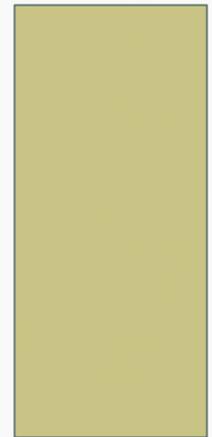


ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ



МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ЛОГИСТИКЕ

- С помощью функций математически выражается **многообразие количественных закономерностей в логистических процессах движения материальных ресурсов.**
- Необходимым условием для применения методов математического анализа являются **установление функциональных зависимостей**, после чего полученная функция исследуется на экстремум и подвергается всестороннему анализу.

ПРИМЕР

$$y = ax + \frac{b}{x}$$

Графически это выглядит так (рис. 2.1):

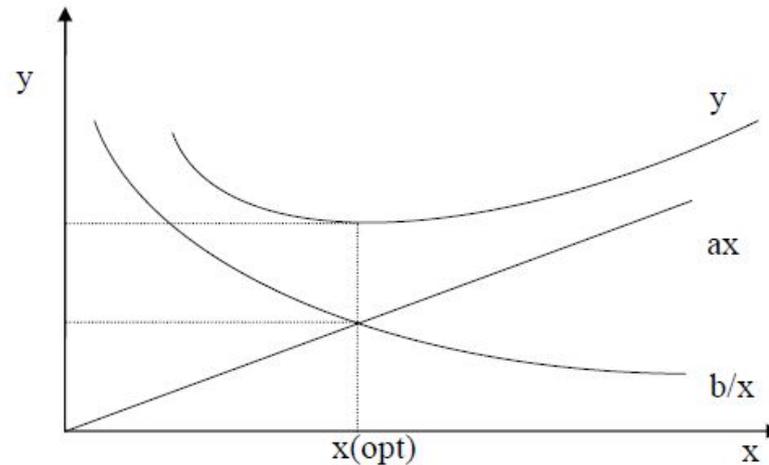


Рис. 2.1. Графический вид функции и ее исследование на экстремум

В подобных функциях для оптимального значения проводится ее исследование на экстремум, т. е. находится первая производная, которая приравнивается к нулю:

отсюда:

$$x_{opt} = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА ПАРТИИ ПОСТАВКИ

- С точки зрения логистики **запасы – это материальный поток с нулевой скоростью физического перемещения.**
- Запасы обладают двойственной природой: с одной стороны, они имеют положительное значение, а с другой стороны, они обладают отрицательным качеством, которое заключается в том, что в запасах иммобилизируются материальные и финансовые ресурсы.
- Отсюда и возникают **проблемы оптимизации запаса, т. е. определение того уровня запаса, при котором общие издержки при управлении запасом будут минимальными.**

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРТИИ

- Оптимизация уровня запасов выполняется исходя из того, что **имеет место две группы затрат: это затраты на хранение запаса и затраты на доставку** продукции и совершение заказа, отсюда проблема: поставлять продукцию большими или малыми партиями.
- При поставках крупными партиями сокращаются транспортные расходы, но увеличиваются затраты на хранение. При поставках малыми партиями – уменьшаются затраты на хранение запаса, но возрастают транспортные расходы. Следовательно, **проблема оптимизации запасов сводится к проблеме оптимизации партии поставки.**

ОБЩИЕ ИЗДЕРЖКИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Общие издержки управления запасами ($C_{\text{общ}}$) складываются из стоимости доставки продукции – выполнения поставки ($C_{\text{дост}}$) и затрат на хранение запаса ($C_{\text{хр}}$). Тогда стоимость доставки – выполнения поставки, можно представить в следующем виде:

$$C_{\text{дост}} = K + \zeta V,$$

где K – условно-постоянная часть на транспортировку;

ζ – затраты, зависящие от величины партии поставки.

Затраты на хранение запаса:

$$C_{\text{хр}} = h_c \bar{V} T,$$

где h_c – стоимость хранения единицы запаса в сутки;

\bar{V} – средний запас;

T – время хранения запаса.

МОДЕЛЬ ФУНКЦИИ СПРОСА И АНАЛОГИИ

Третий способ — аналитический, позволяющий показать функцию спроса в виде уравнения. При линейной функции спроса ее уравнение в общем виде будет:

$P = a - b \cdot q$, где a и b — некоторые заданные параметры.

