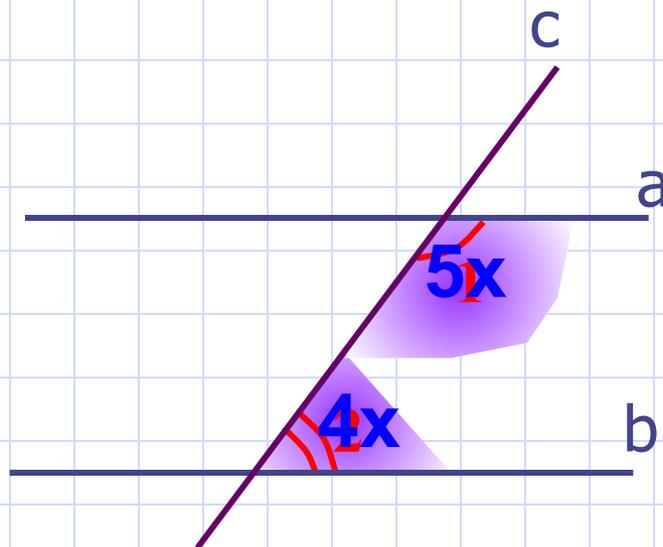
# Тренировочные упражнения

Пусть  $x$  – 1 часть

Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая

$$\underline{\underline{\angle 1 : \angle 2 = 5 : 4}}$$

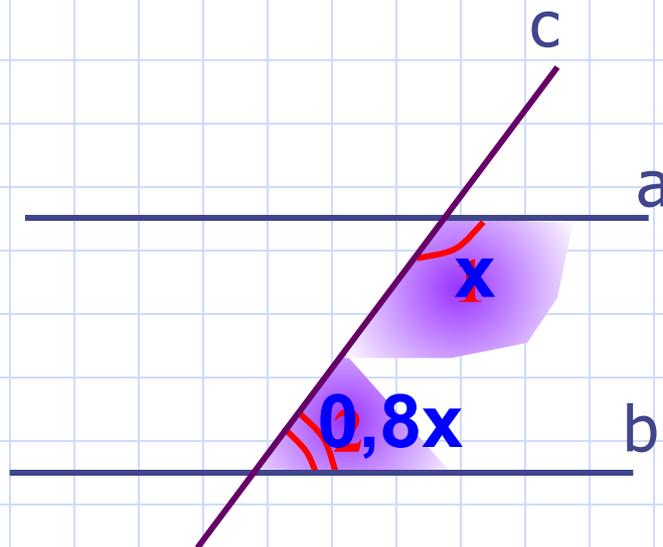
Найдите:  $\angle 1$  и  $\angle 2$



# Тренировочные упражнения

Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая  
 $\angle 2$  составляет 80% от  $\angle 1$

