Начертательная геометрия

Лекция 2

Тема: КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ

Комплексный чертеж прямой пинии. Общие попожения.

ЛИНИЯ — ТРАЕКТОРИЯ НЕПРЕРЫВНО ДВИЖУЩЕЙСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ТОЧКИ

ЛИНИЯ ПРЯМАЯ — ОДНО ИЗ НЕОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПОНЯТИЙ ГЕОМЕТРИИ. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КОТОРОГО ВЫРАЖАЮТСЯ СЛЕДУЮЩИМИ АКСИОМАМИ:

1. ЧЕРЕЗ ВСЯКИЕ ДВЕ ТОЧКИ ПРОСТРАНСТВА МОЖНО ПРОВЕСТИ ПРЯМУЮ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ;
2. ДВЕ ПРЯМЫЕ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ ТОЛЬКО В ОДНОЙ ТОЧКЕ;
3. ПРЯМУЮ ЛИНИЮ МОЖНО ПРОДОЛЖИТЬ В ОБЕ СТОРОНЫ.

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

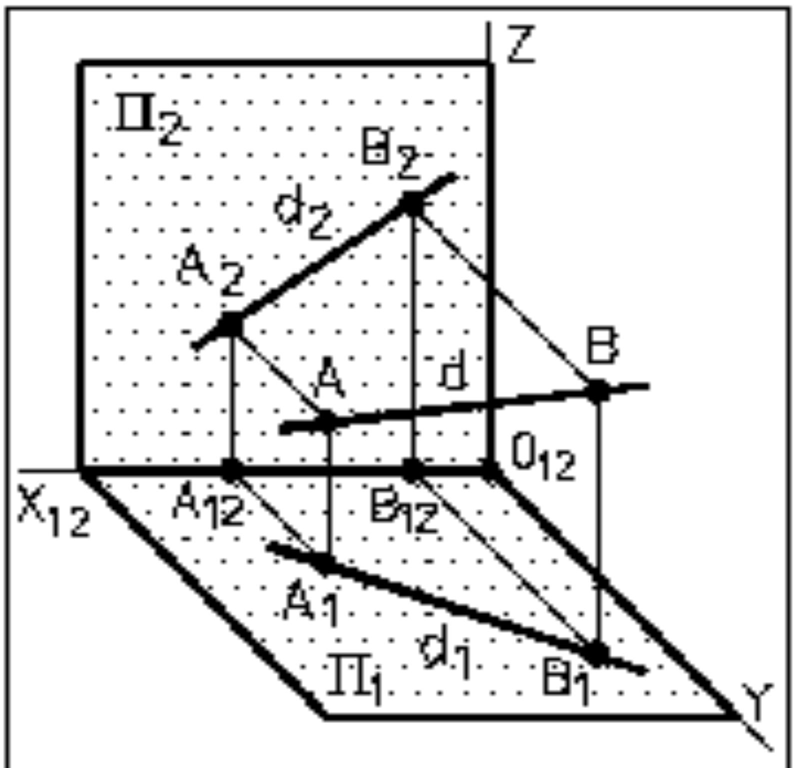
ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ — ПРЯМАЯ, РАСПОЛОЖЕННАЯ НАКЛОННО КО ВСЕМ ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ

ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ — ПРЯМЫЕ, РАСПОЛОЖЕННЫЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ИЛИ ПАРАЛЛЕЛЬНО КАКОЙ-ЛИБО ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ.

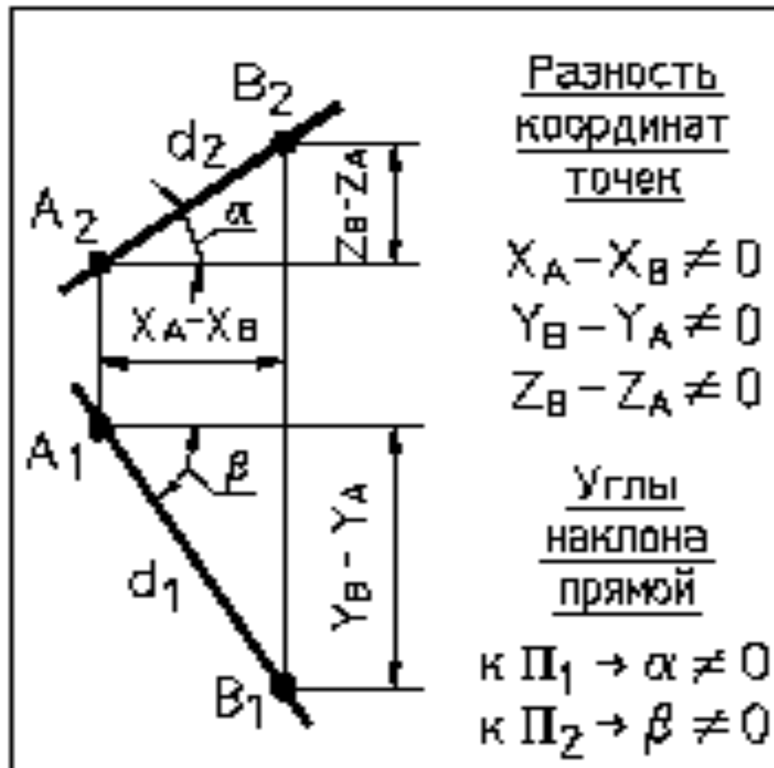
ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

1. Прямая в пространстве может быть задана двумя любыми ее точками.
2. Положение прямой в пространстве вполне определяется двумя ее проекциями, так как каждая точка прямой должна задаваться как минимум двумя проекциями.

