

М.А. Киселёв

Курс «Атомные реакторы и
ядерная энергетика»

Лекция 5

Формула четырех сомножителей

ДУ, 8 октября 2015

Элементарная теория деления. Бор, Уилер, Френкель 1939 год.

$$\Delta W = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{2/3} - \gamma \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \zeta \cdot \frac{\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2}{A} + \delta \cdot A^{-3/4}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 15,4 \text{ МэВ} \\ \beta &= 17 \text{ МэВ} \\ \gamma &= 0.69 \text{ МэВ} \\ \zeta &= 96 \text{ МэВ} \\ \delta &= \pm 34 \text{ МэВ} \end{aligned}$$

$$Q_f = M_{\text{яд}} - (M_{\text{л}} + M_{\text{т}}) = \Delta W_{\text{л}} + \Delta W_{\text{т}} - \Delta W_{\text{яд}} = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} - W_{\text{по}} - W_{\text{ко}}$$

Энергия деления

Учитываем, что ядро делится на легкий и тяжелый осколок с соотношением масс и зарядов 2/3

Для ^{238}U $Q_f = 180 \text{ МэВ}$

$$Q_f = 0.36 \cdot W_{\text{к}} - 0.25 \cdot W_{\text{п}}$$

Энергия β распада $Q_{\beta} = Q_e + Q_{\nu} + Q_{\bar{\nu}} = 5 + 5 + 10 = 20 \text{ МэВ}$

Полная энергия = 200 МэВ

Деление энергетически выгодно при

$$\frac{W_k}{W_n} = \frac{\gamma Z^2 / A^{1/3}}{\beta A^{2/3}} = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \frac{Z^2}{A} > \frac{0.25}{0.36} = 0.7$$

$$\frac{Z^2}{A} > 17$$

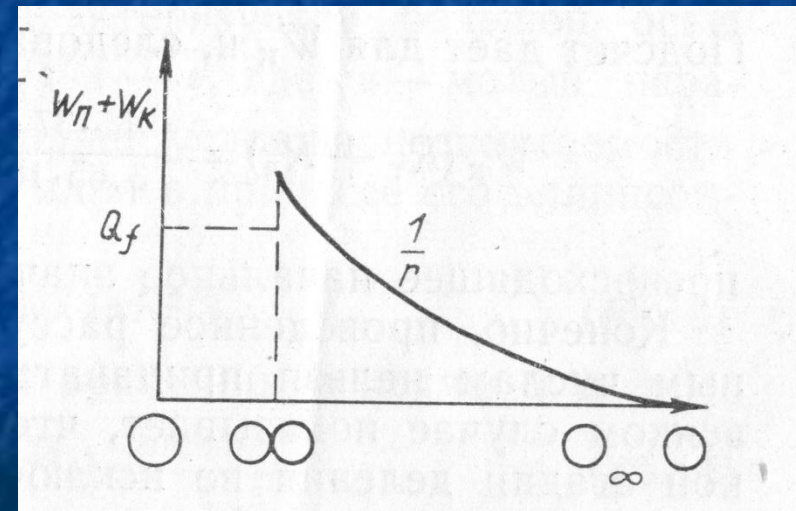
Параметр деления

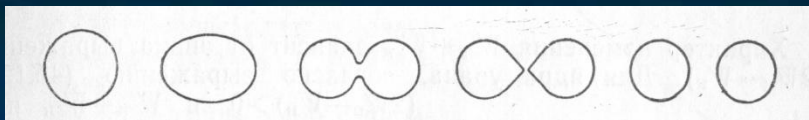
Деление энергетически выгодно начиная с серебра

$$\frac{Z^2}{A} \left({}_{47}^{108} \text{Ag} \right) = \frac{47^2}{108} = 20 > 17$$

Расчет $W_n + W_k$ для двух сближающихся осколков ($W_n = 0$) дает

$W_k(R_T + R_L) = 214$ Мэв, что превосходит значение энергии деления ядра 180 Мэв





