

«Задачи на концентрацию, сплавы, смеси и разбавление»



- «Недостаточно лишь понять задачу, необходимо желание решить её. Без сильного желания решить трудную задачу невозможно, но при наличии такового – возможно. Где есть желание, найдётся путь!»

□ Д. Пойя

Погодина Т.В.,
учитель математики
МБОУ г.Мурманска СОШ № 42

«Это дело житейское...»

Карлсон

Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 р. за кг, а другие – по 60 р. за кг. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 р. за кг. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта?



Терминология

- Масса сплава (смеси) $m_{\text{смеси}}$
- Количество чистого вещества в сплаве (смеси) $m_{\text{ч. в-ва}}$
- Концентрация (процентное содержание или массовая доля в химии) p

Масса сплава \times концентрация = масса чистого вещества

$$\frac{m_{\text{ч. в-ва}}}{m_{\text{сплава}}} = p$$

$$m_{\text{сплава}} = \frac{m_{\text{ч. в-ва}}}{p}$$

$$m_{\text{ч. в-ва}} = m_{\text{сплава}} \times p$$

Способы решения задач

- 1) Арифметический
- 2) С помощью уравнения:
 - а) линейного
 - б) квадратного
- 3) С помощью системы уравнений
- 4) С помощью формулы:

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 = (m_1 + m_2) \times p$$

Пример

Найти процентное содержание олова в сплаве, полученном из двух кусков массой m_1 кг и m_2 кг, если известно, что первый содержит p_1 % олова, второй p_2 % олова.

$$m_1 \times \frac{p_1}{100} + m_2 \times \frac{p_2}{100} = (m_1 + m_2) \times \frac{p}{100} \quad | \times 100$$

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 = (m_1 + m_2) \times p$$

$$p - ?$$

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 = (m_1 + m_2) \times p$$

$$m_2 = m_1 \times \frac{p - p_1}{p_2 - p}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$$

$$p = \frac{m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2}{m_1 + m_2}$$

Добавление чистого вещества

Добавление сплава, не содержащего это вещество

При сплавлении нет потери массы

$p_2 = 100\%$

$p_2 = 0\%$

Задача из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.

Даны плотности двух веществ и их смеси. В каком отношении (по объёму) смешаны эти вещества?

□ Из курса физики известно, что:

$$m = \rho \times V$$

где m - масса в-ва,
 ρ - плотность в-ва,
 V - объём в-ва.

$$m_1 \times \rho_1 + m_2 \times \rho_2 = (m_1 + m_2) \times \rho$$

$$V_1 \times \rho_1 + V_2 \times \rho_2 = (V_1 + V_2) \times \rho$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho - \rho_1}$$

□ Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г, содержит 20% олова. Второй, массой 200 г, содержит 40% олова.

$$P = \frac{p_1 m_1 + p_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Сколько процентов будет содержать сплав, полученный из этих кусков?

□ Имеются два куска сплава олова и свинца. Первый, массой 300 г, содержит 60% олова, второй содержит 40% олова. Сколько граммов от второго куска нужно добавить к первому, чтобы получить сплав с содержанием олова 56%?


$$m_2 = m_1 \times \frac{p - p_1}{p_2 - p}$$

- Имеются два куска сплавов, содержащих 40% и 60% олова. В каком отношении (по массе) нужно сплавить части этих кусков, чтобы получить сплав с 45%-м содержанием олова?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p} \quad \text{или} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_2 - p}{p - p_1}$$

Разные задачи

(Олимпиадные, ОГЭ,
ЕГЭ)

The background features several sets of concentric circles in a lighter shade of blue, resembling ripples on water. These circles are positioned in the lower half of the slide, with one set on the left, one in the center, and one on the right.