В ПРОСТРАНСТВЕ



НА ПЛОСКОСТИ

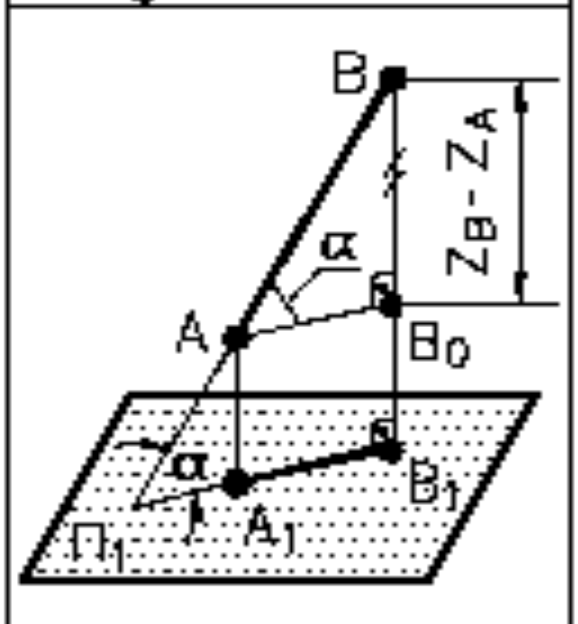


ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

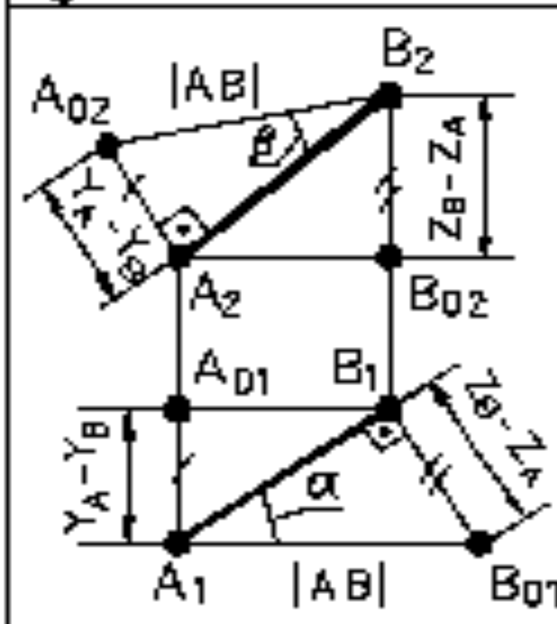
Одна из основных метрических задач - определение натуральной величины отрезка прямой. Для ее решения часто используют СПОСОБ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА.

> Натуральная величина отрезка прямой общего положения определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника, одним катетом которого является проекция отрезка на заданную плоскость проекций, а другим – разность координат его концов до той же плоскости проекций.

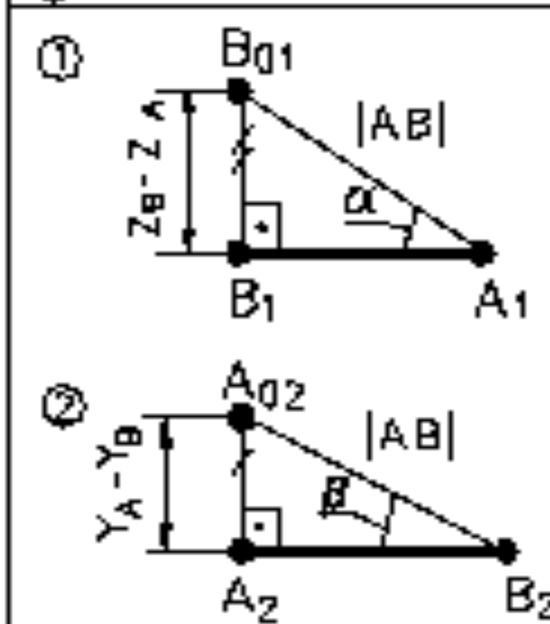
① В ПРОСТРАНСТВЕ



② НА ПРОЕКЦИЯХ ОТРЕЗКА



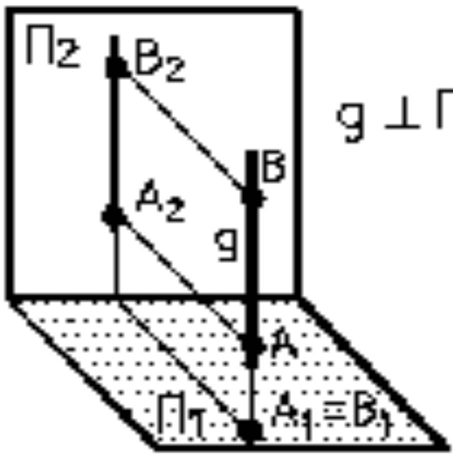
③ В ЛЮБОМ МЕСТЕ ЧЕРТЕЖА



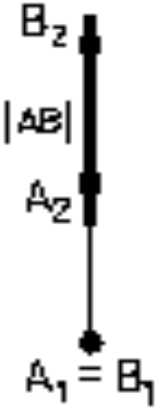
ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

