

# Проблемы энерго- и ресурсосбережения

Исследование процессов  
теплопроводности методом  
аналогий

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

По методу аналогий исследование тепловых явлений заменяется изучением **аналогичных явлений**, так как их экспериментальное исследование оказывается проще, чем непосредственное исследование тепловых процессов.

Сходство аналогичных явлений заключается в одинаковом характере протекания этих процессов.

Математически аналогичные явления описываются формально одинаковыми дифференциальными уравнениями и условиями однозначности, однако физическое содержание и размерность входящих в них величин различны.

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Наибольшее применение получил метод электротепловой аналогии. Явления теплопроводности и электропроводности описываются следующими уравнениями:

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n_m} dF_m;$$

$$dI = -\sigma \frac{\partial u}{\partial n_{\varepsilon}} dF_{\varepsilon}$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Здесь  $dQ$  и  $dI$  — элементарные потоки теплоты и электричества, прошедшие в единицу времени через элементарные площадки  $dF$  в направлении нормалей  $n$  к этим площадкам;  
 $t$  и  $u$  - температура и электрический потенциал;  
 $\lambda$  и  $\sigma$  коэффициенты теплопроводности и электропроводности.

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

В стационарных условиях эти явления описываются одинаковыми по форме уравнениями Лапласа:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x_m^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y_m^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_{\text{э}}^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y_{\text{э}}^2} = 0$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Пусть заданы граничные условия третьего рода:

$$-\lambda \operatorname{grad} t = \alpha \Delta t \Rightarrow -\operatorname{grad} t = \frac{\Delta t}{\lambda / \alpha} = \frac{\Delta t}{l_m};$$

$$-\operatorname{grad} u = \frac{\Delta u}{l_{\text{э}}}$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Введем **масштаб моделирования**

для электрического потенциала  $\Delta u_0$  ,

для температурного напора  $\Delta t_0$  ,

для линейных размеров  $l_0$  и  $l_m$  Тогда:

$$X_m = x_m / l_{0m};$$

$$Y_m = y_m / l_{0m};$$

$$L_m = l_m / l_{0m};$$

$$\theta = \Delta t / \Delta t_0;$$

$$U = \Delta u / \Delta u_0;$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Откуда:

$$x_m = X_m l_{0m};$$

$$y_m = Y_m l_{0m};$$

$$l_m = L_m l_{0m};$$

$$\Delta t = \theta \Delta t_0;$$

$$\Delta u = U \Delta u_0;$$



# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Уравнения Лапласа примут безразмерный вид:

$$\frac{\Delta t_0}{l_{0m}^2} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X_m^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y_m^2} \right) = 0;$$

$$\frac{\Delta u_0}{l_{0э}^2} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X_\varepsilon^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y_\varepsilon^2} \right) = 0$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Откуда получим тождественные уравнения:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X_m^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y_m^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X_\varepsilon^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y_\varepsilon^2} = 0$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Граничные условия примут вид:

$$-\mathit{grad}U = \frac{U}{L_{\text{э}}};$$

$$-\mathit{grad}\theta = \frac{\theta}{L_m}$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Решения этих уравнений будут одинаковыми при выполнении условий:

$$L_m = L_{\varepsilon} \Rightarrow l_m / l_{0m} = l_{\varepsilon} / l_{0\varepsilon} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow l_{\varepsilon} = \frac{l_{\varepsilon} \lambda}{l_{0m} \alpha}$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

В случае одномерной нестационарной задачи дифференциальные уравнения теплопроводности и электропроводности имеют вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau_m} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x_m^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau_{\varepsilon}} = \frac{1}{R_{\varepsilon} C_{\varepsilon}} \frac{\partial^2 u}{\partial x_{\varepsilon}^2};$$

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

При разработке электрических моделей, имитирующих процессы теплопроводности, применяются **два способа**.

По одному способу электрические модели повторяют геометрию оригинальной тепловой системы и изготавливаются из материала с непрерывной проводимостью. В качестве такого материала может применяться как твердое электропроводящее тело, так и жидкий электролит. Модели этой группы называются моделями с непрерывными параметрами процесса.

