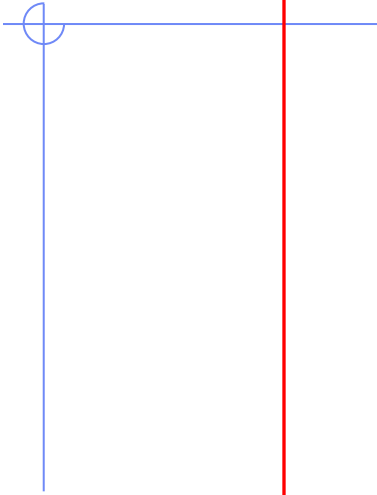
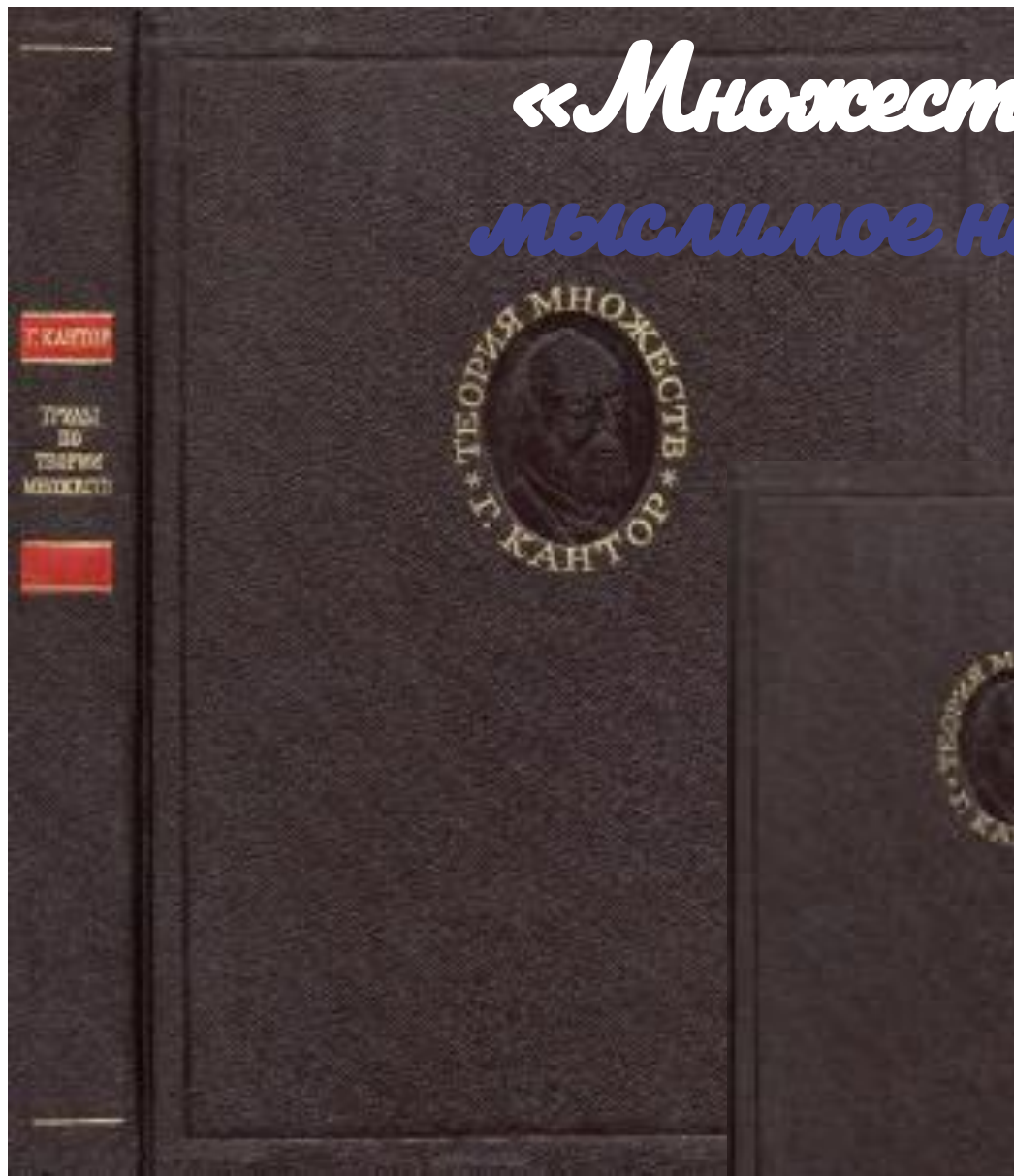