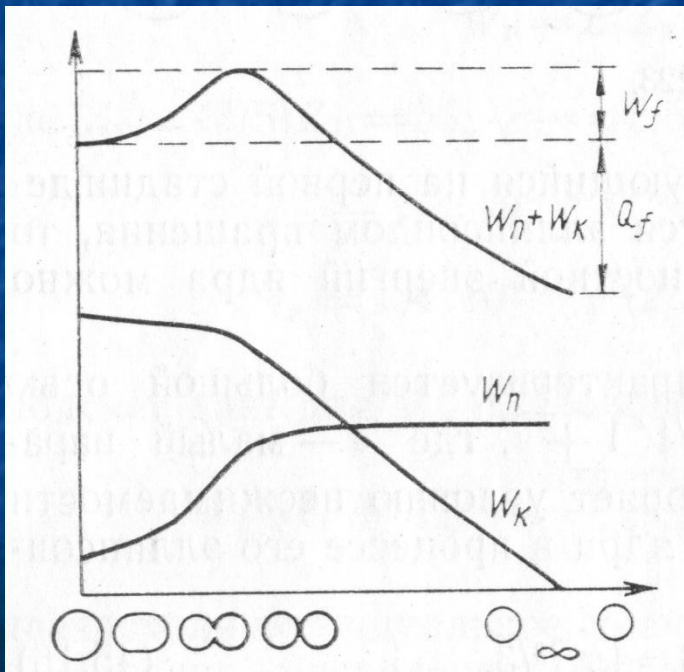
Расчет высоты потенциального барьера для эллипса

$$a = R \cdot (1 + \varepsilon)$$

$$b = \frac{R}{\sqrt{1 + \varepsilon}}$$

$$V_{\text{эл}} = 4\pi a \cdot b^2 / 3 = 4\pi R^3 / 3$$