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

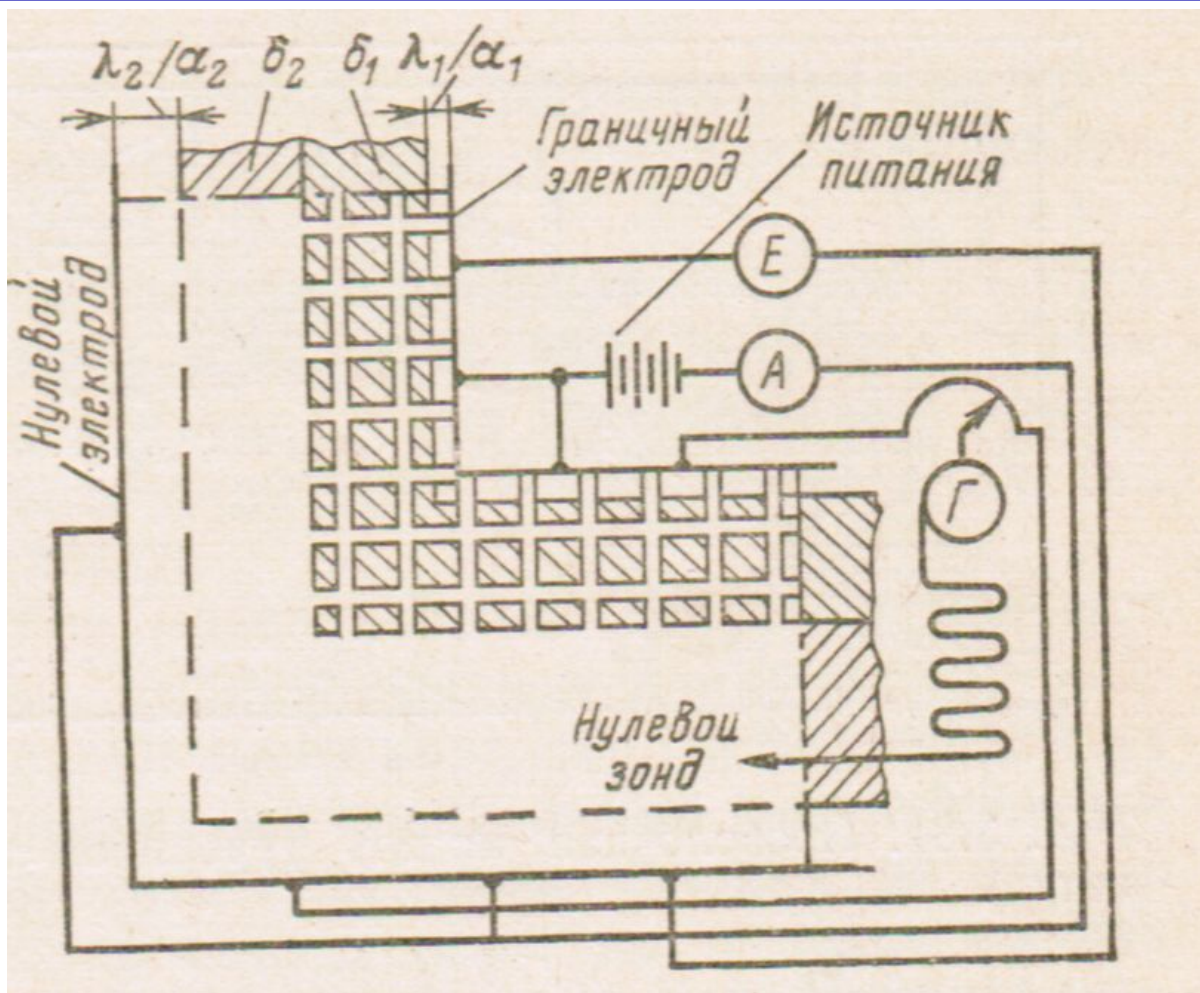
Электрические модели с **сосредоточенными параметрами** процесса - в них тепловые системы заменяются моделирующими электрическими цепями. Свойства исследуемой системы сосредотачиваются в отдельных узловых точках, расположенных вдоль электрических цепей. Электрические модели с сосредоточенными параметрами применяются для наиболее сложных явлений.

# Исследование процессов теплопроводности методом аналогий

Для изготовления моделей с непрерывными параметрами используются тонкие листовые электропроводящие материалы или электропроводящие слои, нанесенные на стеклянные или какие-либо другие пластинки, из которых вырезается плоский образец, воспроизводящий геометрию исследуемой тепловой области.



# Электрическая модель угла здания



## Электрическая модель угла здания

На слайде показана **модель угла стены здания**, состоящей из двух слоев разной толщины, характеризующихся разными коэффициентами теплопроводности. Электрическая модель также должна иметь разную толщину слоев и разную их электропроводимость.