Нетрудно увидеть, что параметр a определяет точку пересечения линии спроса с осью Y . Экономический смысл этого параметра — максимальная цена, при которой спрос становится равен нулю. В то же время параметр b «отвечает» за наклон кривой спроса относительно оси X ; чем он выше, тем наклон круче. Наконец, знак «минус» в уравнении свидетельствует об отрицательном наклоне кривой, что характерно, как отмечалось, именно для кривой спроса. Если исходить из приведенных выше цифр, уравнение кривой спроса будет: $P = 10 - q$.

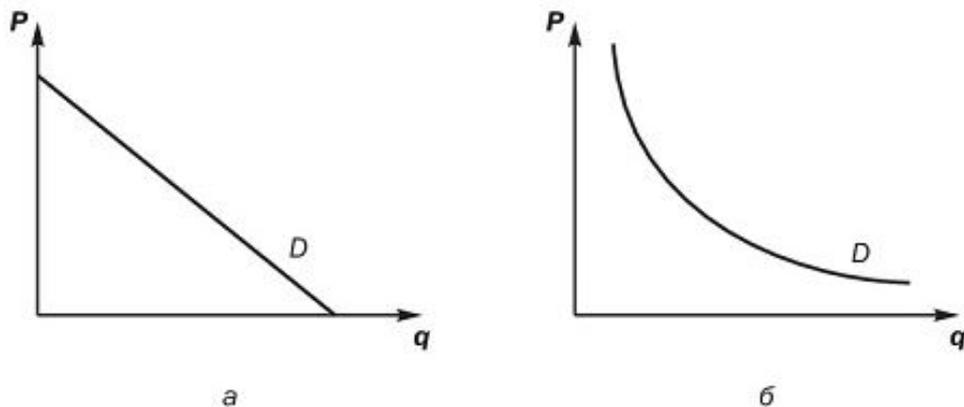


Рис. 1. Закон спроса

ЗАТРАТЫ НА ХРАНЕНИЕ

Для определения затрат на хранение необходимо вычислить средний запас. **Средний запас вычисляется с помощью среднего в интегральном исчислении, т. е. по формуле:**

$$\bar{S} = \frac{1}{T} \int_0^{t=T} f(t) dt,$$

где \bar{S} – средняя величина запаса;

T – длительность расхода запаса;

Функция изменения запаса выглядит следующим образом (рис. 2.2):

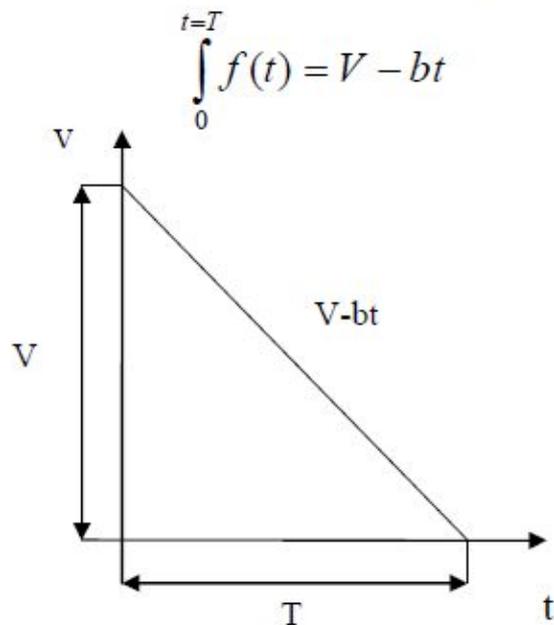


Рис. 2.2. Графическое изображение функции изменения запасов

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛА

Вычисляется средний запас:

$$\bar{S} = \frac{1}{T} \int_0^T (V - bt) dt = \frac{1}{T} \left(Vt \Big|_0^T - \frac{bt^2}{2} \Big|_0^T \right) = \frac{1}{T} \left(VT - \frac{bT^2}{2} \right),$$

при $T = \frac{V}{b}$,

$$\bar{S} = V - \frac{bV}{b2} = V - \frac{V}{2} = \frac{V}{2},$$

Таким образом, в логистике запасов при линейном потреблении материальных ресурсов средний запас равняется половине партии поставки.