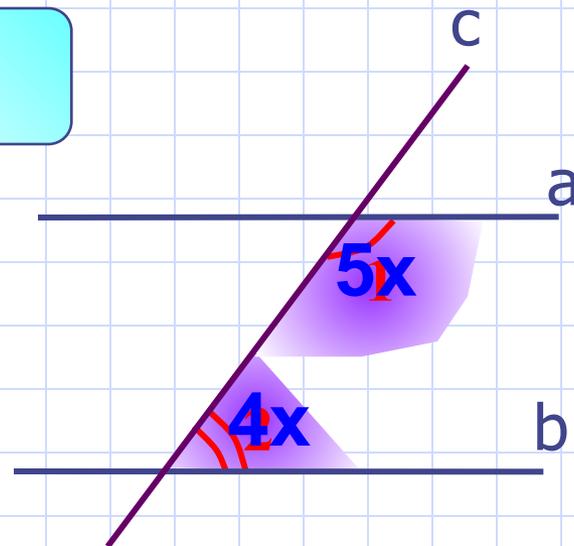
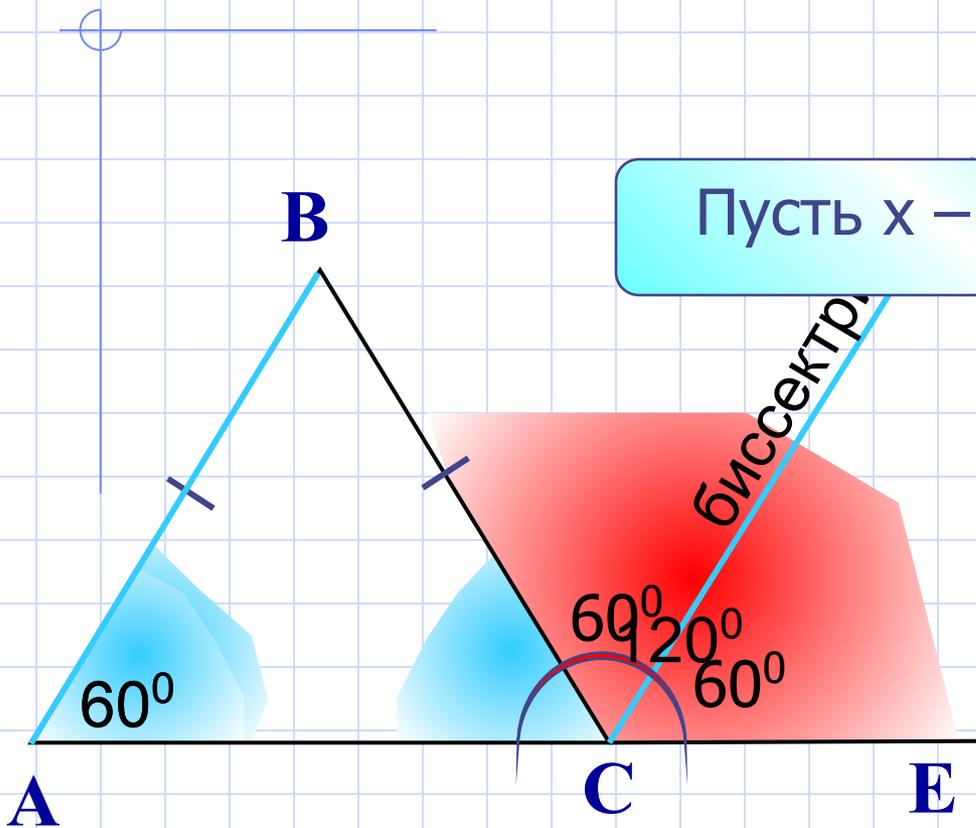
Найдите:  $\angle 1$  и  $\angle 2$



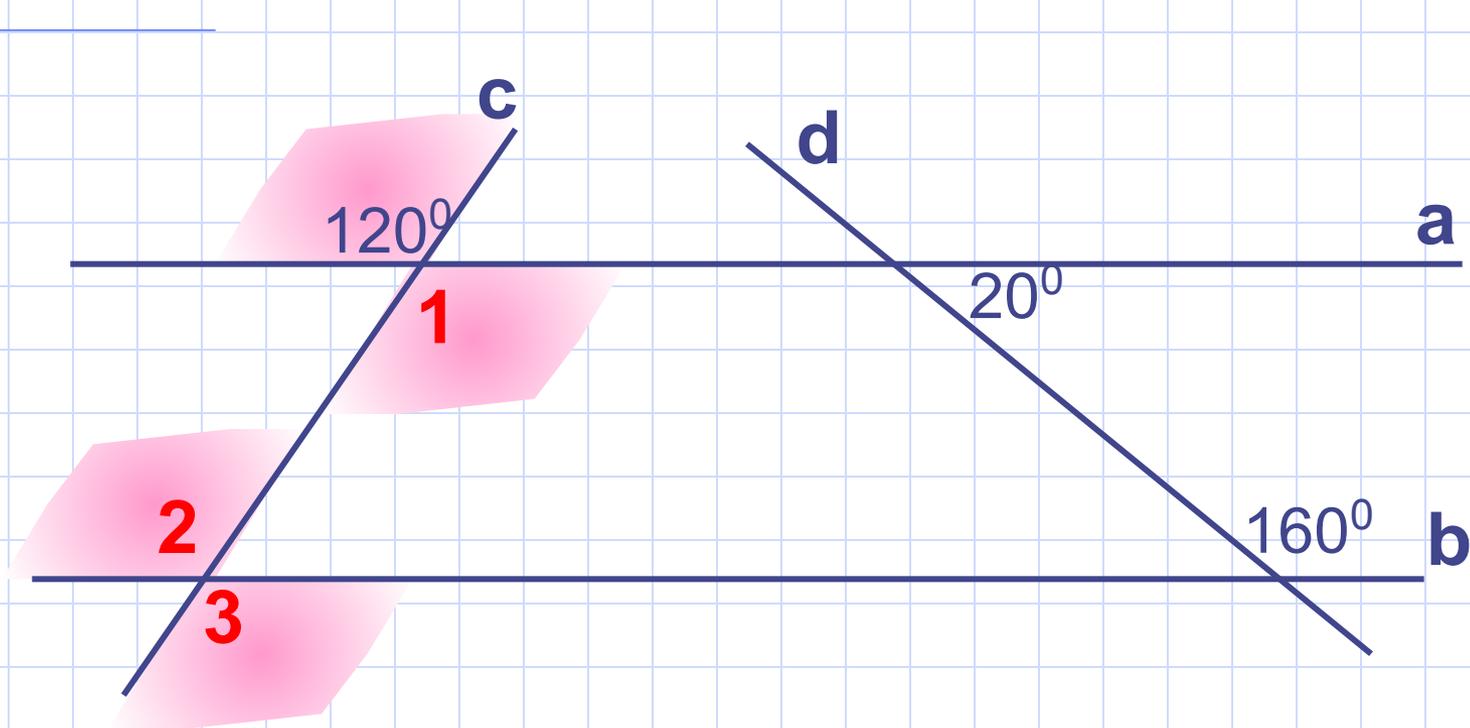
$AB = BC$ ,  $\angle A = 60^\circ$ ,  
 $CD$  – биссектриса угла  $BCE$ .  
 Докажите, что  **$AB \parallel CD$** .