$$S_{\text{эл}} = 4\pi R^2 \cdot \left(1 + \frac{2\varepsilon^2}{5} + \dots \right)$$



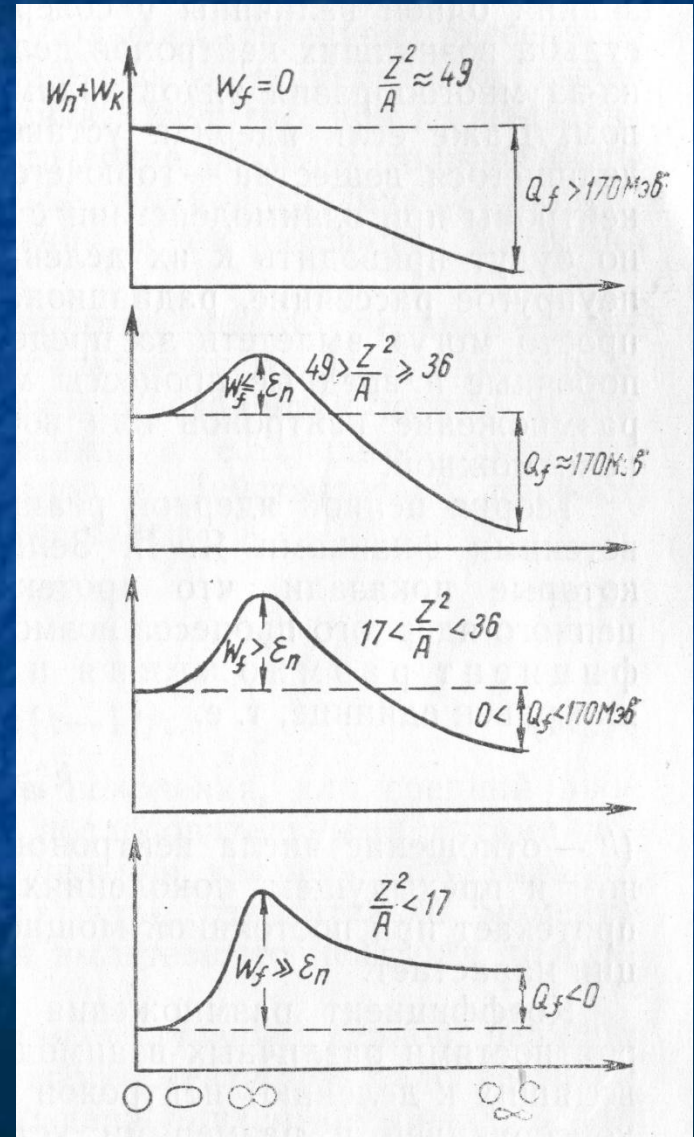
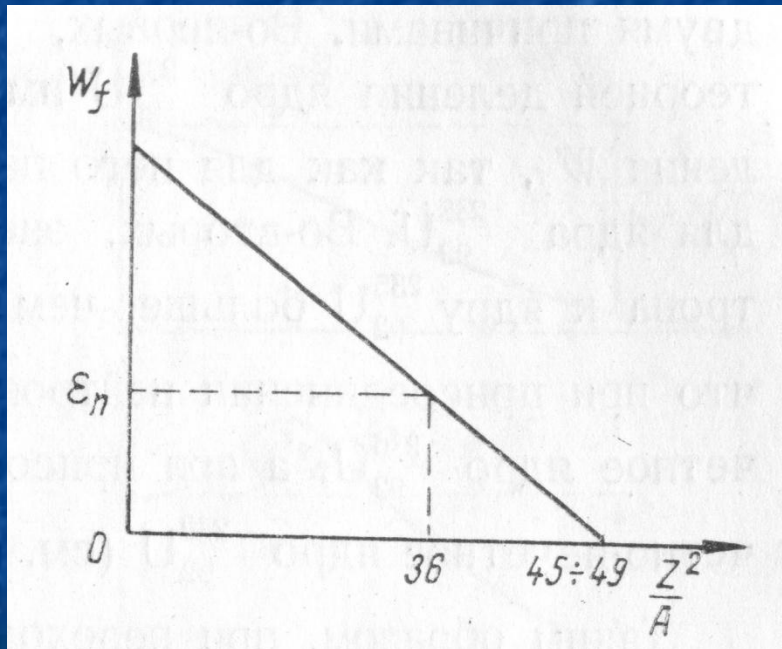
$$W'_n + W'_k = W_n + W_k + \varepsilon^2 \cdot (2W_n - W_k) / 5$$