(1) <u>Проецирующие прямые</u> - прямые, перпендикулярные к какой-либо плоскости проекций

ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ



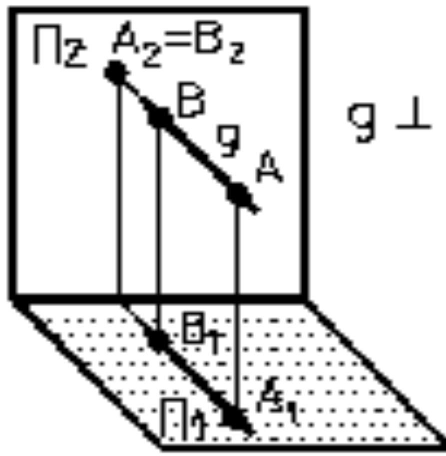
$g \perp \Pi_1$



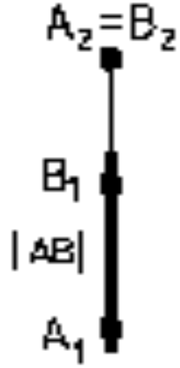
$X_A - X_B = 0$
$Y_A - Y_B = 0$
$Z_B - Z_A \neq 0$

В над А

ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ



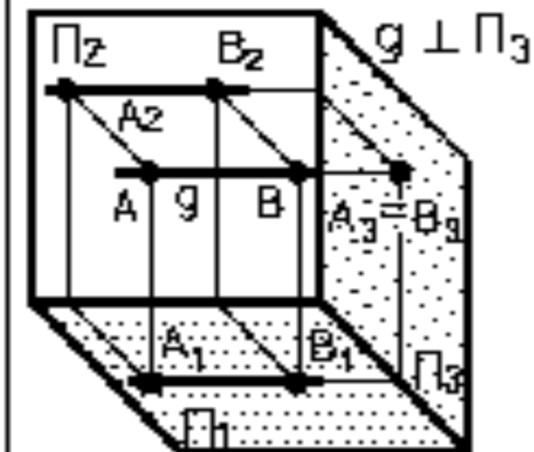
$g \perp \Pi_2$

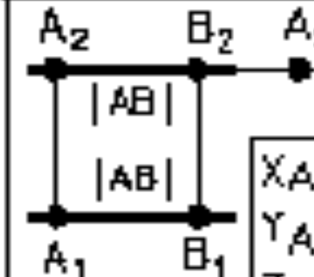


$X_A - X_B = 0$
$Y_A - Y_B \neq 0$
$Z_A - Z_B = 0$

А перед В

ПРОФИЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ





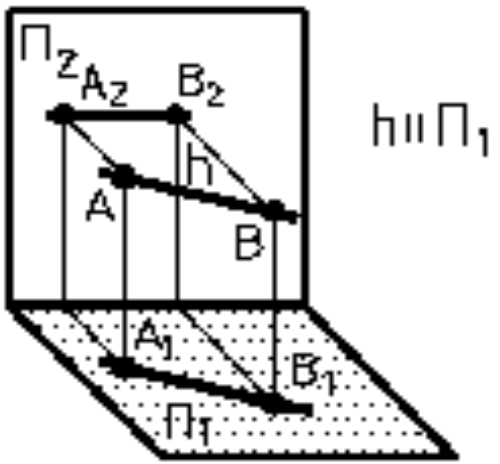
$X_A - X_B \neq 0$
$Y_A - Y_B = 0$
$Z_A - Z_B = 0$

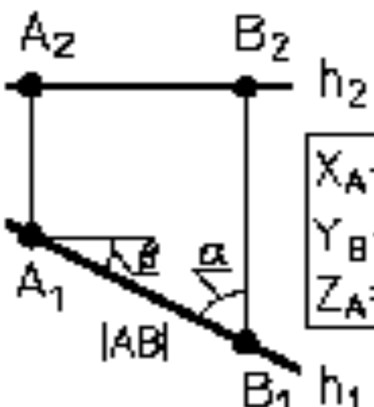
А левее В

ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

(2) Прямые уровня - прямые, параллельные какой- либо плоскости проекций.