Дано:  **$a \parallel b$** ,  $c$  – секущая  
 $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 4$

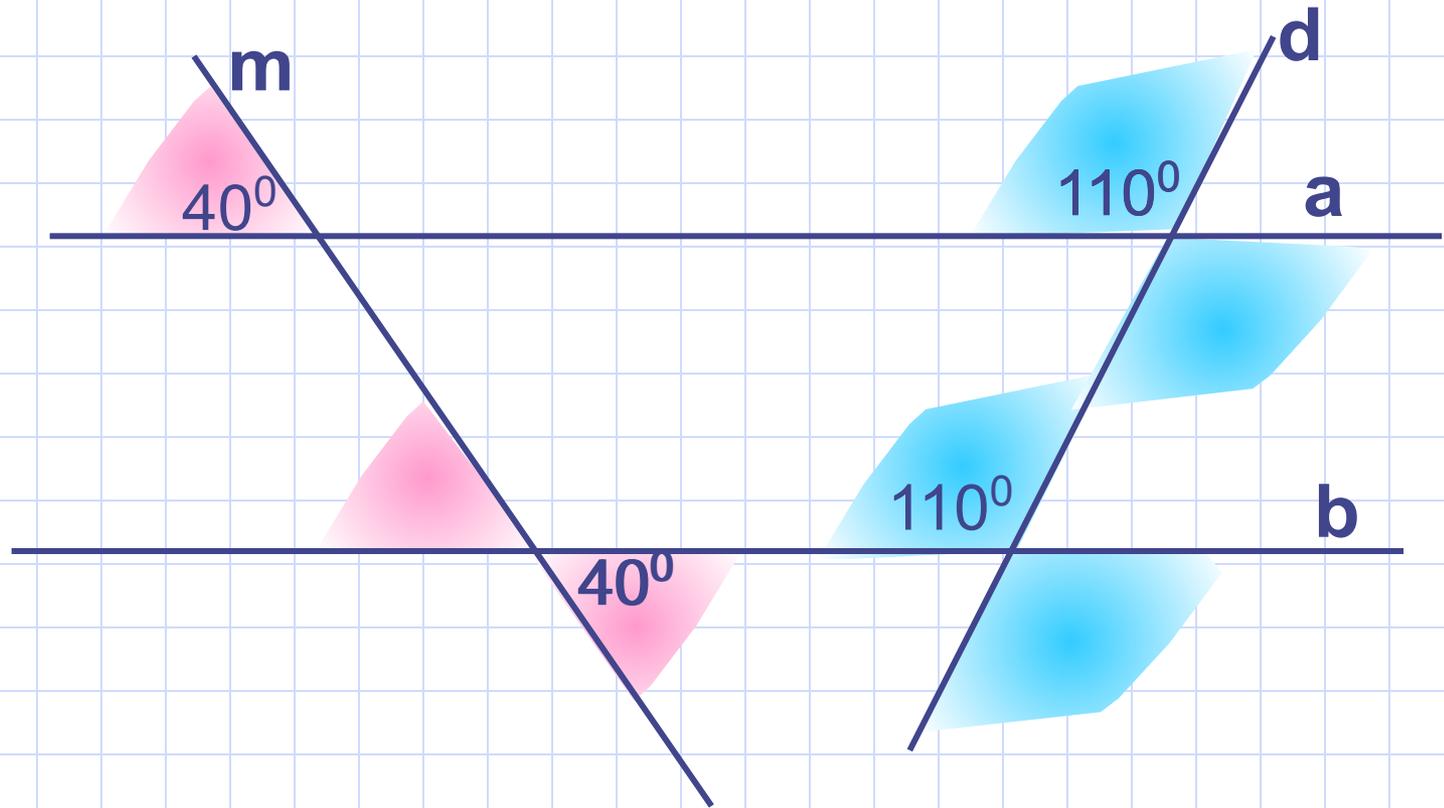