Получаем выражение общих затрат:

$$C_{\text{общ}} = h_c \frac{V}{2} \frac{V}{b} + K + \mu V.$$

Полученные общие затраты относятся на единицу хранимого запаса, т. е. $C_{\text{общ}}$ делится на V :

$$C_{\text{общ}} = \frac{h_c V}{2b} + \frac{K}{V} + \mu.$$

ФОРМУЛА УИЛСОНА

Далее находится первая производная, которая приравнивается к нулю:

$$C_V^{\text{общ}} = \frac{h_c}{2b} - \frac{K}{V^2} = 0,$$

отсюда оптимальный размер партии поставки:

$$V_{\text{opt}} = \sqrt{\left(\frac{2bk}{h_c}\right)},$$

Полученная формула именуется формулой Уилсона.

ДРУГОЙ ВЫВОД ФОРМУЛЫ УИЛСОНА

В логистической деятельности используется также и такой вывод формулы Уилсона:

$$C = C_{xp} + C_{дост},$$

где C_{xp} – издержки хранения запаса;

$C_{дост}$ – издержки доставки (выполнения поставки).

$$C_{xp} = h \frac{V}{2},$$

где h – издержки хранения единицы запасов за год.

Издержки доставки – это издержки, независящие от величины партии поставки, но зависящие от количества поставок в год:

$$C_d = dN,$$

где d – стоимость выполнения одной поставки;

N – количество поставок за год.

В свою очередь количество поставок за год равно:

$$N = \frac{M}{V},$$

где M – годовая потребность в материальных ресурсах;

V – размер партии поставки, отсюда получаем:

$$C = \frac{hV}{2} + \frac{dM}{V}$$

От этого выражения находится первая производная, которая приравняется к нулю:

$$C' = \frac{dC}{dV} = \frac{h}{2} - \frac{dM}{V^2} = 0,$$

отсюда оптимальный размер поставки:

$$V_{opt} = \sqrt{\frac{2dM}{h}}$$

ПРИМЕР

Пример: потребность предприятия в стальном прокате равна $M=100$ тонн в год. Выполнение заказа, т. е. независимые расходы равны $d=700$ рублей, а содержание единицы запаса $h=500$ рублей. Определяется оптимальный размер партии поставки.

$$V_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 700}{500}} \approx 17m.$$

В годовом исчислении оптимальный размер партии поставки используется в производственно-коммерческой деятельности предприятия. При этом издержки хранения определяются путем непосредственной калькуляции, а стоимость выполнения заказа определяется как совокупность транзакционных издержек. В данном случае транзакционные издержки включают издержки на поиск поставщиков, на ведение деловых переговоров, на организацию транспортировки продукции.

Формулы Уилсона для определения оптимального размера партии поставки как в суточном, так и в годовом исчислении дают один и тот же результат.

В первом случае в качестве основных параметров используется суточное потребление продукции – b и издержки содержания единицы запаса в одни сутки. Во втором случае используется годовая потребность и издержки содержания единицы запаса в год, т. е. имеет место следующее тождество:

$$\sqrt{\frac{2kb}{h_c}} = \sqrt{\frac{2dM}{h}}.$$

В обеих формулах параметры k и d равны, так как выражают затраты на одну поставку, т. е. независимые от количества продукции в поставке. Относительно предыдущих параметров имеют место следующие равенства:

$$k=d,$$

$$h=365 h_c,$$

$$M=365 b,$$

где M – это расход данного материального ресурса за год.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА ПАРТИИ ПОСТАВКИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОСТУПЛЕНИИ И РАВНОМЕРНОМ РАСХОДЕ МАТЕРИАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

Рассматриваемая ситуация иллюстрируется графиком на рис. 2.3.