$$\frac{2W_n}{W_k} = 2 \frac{\beta}{\gamma} \cdot \frac{A}{Z^2}$$

При $Z^2/A=49$ барьер исчезает ($Z=120$)

Деление ядер медленными и быстрыми нейтронами

Высота потенциального барьера



Коэффициент размножения

$$K_{\infty} = \frac{n_2}{n_1} = \nu_{\text{эфф}} \cdot \mu \cdot \phi \cdot \Theta$$

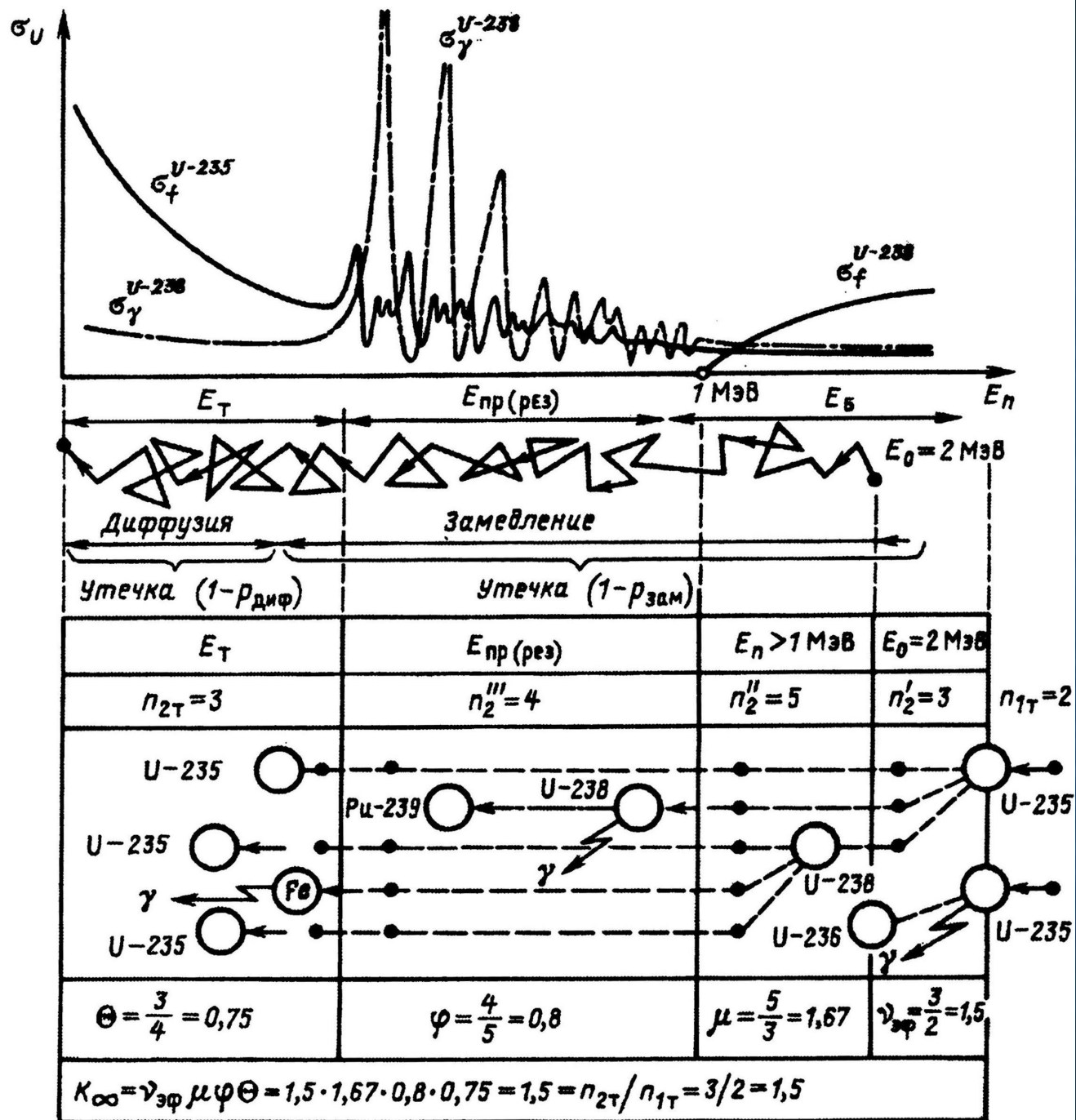
$$\nu_{\text{эфф}} = \nu_f \cdot \frac{\Sigma_f}{\Sigma_f + \Sigma_{\gamma}} \quad \text{эффективный выход нейтронов на один захваченный нейтрон}$$

μ - коэффициент размножения на быстрых нейтронах

ϕ - вероятность избежать резонансный захват в уране-238

Θ - коэффициент использования тепловых нейтронов

Формула четырёх сомножителей



Формула обратных часов

$$\rho = \frac{\bar{\tau} \cdot s}{\bar{\tau} \cdot s + 1} + \frac{1}{\bar{\tau} \cdot s + 1} \cdot \sum_{i=1}^6 \frac{s \cdot \beta_i}{s + \lambda_i}$$

$\bar{\tau}$ - время жизни нейтрона (поколения)