ЕГЭ

В колбе было 200г восьмидесятипроцентного спирта. Провизор отлил из колбы некоторое количество этого спирта и затем добавил в нее столько же воды, чтобы получить шестидесятипроцентный спирт. Сколько граммов воды добавил провизор?

$$m_1 \times p_1 - m_2 \times p_2 + m_2 \times p_3 = (m_1 - m_2 + m_2) \times p$$

$$200 \times 80 - m_2 \times 80 + m_2 \times 0 = 200 \times 60$$

$$80 \times (200 - m_2) = 200 \times 60$$

$$m_2 = 200 - \frac{200 \times 60}{80}$$

$$m_2 = 50$$

Ответ: 50г воды добавил провизор.

Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

$$0,5t = 500\text{кг}$$

$$m_1 \times p_1 - m_2 \times p_2 = (m_1 - m_2) \times p$$

$$500 \times 85 - m_2 \times 100 = (500 - m_2) \times 75$$

$$m_2 = 200$$

Ответ: 200кг воды выпарить

5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ых сливок и к смеси добавили 1 литр чистой воды.
Какой жирности получилась смесь?

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 + m_3 \times p_3 = (m_1 + m_2 + m_3) \times p$$

$$5 \times 35 + 4 \times 20 + 1 \times 0 = 10 \times p$$

$$p = \frac{175 + 80}{10}$$

$$p = 25,5\%$$

Ответ: 25,5% жирность.

В сосуде находится количество смеси воды с кислотой. Чтобы уменьшить концентрацию на 34% (было $p\%$, а стало $(p-34)\%$), в сосуд надо долить 3л воды, а чтобы уменьшить ее на 17%, надо долить 1л воды. Какова первоначальная концентрация кислоты в сосуде?

$$\begin{cases} m_1 \times p_1 + 3 \times 0 = (m_1 + 3) \times (p_1 - 34) \\ m_1 \times p_1 + 1 \times 0 = (m_1 + 1) \times (p_1 - 17) \end{cases} \quad - \begin{cases} 17m_1 - 2p_1 = -85 \\ 17m_1 - p_1 = -17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = 68 \\ m_1 = 3 \end{cases}$$

Ответ: первоначальная концентрация кислоты равна 68%.

Сборник под ред. Лысенко

Имеются три сосуда с сахарным сиропом. В первом сосуде находится 4 кг сиропа, содержащего 40% сахара, во втором сосуде – 6 кг сиропа, содержащего 70% сахара. Если содержимое первого сосуда смешать с содержимым третьего сосуда, то получим в смеси 35%-ное содержание сахара. Если содержимое второго сосуда смешать с содержимым третьего сосуда, то получим в смеси 55% сахара. Найти массу сахарного сиропа в третьем сосуде.

$$\begin{cases} m_1 \times p_1 + m_3 \times p_3 = (m_1 + m_3) \times 35 \\ m_2 \times p_2 + m_3 \times p_3 = (m_2 + m_3) \times 55 \end{cases} \quad \begin{cases} 4 \times 40 + m_3 \times p_3 = (4 + m_3) \times 35 \\ 6 \times 70 + m_3 \times p_3 = (6 + m_3) \times 55 \end{cases}$$

$$160 - 420 = (35 \times 4 + 35 \times m_3) - (330 + 55m_3)$$

$$m_3 = 3,5$$

Ответ: 3,5 кг – масса сиропа в третьем сосуде

Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 р. за кг, а другие – по 60 р. за кг. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 р. за кг. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта?