Если теплопроводность внутреннего слоя меньше, чем внешнего, то тогда его электрическое сопротивление соответственно увеличивается за счет отверстий, сделанных в этом слое, или за счет применения электропроводящих листов с большим удельным электрическим сопротивлением.

# Электрическая модель угла здания

Термические сопротивления теплоотдачи на поверхностях исследуемой тепловой системы учитываются путем добавления к электрической модели дополнительных слоев

$$l_{\varepsilon 1} = \frac{\lambda_1}{\alpha_1}; l_{\varepsilon 2} = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$$

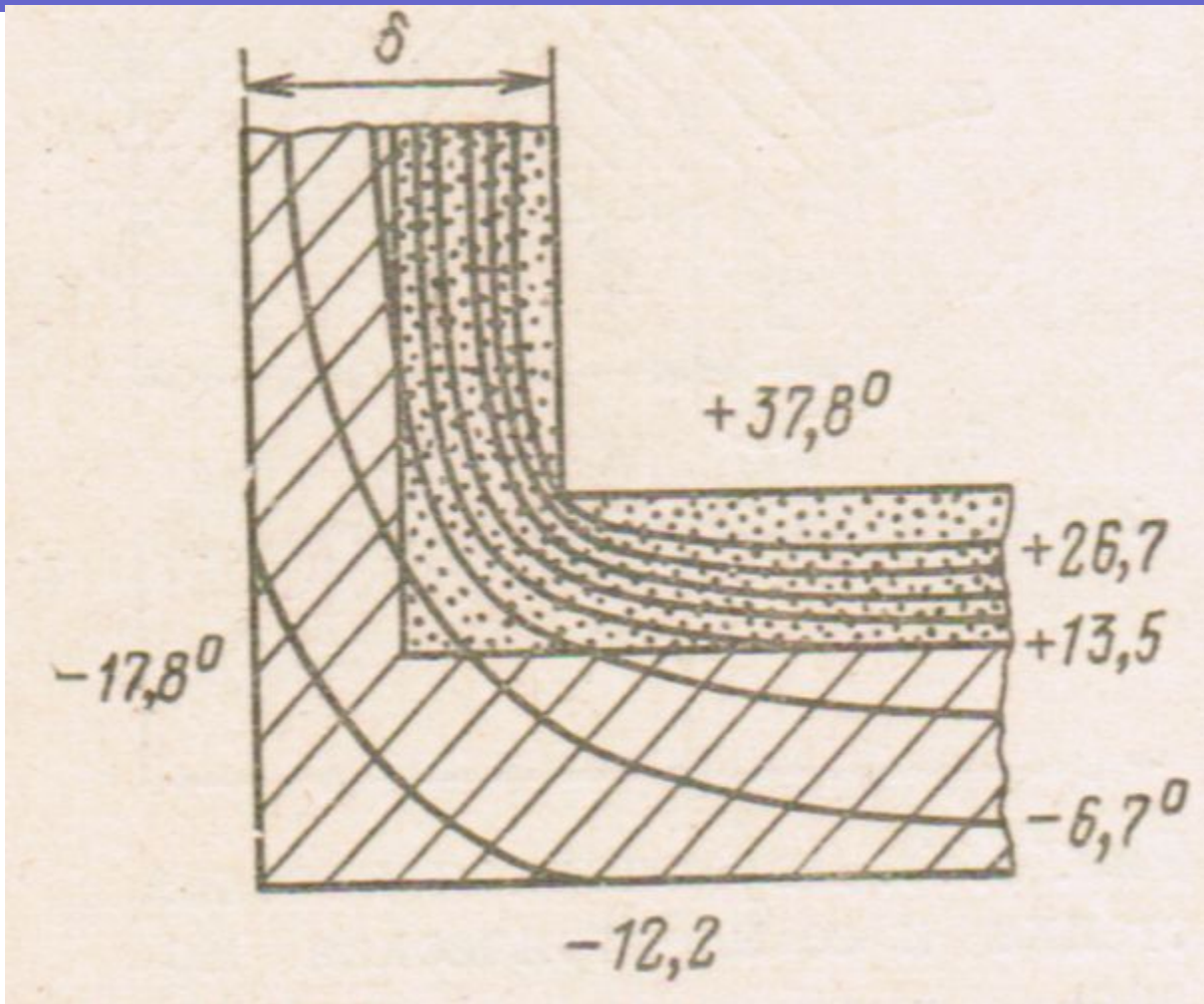
Питание модели производится путем подвода электрического тока к граничным электродам от аккумуляторной батареи.