*Множества.  
Операции над множествами.*



*«Множества  
мыслимое нами как единое»  
(Георг Кантор)*





## **КАНТОР (Cantor) Георг (1845—1918) -**

*немецкий математик,  
логик, теолог, создатель  
теории трансфинитных  
(бесконечных) множеств,  
оказавшей определяющее  
влияние на развитие  
математических наук на  
рубеже 19—20 вв.*



*Georg Cantor*

Теория множеств появилась на свет *7 декабря 1873 года*.

Кантора заинтересовал вопрос, *каких чисел больше – натуральных или действительных?*

В одном из писем адресованных к своему приятелю Рихарду Дедекинду, Кантор писал, что ему удалось доказать посредством множеств, что действительных чисел больше, чем натуральных. День, которым было датировано это письмо, математики считают днем рождения теории множеств.

**Множество** -  
одно из  
основных  
понятий  
современной  
математики,  
используемое  
почти во всех её  
разделах.

К сожалению,  
основному  
понятию теории  
– понятию  
множества –  
нельзя дать  
строгого  
определения.

Множества  
принято  
обозначать  
прописными  
буквами  
латинского  
алфавита: А, В,  
С... Z.

Понятие  
множества  
поясняется при  
помощи при-  
меров: множество  
книг на полке,  
множество точек  
на прямой (то-  
чечное множество)  
и т. д.

Можно сказать, что  
множество – это  
«совокупность»,  
«собрание»,  
«ансамбль»,  
«коллекция»,  
«семейство»,  
«система»,  
«класс» и т. д.

# Обозначения некоторых числовых

## множеств:

$\mathbb{N}$  – множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z}$  – множество целых чисел;

$\mathbb{Q}$  – множество рациональных чисел;

$\mathbb{I}$  – множество иррациональных чисел;

$\mathbb{R}$  – множество действительных чисел.

Объекты, из которых образовано множество, называются элементами.

Если элемент  $x$  принадлежит множеству  $M$ , то записывают  $x \in M$ , если не принадлежит –  $x \notin M$ .

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита:  $a, b, c, \dots, z$ .

Если множество не содержит ни одного элемента, оно называется пустым и обозначается  $\emptyset$  или  $0$ .

Множество  
можно  
задать...

Перечислив все его  
элементы

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
 $B = \{\text{Маша, Даша, Саша}\}$

Указав  
характеристическое  
**СВОЙСТВО** его элементов

Множество  
**ЧЁТНЫХ** чисел:  
свойство, которым  
обладает каждый  
элемент данного  
множества, -  
**«ДЕЛИТСЯ НА 2»**.



# Понятие множества

Словесное описание множества	Поэлементное описание множества	Задание множества перечислением его элементов
Цифры десятичной с-мы	0;1;2;3;4;5;6;7;8;9.	$\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$
Корни уравнения $x^2 + 10x = 39$	3;-13	$\{-13;3\}$
<b>Президенты России</b>	Ельцин Путин и Медведев	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ельцин; Путин;} \\ \text{Медведев.} \end{array} \right\}$

# Виды множеств

## Равные множества

$\{А, Е, Ё, И, О, У, Ы, Э, Ю, Я\} = \{Э, Е, А, Ё, Я, О, Ы, И, У, Ю\}$

## Конечные множества

$A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\};$   
 $\{x \mid 5 < x < 12\}$