Найдите:  $\angle 1$  и  $\angle 2$



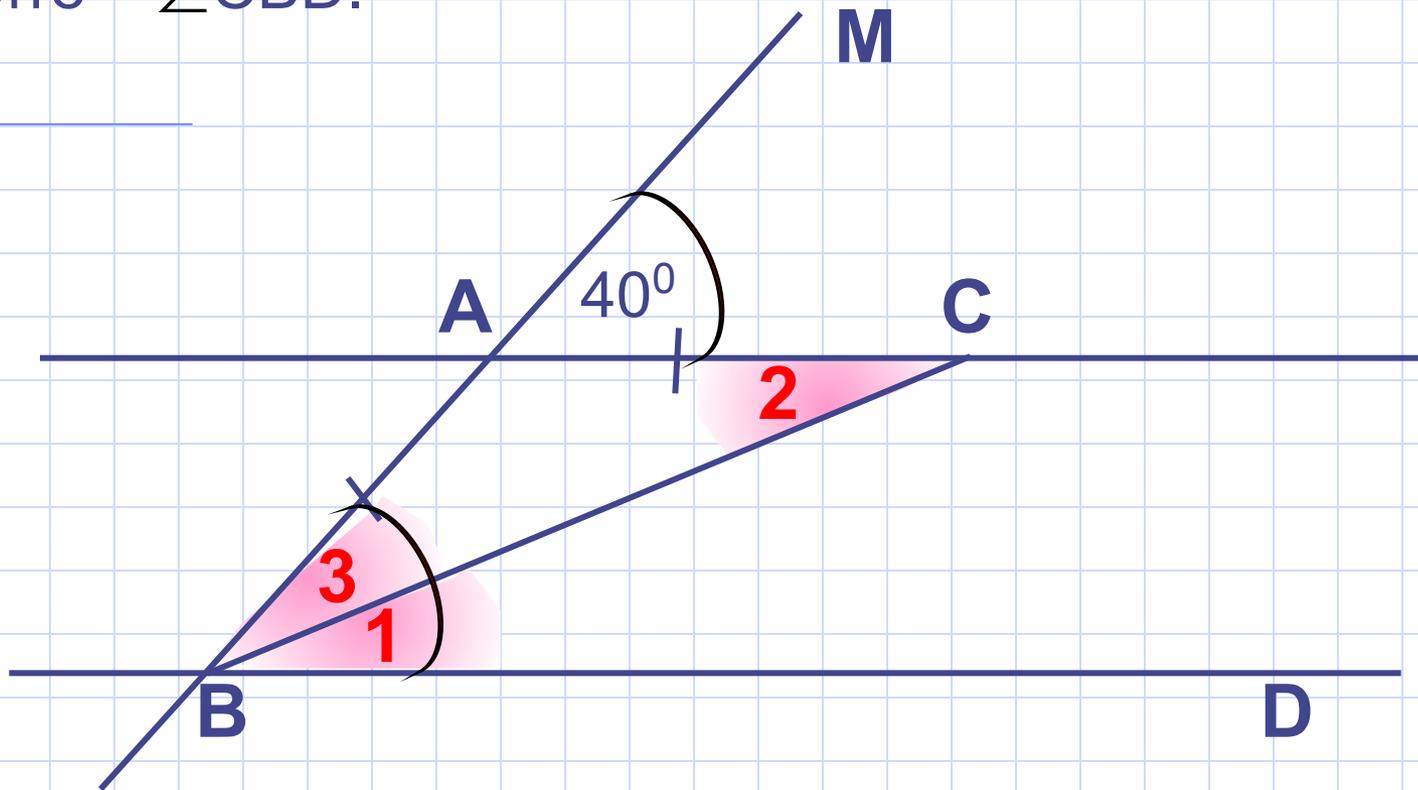
Используя данные рисунка, найдите углы 1, 2 и 3.