$$m_1 = ?; m_2 = ?$$

Решение:

$$m_1 + m_2 =$$

$$p_1 =$$

$$p_2 =$$

$$p =$$

$$(1) \quad m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p$$

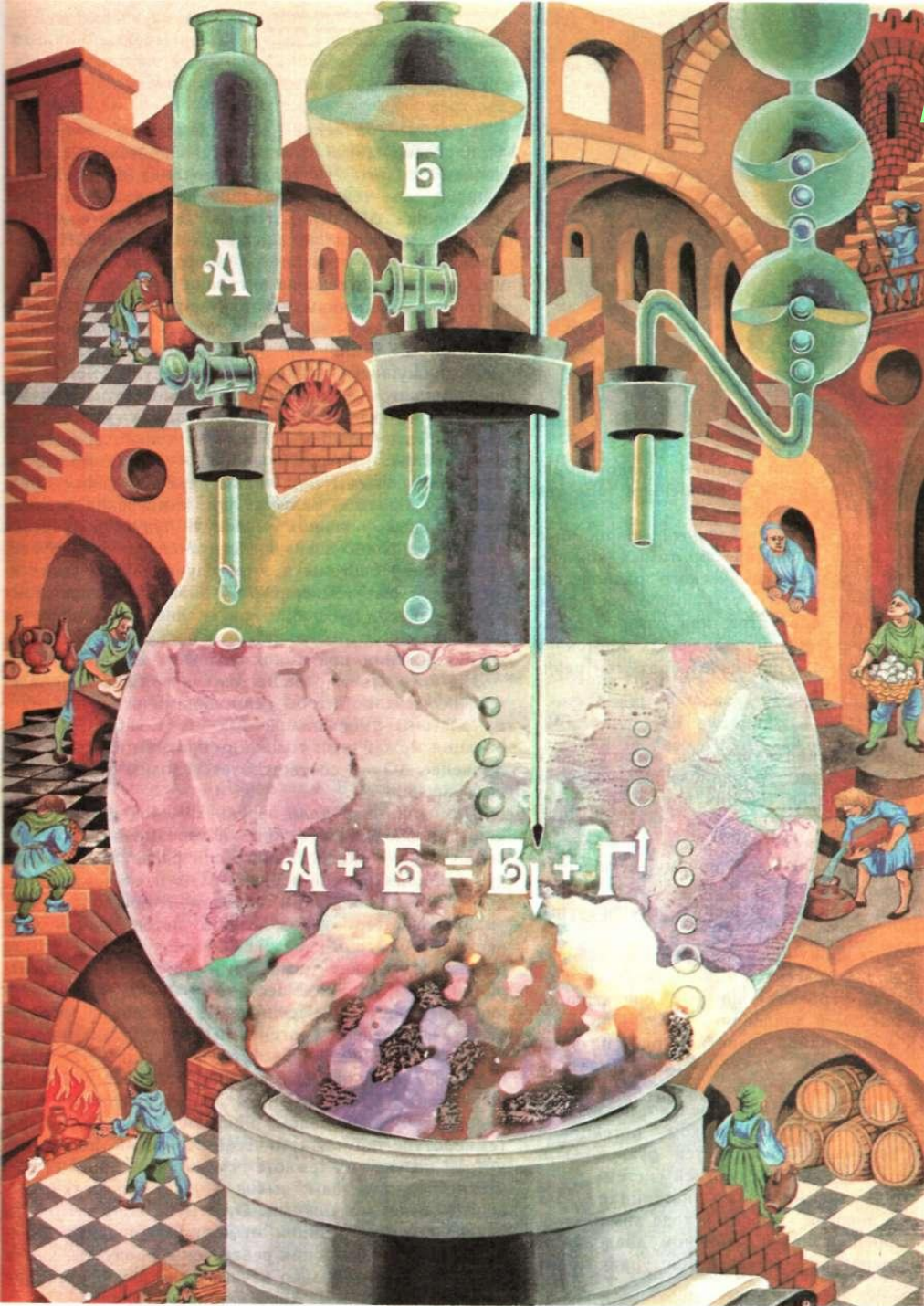
$$(2) \quad \underline{m_1 + m_2} = ; \quad m_1 =$$

(3) Выполним подстановку

$$(4) \text{ Найдем } m_2 =$$

$$(5) \text{ Найдем } m_1 =$$

Ответ:



□ «Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи...

То решайте их!»

Д. Пойя