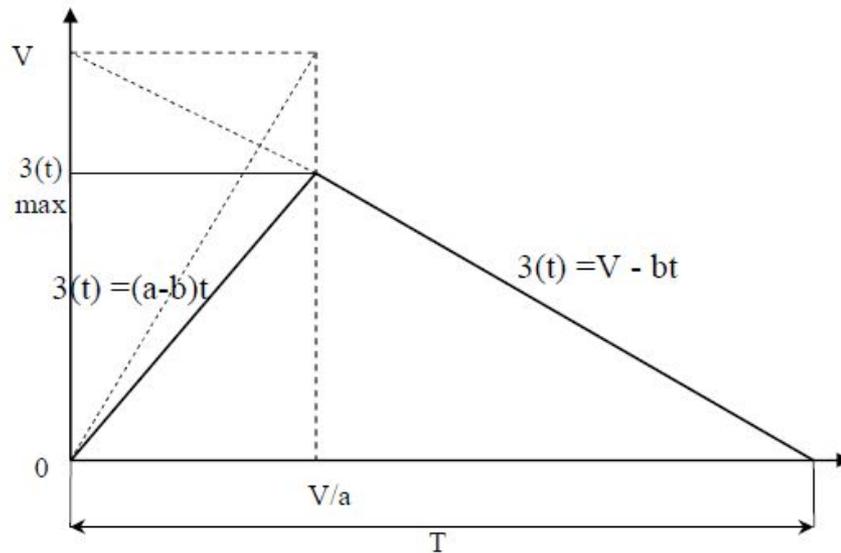


Рис. 2.3. Графическое изображение размера запаса при периодическом поступлении и равномерном расходе материальных ресурсов

Из графика следует, что материальные ресурсы поступают на предприятие и расходуются предприятием одновременно. Следовательно, имеется запас:

$$z(t) = \begin{cases} (a-b)t & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{V}{a} \\ V-bt & \text{при } \frac{V}{a} \leq t \leq \frac{V}{b} \end{cases},$$

ВЫВОД ФОРМУЛ

Рассматривается равенство:

$$(a-b)t=V-bt,$$

отсюда

$$at - bt=V-bt,$$

$$at=V,$$

$$t = \frac{V}{a}$$

Согласно общему правилу для определения партии поставки необходимо вычислить средний запас за период T , где
 a – среднесуточное поступление материальных ресурсов,
 b – среднесуточный расход материальных ресурсов на предприятии.

Вычисляется средний запас:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{V}{a}} (a-b)t dt + \int_{\frac{V}{a}}^{\frac{V}{b}} (V-bt) dt \right) = \frac{1}{T} \left[\frac{(a-b)t^2}{2} \Big|_0^{\frac{V}{a}} + Vt \Big|_{\frac{V}{a}}^{\frac{V}{b}} - \frac{bt^2}{2} \Big|_{\frac{V}{a}}^{\frac{V}{b}} \right] = \frac{1}{T} \left(\frac{V^2}{2b} - \frac{V^2}{2a} \right) = \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{V^2(a-b)}{2ab} \right) = \frac{V(a-b)}{2a}, \text{ при } a > b \end{aligned}$$

ПОДСТАВЛЯЕМ В ПЕРВОЕ РАВЕНСТВО

Далее применяется стандартная процедура, т. е. определяются общие издержки как сумма издержек по хранению и доставке:

$$C_{\text{хран}} = h_c \bar{3} T = h_c \frac{V(a-b)}{2a} \frac{V}{b} = h_c \frac{V^2(a-b)}{2ab},$$
$$C_{\text{достав}} = K = \eta V,$$

Выражение общих издержек примет вид:

$$C_{\text{общ}} = h_c \frac{V^2(a-b)}{2ab} + K + \eta V.$$

Общие издержки относятся на единицу продукции, тогда

$$C_{\text{общ}}' = h_c \frac{V(a-b)}{2ab} + \frac{K}{V} + \eta.$$

Полученная функция исследуется на экстремум

$$C_{\text{общ}}' = \frac{h_c(a-b)}{2ab} - \frac{K}{V^2} = 0,$$

отсюда оптимальный размер партии поставки:

$$V_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2Kab}{h_c(a-b)}} = \sqrt{\frac{2bK}{h_c}} \sqrt{\frac{a}{a-b}}.$$

Таким образом, при определении оптимального размера партии поставки к стандартной формуле Уилсона добавляется поправочный коэффициент

$\sqrt{\frac{a}{a-b}}$, этот поправочный коэффициент применяется и для формулы Уилсона в годовом исчислении.