# Электрическая модель угла здания

Напряжение в любой точке электрической модели соответствует температуре в той же точке тепловой системы.

Для измерения напряжения используется контактный зонд. Отсчет может быть произведен от значения напряжения в какой-нибудь точке. Этим нулевым значением может быть, например, его значение во внутреннем электроде.

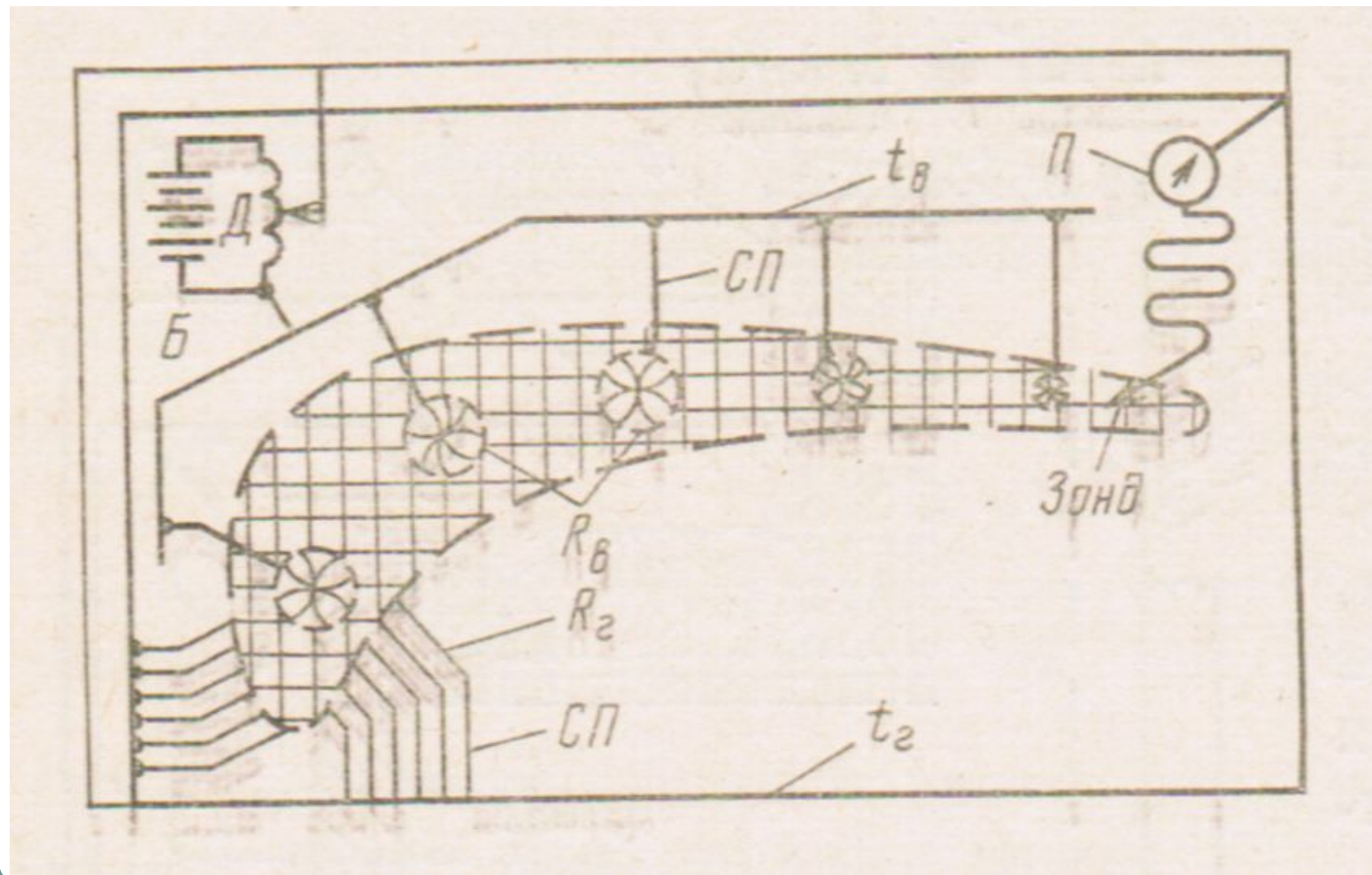
# Температурное поле внутри стены



## Электрическая модель с сосредоточенными параметрами

Электрическую модель с сосредоточенными параметрами осуществляют в виде моделирующей электрической цепи. Исследуемая тепловая область делится на ряд элементарных объемов. Таким образом исходные дифференциальные уравнения и уравнения, описывающие условия однозначности, заменяются уравнениями в конечных разностях. Моделирующая электрическая цепь представляется в виде отдельных электрических сопротивлений, имитирующих свойства элементов тепловой области.