Может ли еще один из семи остальных углов, образованных при пересечении прямых  $a$  и  $b$  с прямой  $d$ , быть равен  $110^\circ$ ?  $60^\circ$ ? Почему?



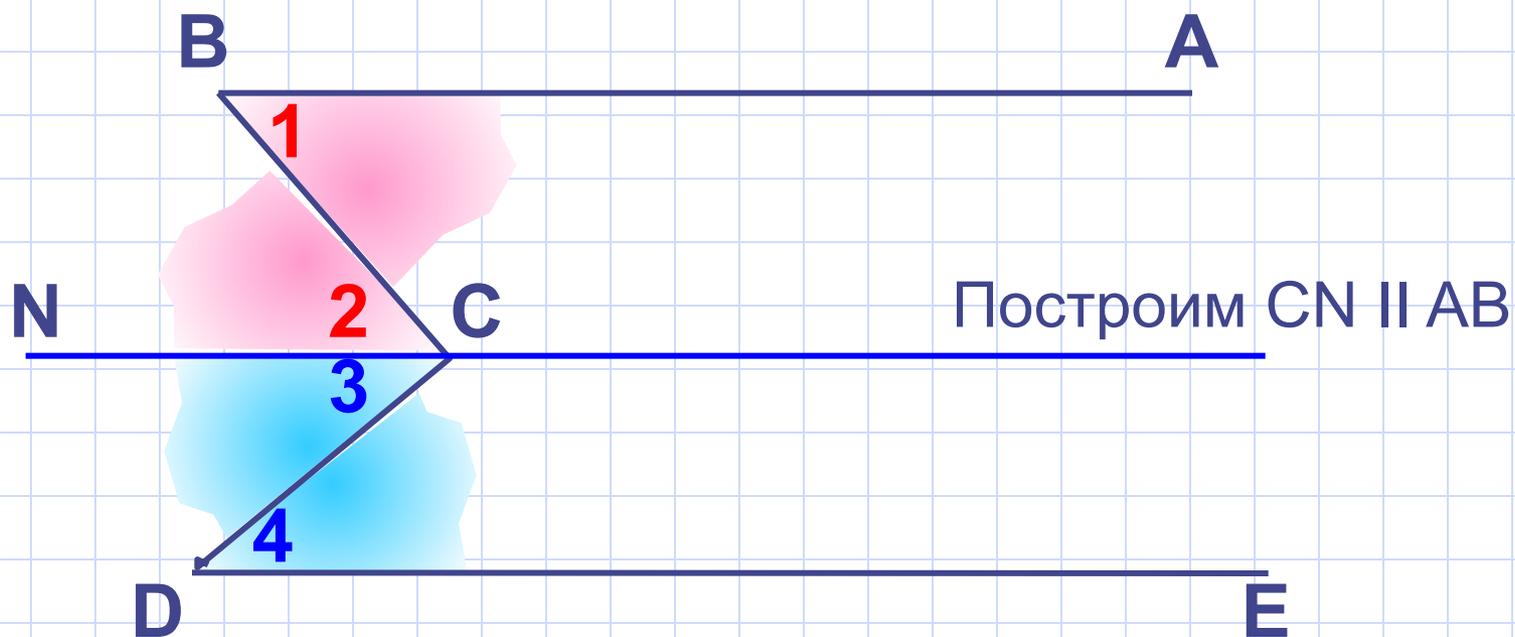
На рисунке  $AC \parallel BD$  и  $AC = AB$ ,  $\angle MAC = 40^\circ$ .  
Найдите  $\angle CBD$ .