## Бесконечные множества

$\{1; 4; 9; 16; 25; \dots\}; \{10; 20; 30; 40; 50; \dots\};$

Пустое множество обозначается символом  $\emptyset$

# Множества

## Задание 1

- 1) Задайте множество цифр, с помощью которых записывается число:  
а) 3254; б) 8797; в) 11000; г) 555555.
- 2) Задайте множество  $A$  описанием:  
а)  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ; б)  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ;  
в)  $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$ ;  
г)  $A = \{0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots\}$ ;  
д)  $A = \{1/2, 2/3, 3/4, 4/5, \dots\}$ .
- 3) Задание с выбором ответа. Даны множества:  $M = \{5,4,6\}$ ,  
 $P = \{4,5,6\}$ ,  $T = \{5,6,7\}$ ,  $S = \{4, 6\}$ .  
Какое из утверждений неверно?  
а)  $M = P$ .    б)  $P \neq S$ .    в)  $M \neq T$ .    г)  $P = T$ .

# Стандартные обозначения

$x \in A$

$\in$  - знак принадлежности.

«элемент  $x$  принадлежит множеству  $A$ »;

« $x$  – элемент множества  $A$ ».

$5 \in \mathbb{N}$

«5 – число натуральное».

Наряду со знаком принадлежит используют и его

«отрицание» - знак  $\notin$ .

$x \notin A$

«элемент  $x$  не принадлежит множеству  $A$ ».

$0 \notin \mathbb{N}$

«нуль не натуральное число»

# Стандартные обозначения

## Задание 2

1. Запишите на символическом языке следующее утверждение:

а) число 10 – натуральное;

б) число – 7 не является натуральным;

в) число – 100 является целым;

г) число 2,5 – не целое.

2. Верно ли, что:

а)  $-5 \in \mathbb{N}$ ; б)  $-5 \in \mathbb{Z}$ ; в)  $2,(45) \in \mathbb{Q}$ ?

3. Верно ли, что:

а)  $0,7 \in \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$ ; б)  $-7 \in \{x \mid x^2 + 16x \leq -64\}$ ?

Понятие множества таит в себе  
опасность появления  
противоречий или, как ещё  
говорят, парадоксов.

Появление парадоксов связано  
с тем, что далеко не всякие  
конструкции и не всякие  
множества можно  
рассматривать.

- Одному солдату было приказано брить тех и только тех солдат его взвода, которые сами себя не бреют.

- *Неисполнение приказа в армии, как известно, тяжчайшее преступление.*

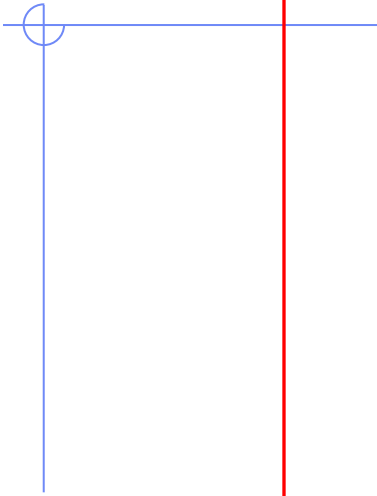
- *Однако возник вопрос, брить ли этому солдату самого себя.*

Если он побреется, то его следует отнести к множеству солдат, которые сами себя бреют, а таких брить он не имеет права. Если же он себя брить не будет, то попадёт во множество солдат, которые сами себя не бреют, а таких солдат согласно приказу он обязан брить.