# Проволочная модель турбинной лопатки

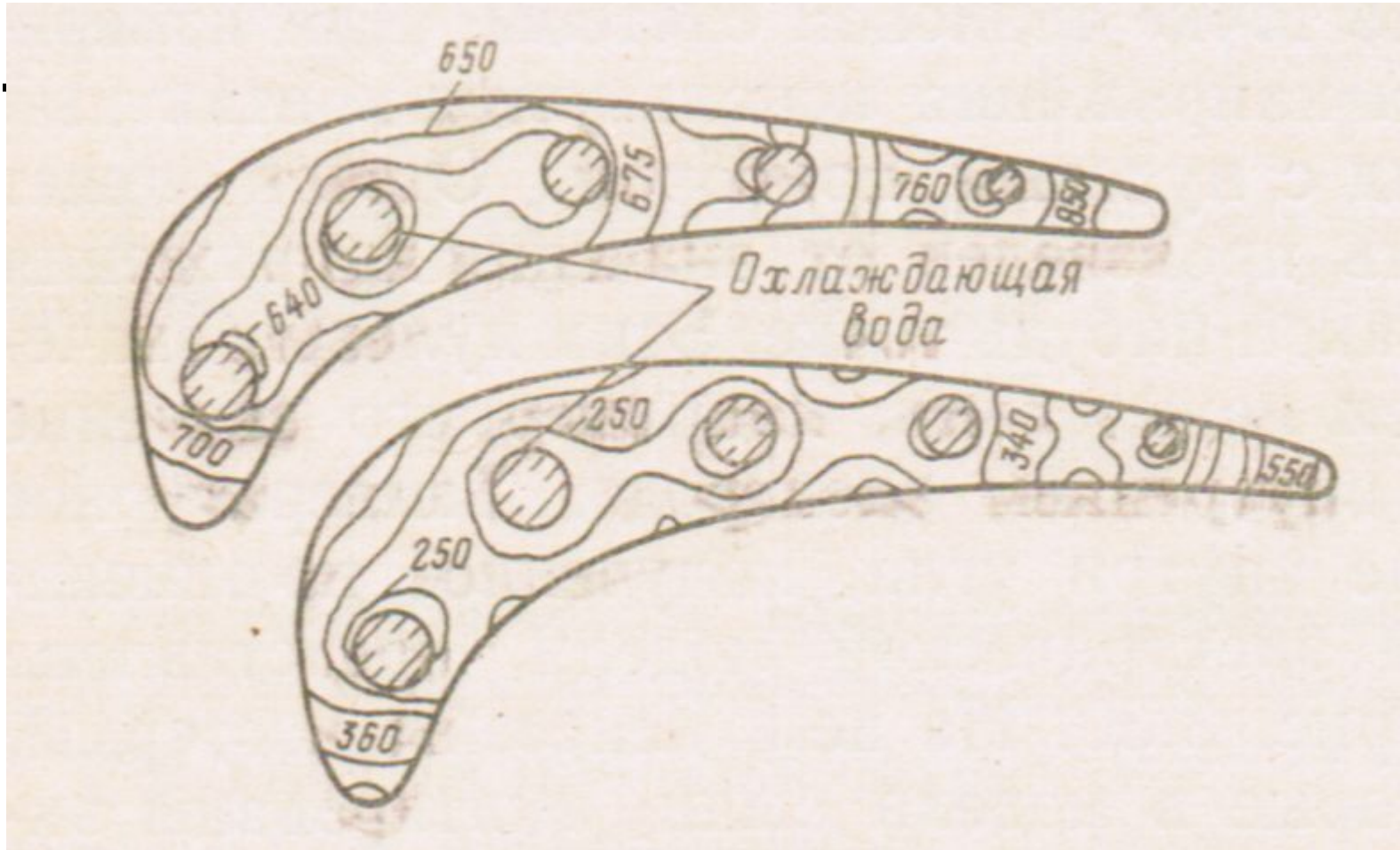


# Проволочная модель турбинной лопатки

Проволочная модель выполняется в виде квадратной сетки в определенном масштабе. Проволочная сетка предварительно натягивается на шаблон, имеющий форму турбинной лопатки, а затем соединяется точечной сваркой в местах пересечения проволоки.