На рисунке  $AB \parallel ED$ .

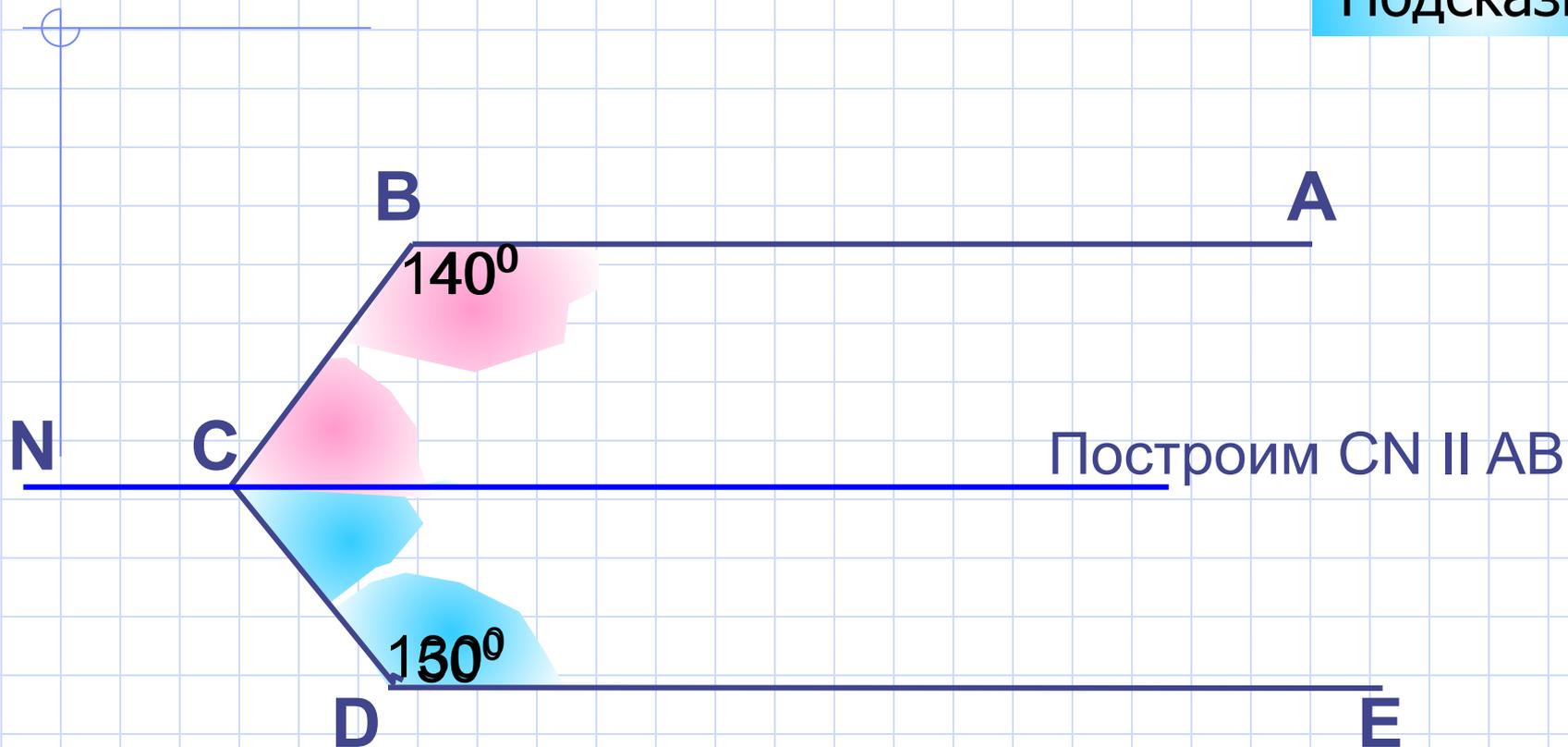
Докажите, что  $\angle BCD = \angle B + \angle D$