ГОРИЗОНТАЛЬ



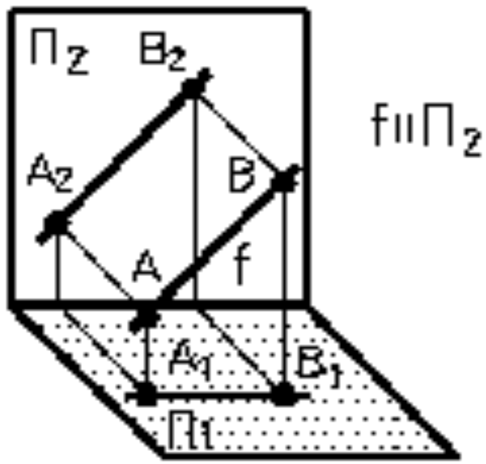


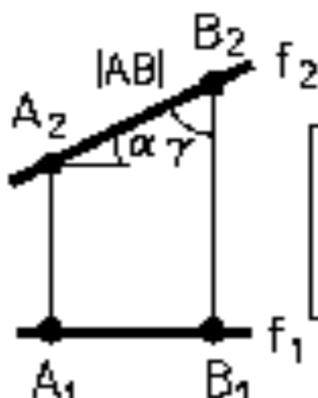
$X_A - X_B \neq 0$

$Y_B - Y_A \neq 0$

$Z_A = Z_B = 0$

ФРОНТАЛЬ



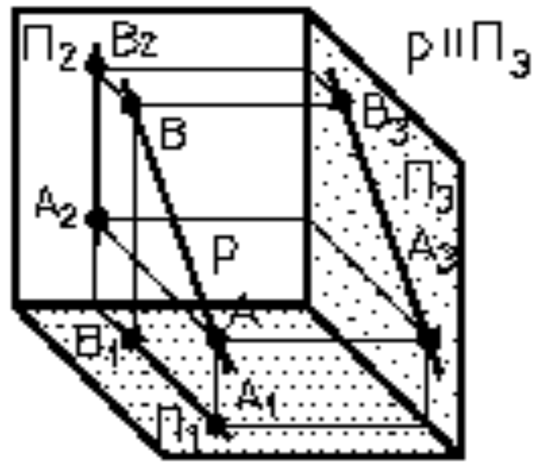


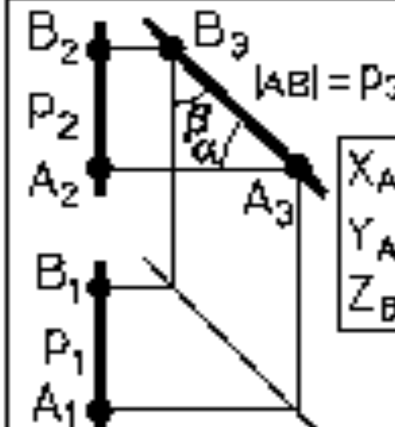
$X_A - X_B \neq 0$

$Y_B - Y_A = 0$

$Z_B - Z_A \neq 0$

ПРОФИЛЬНАЯ ПРЯМАЯ





$X_A - X_B = 0$

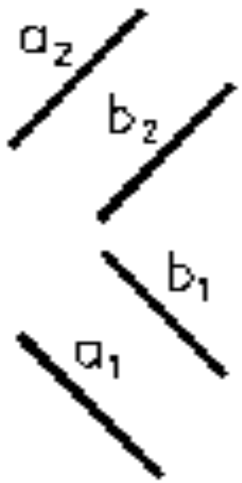
$Y_A - Y_B \neq 0$

$Z_B - Z_A \neq 0$

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

Прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекающимися и скрещивающимися.

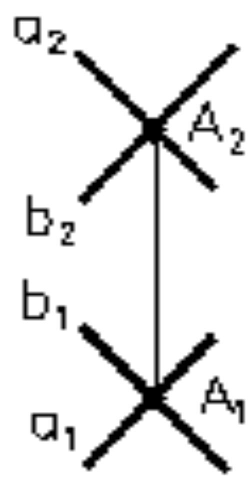
① ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ



$a \parallel b$
$a_1 \parallel a_2$
$b_1 \parallel b_2$

Если прямые в пространстве параллельны, то на чертеже их одноименные проекции параллельны (общая несобственная точка)

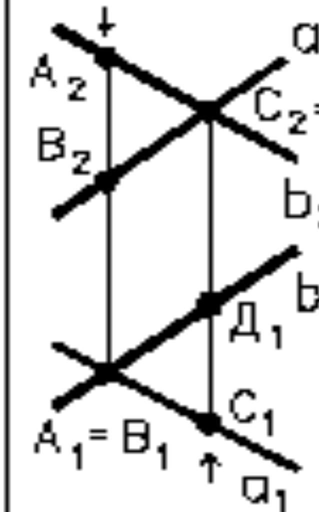
② ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ



$a \cap b = A$
$a_1 \cap b_1 = A_1$
$a_2 \cap b_2 = A_2$

Если прямые в пространстве пересекаются, то на чертеже точки пересечения их одноименных проекций лежат на одной линии связи

③ СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ



$a \dot{-} b$
$a_1 \dot{-} b_1$
$a_2 \dot{-} b_2$

a перед b

b над a

A, B горизонт.-конкур. точки

C, Д фронт.-конкурир. точки

Если прямые в пространстве скрещиваются, то на чертеже точки пересечения их одноименных проекций не лежат на одной линии связи

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПЛОСКОСТИ. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

ПЛОСКОСТЬ — ЭТО ОДНО ИЗ ОСНОВНЫХ НЕОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПОНЯТИЙ ГЕОМЕТРИИ, ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КОТОРОГО ВЫРАЖАЮТСЯ СЛЕДУЮЩИМИ АКСИОМАМИ:

1. ЧЕРЕЗ ВСЯКИЕ ТРИ ТОЧКИ, НЕ ЛЕЖАЩИЕ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ, МОЖНО ПРОВЕСТИ ПЛОСКОСТЬ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ;
2. ЕСЛИ ДВЕ ТОЧКИ ПРЯМОЙ ПРИНАДЛЕЖАТ ПЛОСКОСТИ, ТО И КАЖДАЯ ТОЧКА ЭТОЙ ПРЯМОЙ ПРИНАДЛЕЖИТ ПЛОСКОСТИ;
3. ЕСЛИ ДВЕ ПЛОСКОСТИ ИМЕЮТ ОБЩУЮ ТОЧКУ, ТО ОНИ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ ПО ПРЯМОЙ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ЭТУ ТОЧКУ;
4. ЧЕТЫРЕ ТОЧКИ ПРОСТРАНСТВА, ВЗЯТЫЕ ПРОИЗВОЛЬНО, МОГУТ НЕ ПРИНАДЛЕЖАТЬ ОДНОЙ ПЛОСКОСТИ.

КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКОСТЕЙ

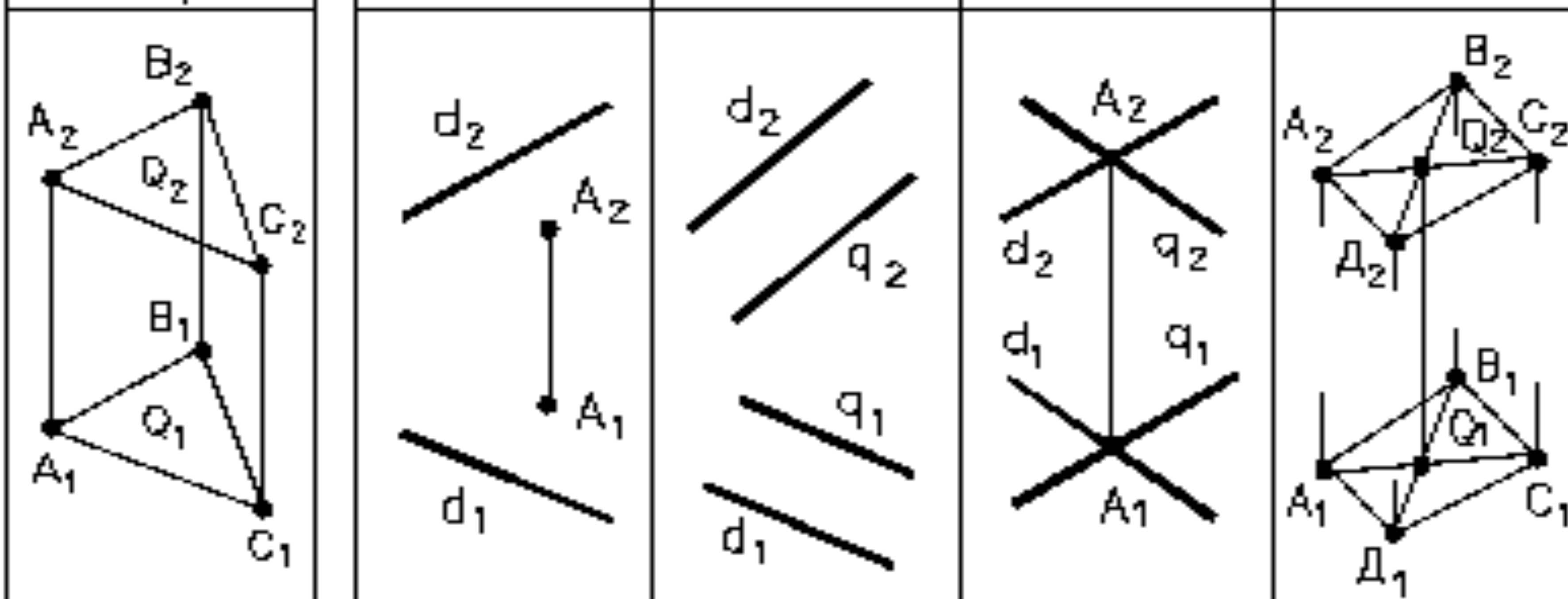
ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ — ПЛОСКОСТЬ, РАСПОЛОЖЕННАЯ НАКЛОННО КО ВСЕМ ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ

ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ — ПЛОСКОСТИ, РАСПОЛОЖЕННЫЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ИЛИ ПАРАЛЛЕЛЬНО КАКОЙ-ЛИБО ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Плоскость на комплексной чертеже задается проекциями некоторых геометрических элементов, определяющих ее положение в пространстве - определителем.

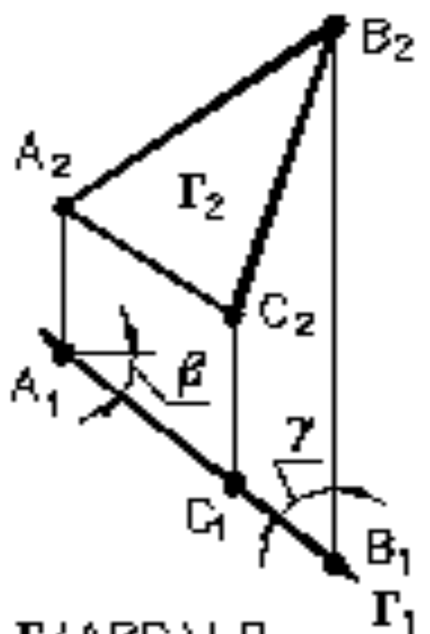
ОСНОВА	ВАРИАНТЫ			
ТРИ ТОЧКИ, НЕ ЛЕЖАЩИЕ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ	ПРЯМАЯ И ТОЧКА ВНЕ ЕЕ	ДВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ	ДВЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ	ЛЮБАЯ ПЛОСКАЯ ФИГУРА



ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

(1) Проецирующие плоскости – перпендикулярны к какой-либо плоскости проекций.

ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ

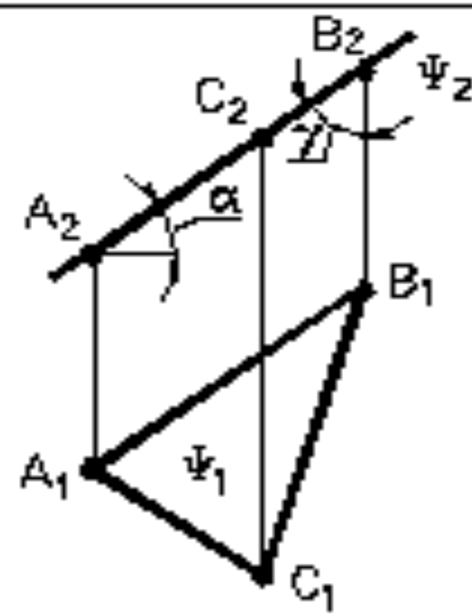


$\Gamma(ABC) \perp \Pi_1$

$\Gamma_1(A_1B_1C_1) \in \Pi_1$

ПЛОСКОСТЬ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ

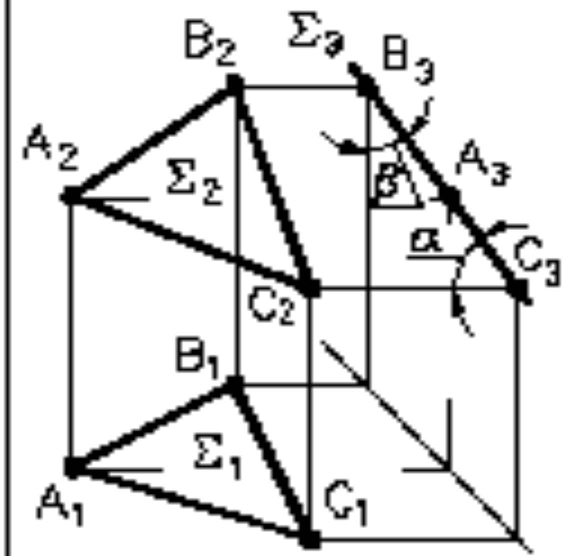


$\Psi(ABC) \perp \Pi_2$

$\Psi_2(A_2B_2C_2) \in \Pi_2$

ПЛОСКОСТЬ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ К ФРОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

ПРОФИЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ



$\Sigma(ABC) \perp \Pi_3$

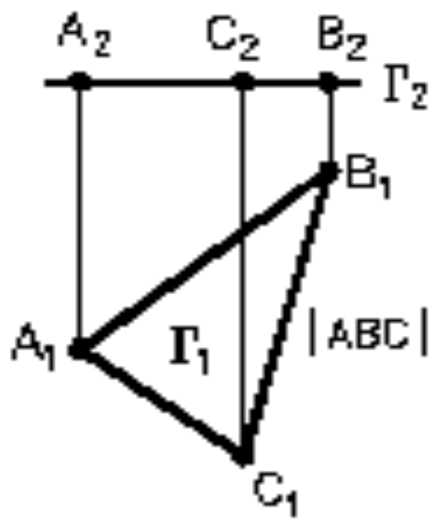
$\Sigma_3(A_3B_3C_3) \in \Pi_3$

ПЛОСКОСТЬ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ К ПРОФИЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

(2) Плоскости уровня – параллельны какой-либо плоскости проекций

ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ

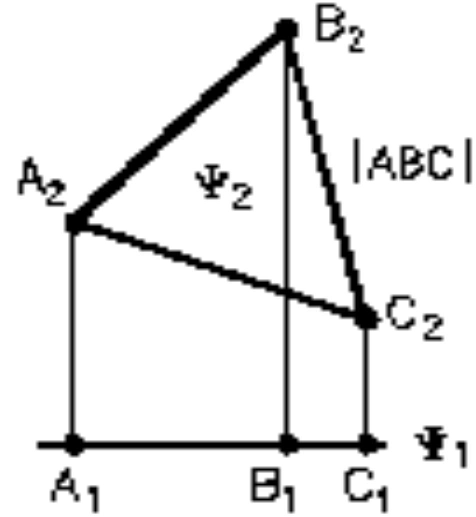


$\Gamma(ABC) \parallel \Pi_1$

$A_1B_1C_1 \cong ABC$

ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

ФРОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ

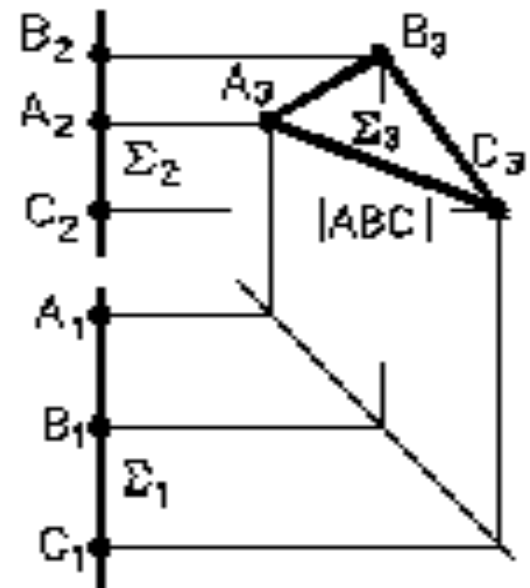


$\Psi(ABC) \parallel \Pi_2$

$A_2B_2C_2 \cong ABC$

ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ФРОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

ПРОФИЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ



$\Sigma(ABC) \parallel \Pi_3$

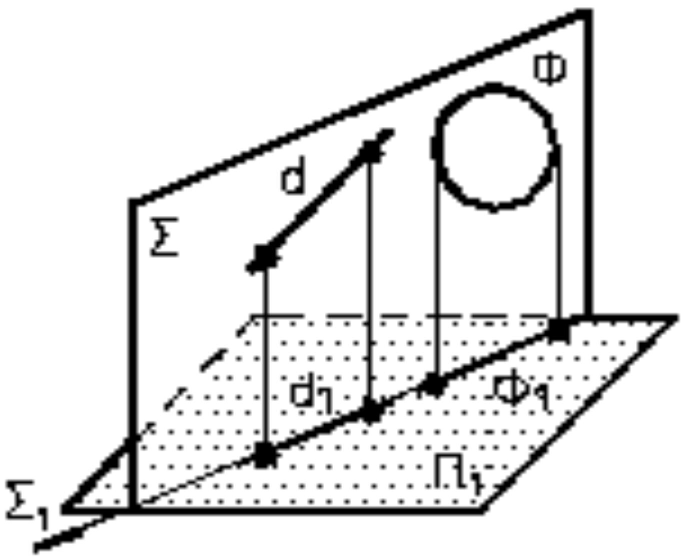
$A_3B_3C_3 \cong ABC$

ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПРОФИЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

СВОЙСТВА ПЛОСКОСТЕЙ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Используются при решении первой и второй позиционной задачи.

① ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ



$Σ \perp Π_1$

$d \in Σ$

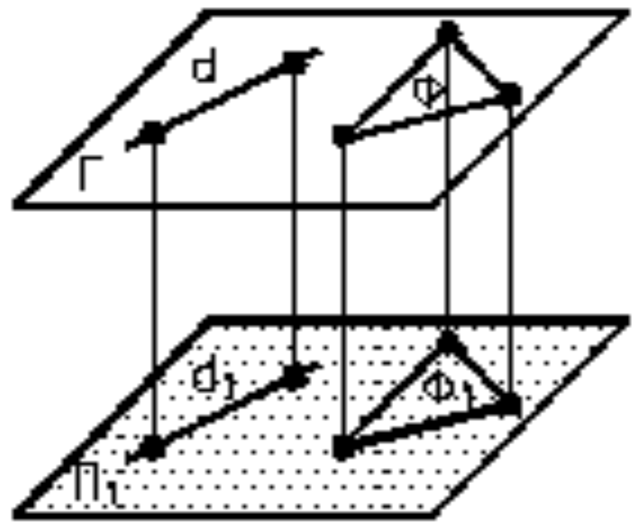
$Φ \in Σ$

$d_1 \in Σ_1$

$Φ_1 \in Σ_1$

Если плоскость перпендикулярна какой-либо плоскости проекций, то проекции фигур, ей принадлежащих, совпадают с вырожденной проекцией этой плоскости на заданную плоскость.

② ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ



$Γ \parallel Π_1$

$d \in Γ$

$Φ \in Γ$

$d_1 \cong d$

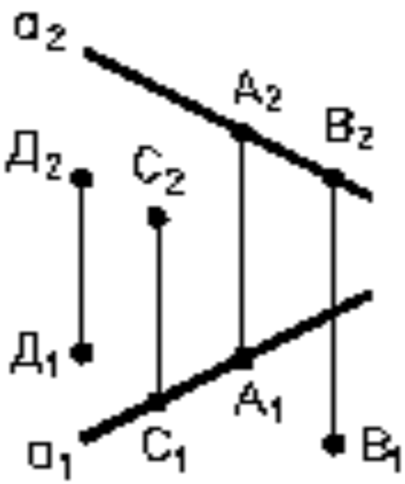
$Φ_1 \cong Φ$

Если плоскость параллельна какой-либо плоскости проекций, то проекции фигур, ей принадлежащих, проецируются на эту плоскость проекций без искажения.

ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ ПРЯМОЙ, ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

Взаимопринадлежность определяется на основании <u>инвариантов.</u>

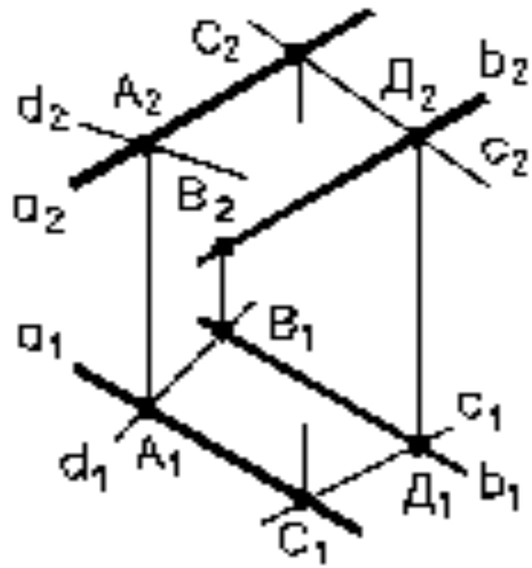
ТОЧКА И ПРЯМАЯ



$A \in a$; $B, C, D \notin a$

Если точка принадлежит прямой, то проекции точки принадлежат одноименным проекциям прямой.