$s=1/T$, где T – период разгона реактора

β_i λ_i доля и постоянная распада i группы нейтронов

Энерговыведение в активной зоне

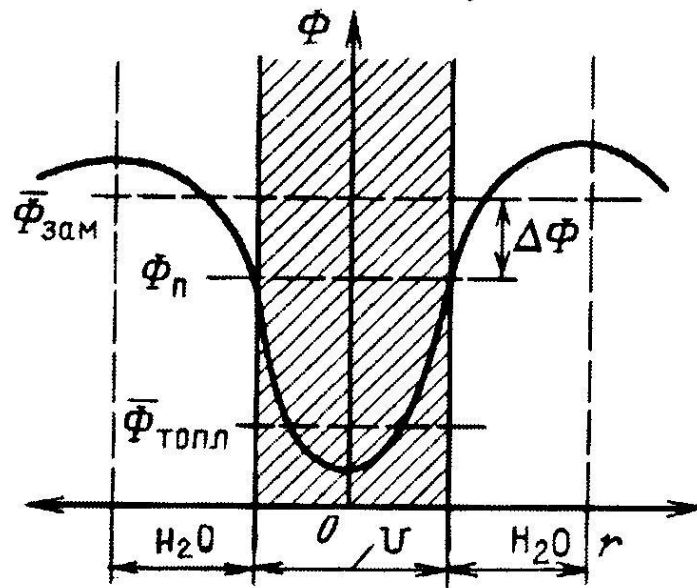


Рис. 1.5.1. Распределения Φ по элементарной ячейке

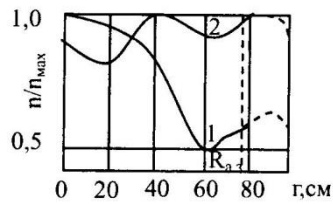


Рис. 1.5.2. Распределение плотности нейтронов по радиусу активной зоны при поднятой (1) и опущенной (2) центральной группе КС

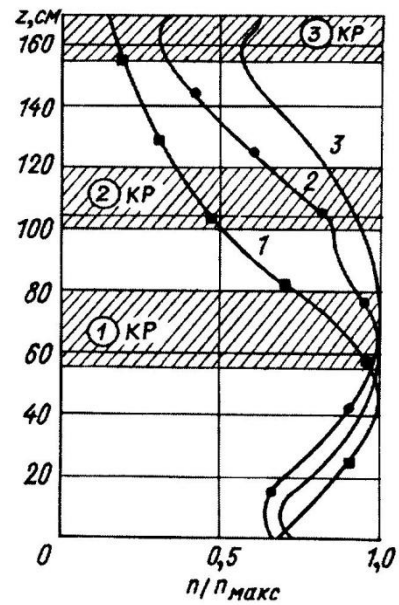


Рис. 1.5.3. Распределение плотности нейтронов по высоте активной зоны при различном положении КР (1, 2, 3)

Воспроизводство ядерного топлива

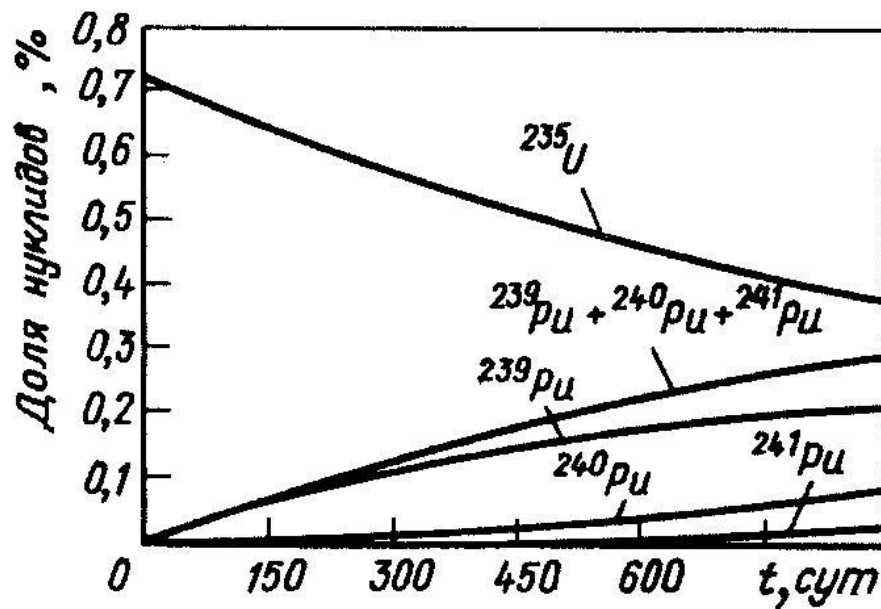


Рис. 2.2.1. Выгорание ядер ^{235}U и накопление изотопов Pu

Задача:

Доказать, что при $A=1$, ξ будет равняться 1

$$\xi = \left\langle \ln \left(\frac{E_1}{E_2} \right) \right\rangle = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1} \approx \frac{2}{A+2/3}$$