Подсказка

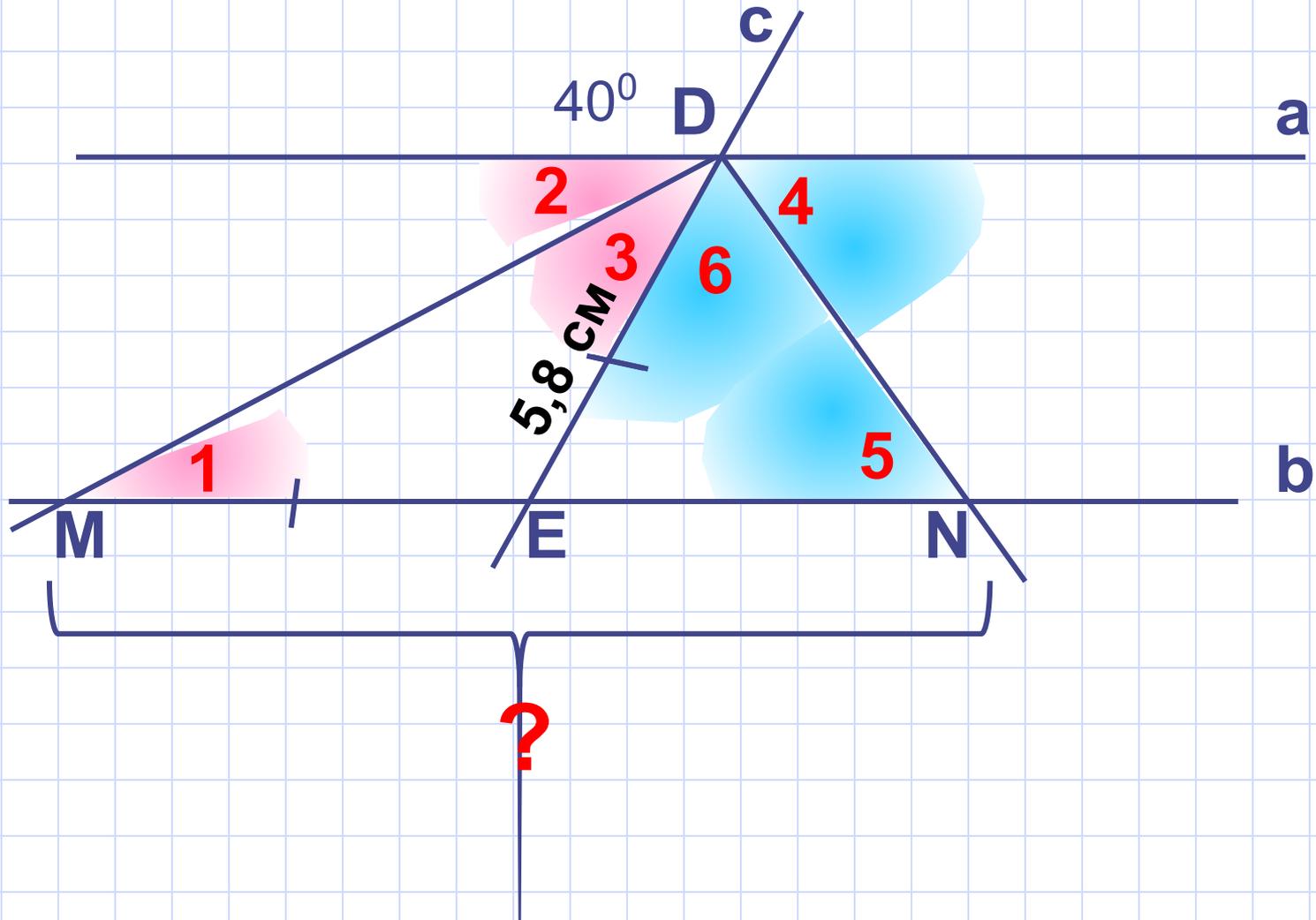


На рисунке  $AB \parallel ED$ .  $\angle CBA = 140^\circ$ ,  $\angle CDE = 130^\circ$   
Докажите, что  $BC \perp CD$