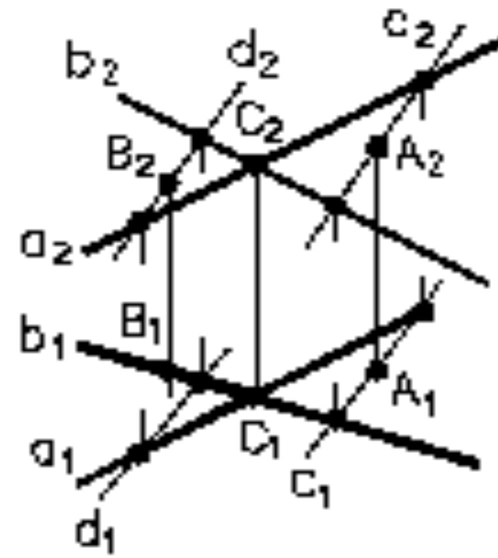
ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ



$c \in \Delta(a \parallel b)$; $d \notin \Delta(a \parallel b)$

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие плоскости.

ТОЧКА И ПЛОСКОСТЬ



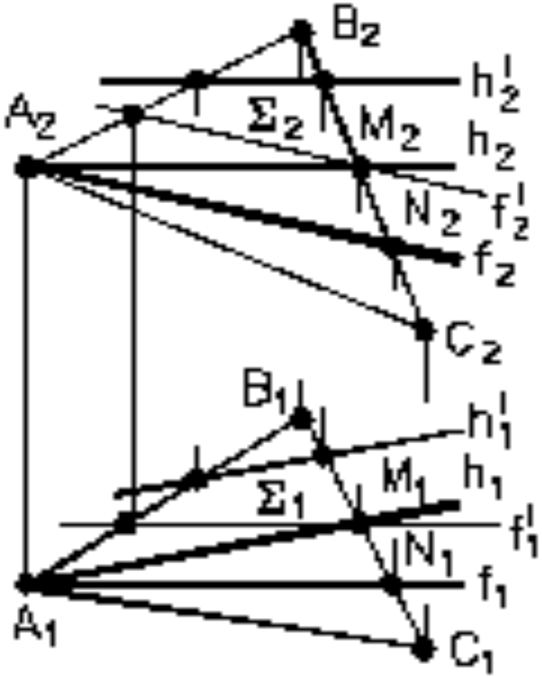
$A \in \Delta(a \cap b)$; $B \notin \Delta(a \cap b)$

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, принадлежащей плоскости.

ПРЯМЫЕ ОСОБОГО ПОЛОЖЕНИЯ

К числу прямых, занимающих особое положение в плоскости, относятся горизонтали плоскости, фронтали плоскости и профильные прямые.

ГОРИЗОНТАЛИ И ФРОНТАЛИ ПЛОСКОСТИ



$h \in \Sigma[ABC]$

$h^I \in \Sigma[ABC]$

$h_2 \wedge h_2^I \perp B_1B_2$

$h \parallel h^I$

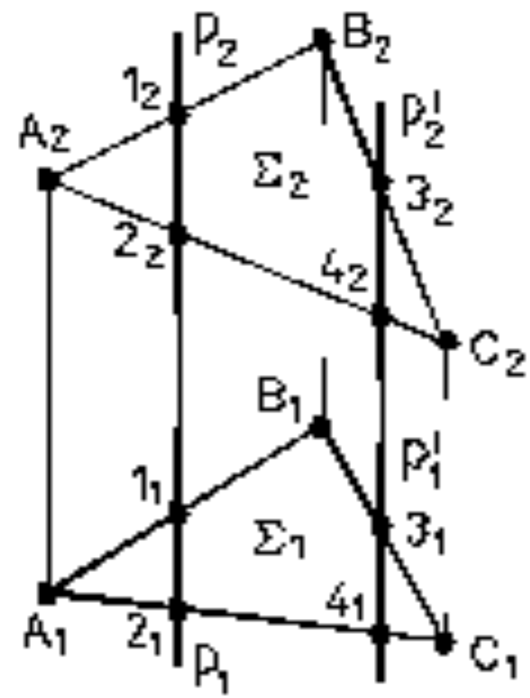
$f \in \Sigma[ABC]$

$f^I \in \Sigma[ABC]$

$f_1 \wedge f_1^I \perp B_1B_2$

$f \parallel f^I$

ПРОФИЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ



$p \in \Sigma[ABC]$

$p^I \in \Sigma[ABC]$

$p_2 \wedge p_2^I \parallel B_1B_2$

$p \parallel p^I$

$\boxed{1}$ все горизонтали h плоскости Σ принадлежат данной плоскости и ‖ ? 1	$\boxed{1}$ все профильные прямые p плоск. Σ принадлежат данной плоскости и ‖ ? 3
$\boxed{2}$ все фронтали f плоскости Σ принадлежат данной плоскости и ‖ ? 2	$\boxed{2}$ на чертеже прямая p задается проекциями двух точек, принадлеж. p и Σ