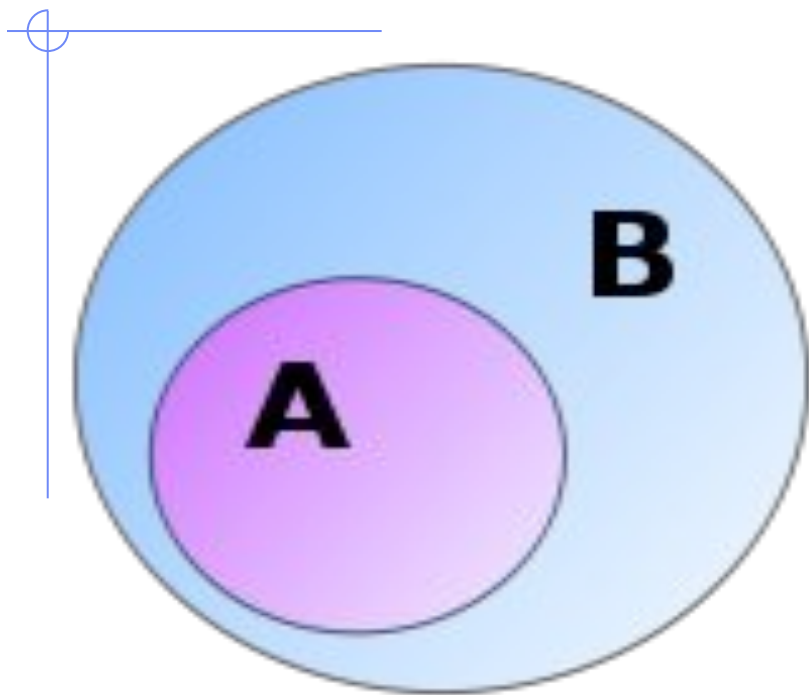
«Парадокс  
брадобрея»

# *Подмножества.*





# Подмножество



Если каждый элемент множества  $A$ , является элементом множества  $B$ , то множество  $A$  называют подмножеством множества  $B$ .

$$A \subset B$$

№ 1

Какое множество задано путем перечисления его элементов?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

№ 2

Задайте множество лошадей, пасущихся,  
на Луне.

№3

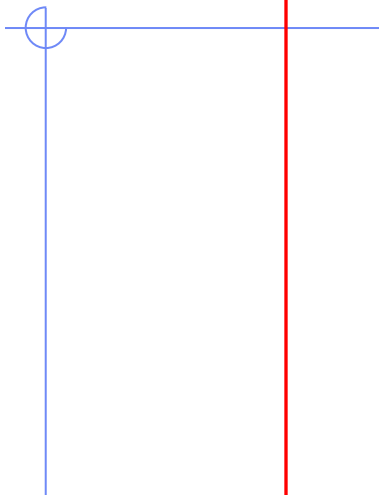
Составьте не менее семи слов, буквы которых образуют подмножества множества

$A = \{к, а, р, у, с, е, л, ь\}$ .