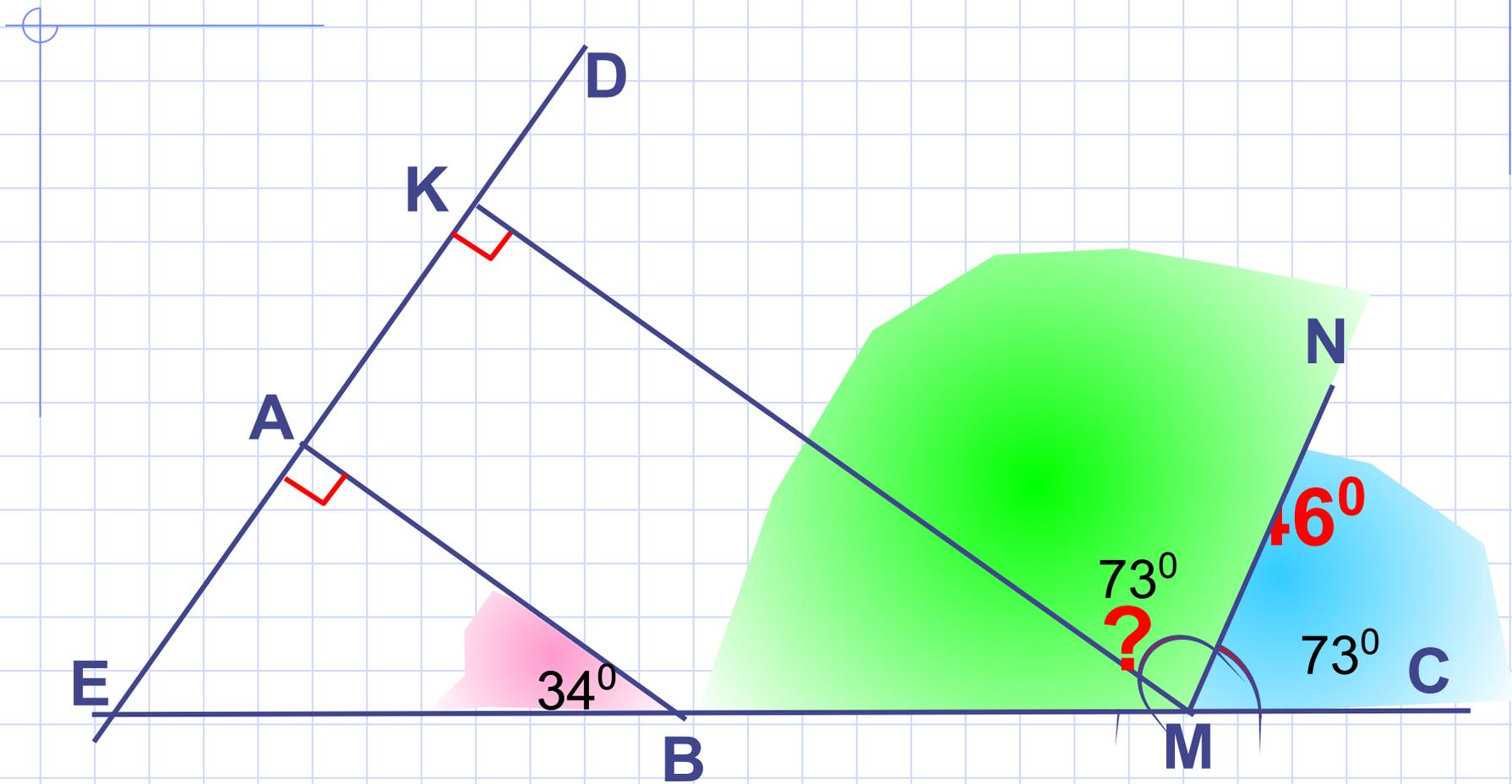
Подсказка



На рисунке  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $DM$  и  $DN$  – биссектрисы смежных углов, образованных прямыми  $a$  и  $c$ .  $DE = 5,8$  см  
 Найдите  $MN$ .



На рисунке  $AB \perp ED$  и  $KM \perp ED$ ,  $\angle ABE = 34^\circ$   
 $MN$  – биссектриса  $\angle KMC$   
Найдите  $\angle EMN$ .



На рисунке  $AC \parallel BD$  и  $KC \parallel MD$ ,  $\angle ACK = 48^\circ$   
 $\angle CDK$  в 3 раза больше  $\angle EDM$   
Найдите  $\angle KDE$ .