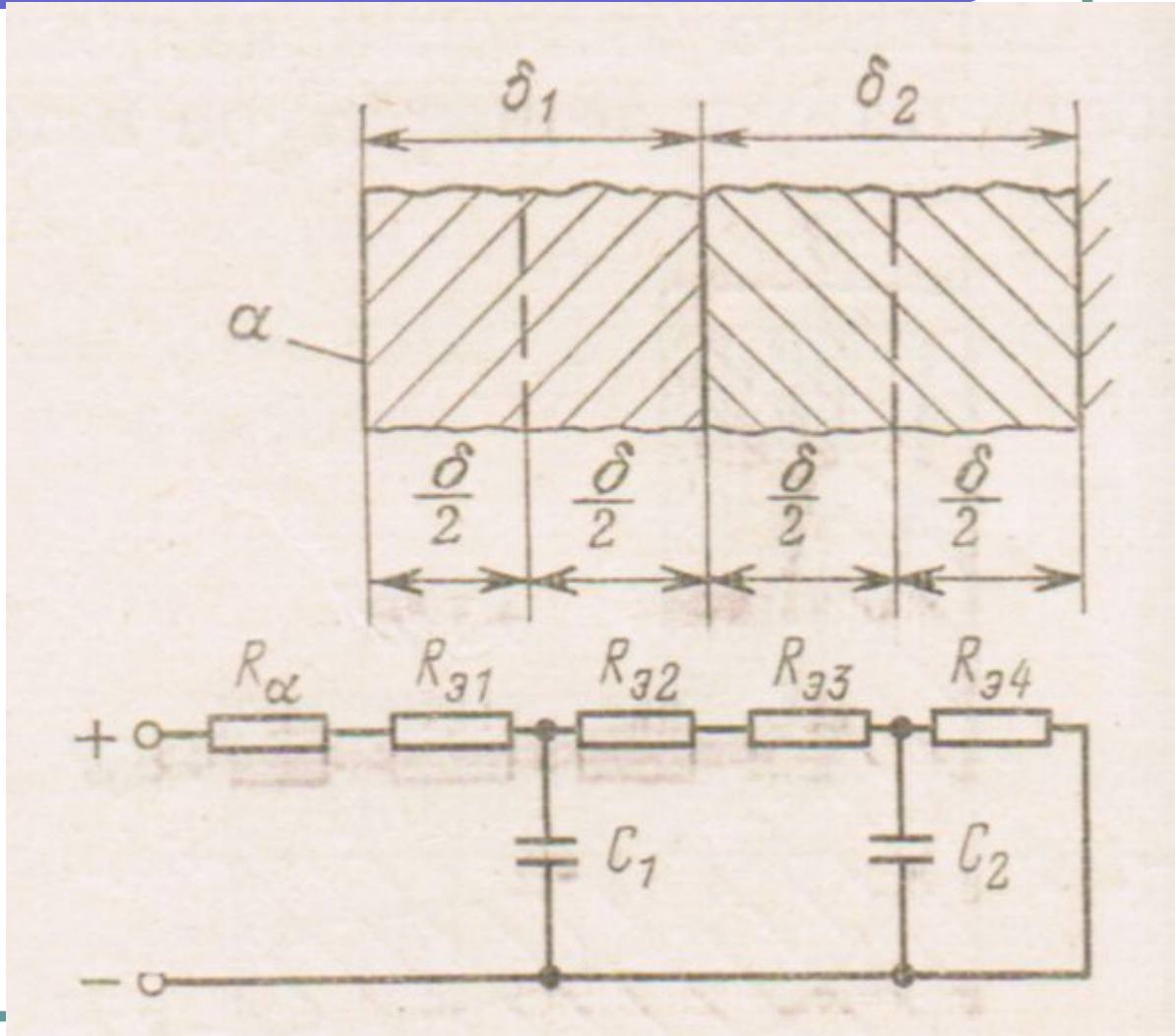


# Температурное поле турбинной лопатки



# Двухслойная стенка и ее электрическая модель

Нестационарная теплопроводность



# Вопросы к экзамену

1. **Метод электротепловой аналогии**