1. Ус
2. Ель
3. Рука
4. Русь
5. Руль
6. Лак
7. Лес

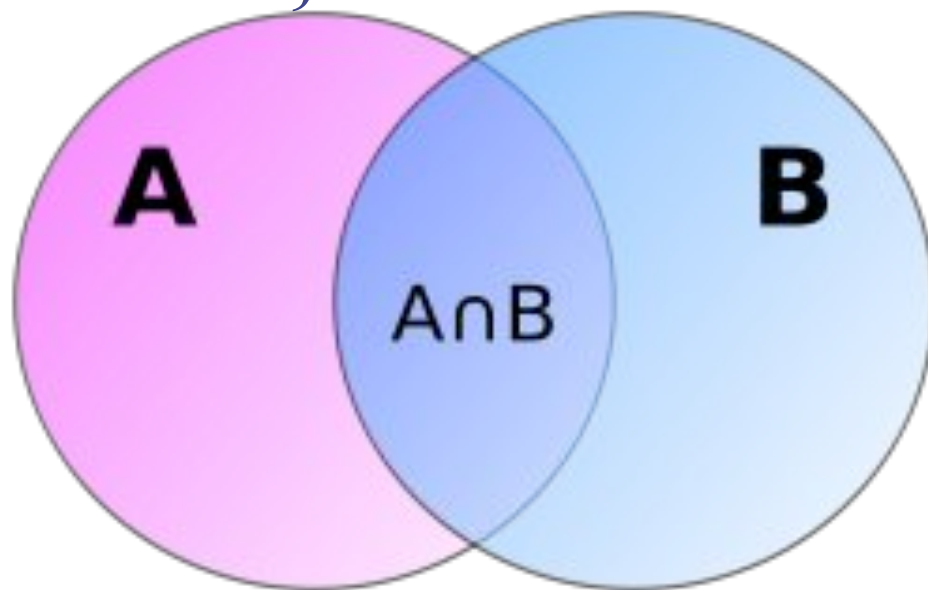


*Множества.*  
*Операции над множествами.*



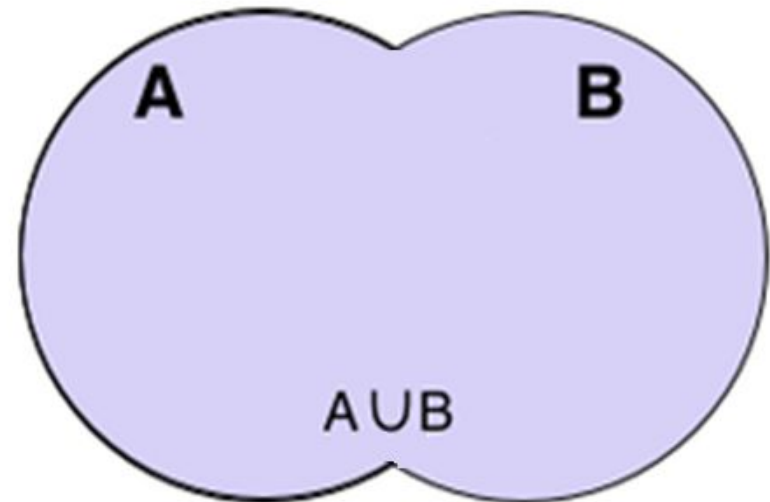
1. Пересечением двух множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $A \cap B$ , которое состоит из всех элементов, лежащих одновременно в множестве  $A$  и в множестве  $B$ .

2.  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$



Объединением двух множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $A \cup B$ , которое состоит из всех элементов, принадлежащих  $A$  или  $B$ .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$





№ 1

Даны множества

$$A = \{3; 5; 0; 11; 12; 19\},$$

$$B = \{2; 4; 8; 12; 18; 0\}.$$

Найдите множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$

## № 2

В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?

## Решение

Сначала заметим, что из 30 человек не умеют петь  $30 - 17 = 13$  человек. Все они умеют танцевать, т.к. по условию каждый ученик класса поёт или танцует. Всего умеют танцевать 19 человек, из них 13 не умеют петь, значит, танцевать и петь одновременно умеют  $19 - 13 = 6$  человек.

№ 7.

Изобразите с помощью кругов Эйлера

пересечение множеств

$K$  и  $M$ , если:

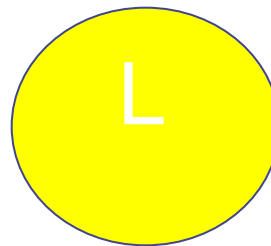
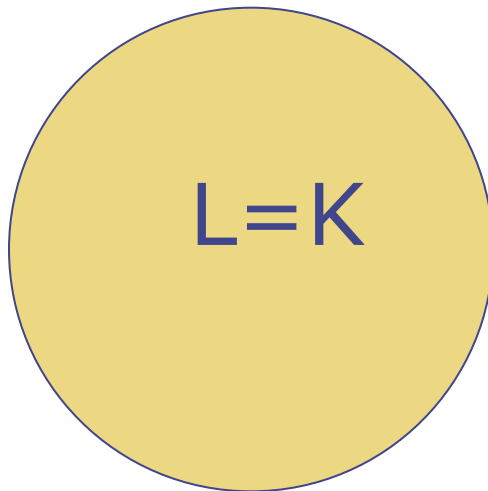
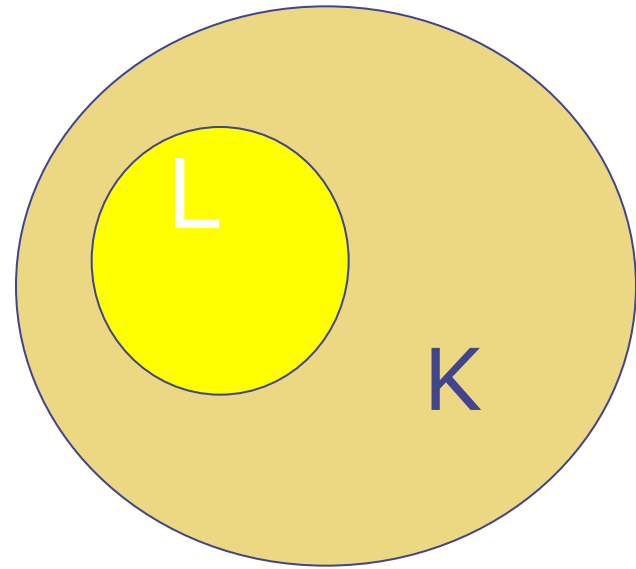
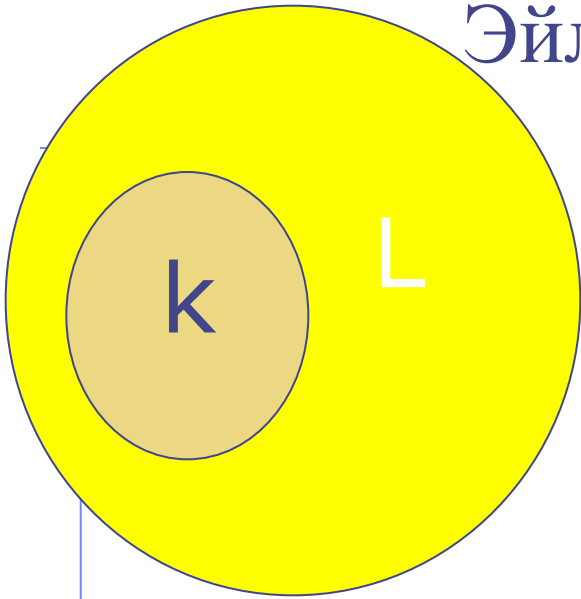
а)  $K \subset L$

б)  $L \subset K$

в)  $K = L$

г)  $K \cap L = \emptyset$

# Решение задачи с помощью кругов Эйлера.



№6

На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков?

## Решение.

$n(A) = 47$  – знают английский язык

$n(B) = 35$  – знают немецкий язык

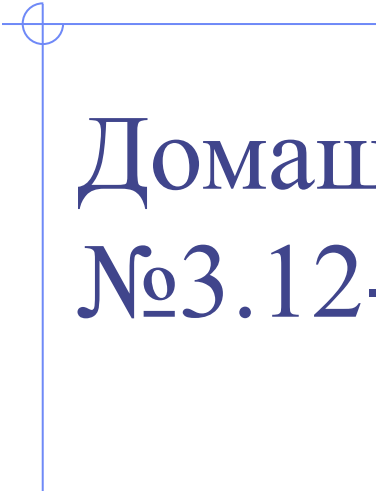
$n(C) = x$  – не знают ни английский, ни немецкий язык

$n(A \cap B) = 23$  – знают английский и немецкий языки

$n(A \cap B \cap C) = 67$  – работники фирмы

$$67 = 47 + 35 - 23 + x \quad x = 8$$

Ответ: 8 человек не знают ни английский, ни немецкий язык.



Домашнее задание: п 3  
№3.12-14 (а;б) 3.21.