



ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

**Лекция «Электростатическое поле
в вакууме»**

Напряжение и ротор поля

$$A_{12} = W_1 - W_2 = -q_{np} \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \vec{dr} = q_{np} (\varphi_1 - \varphi_2) = q_{np} \cdot U$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \vec{dr}$$

- Электрическое напряжение (для ЭП)

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d$$

- Для однородного ЭП

$$\oint_L \vec{E} \vec{dr} = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

- Циркуляция (ротор или вихрь) для потенциального ЭП равна нулю. Равенство нулю циркуляции говорит о потенциальности сил поля, работа которых по замкнутому контуру равна нулю.

Электрический диполь (ЭД)

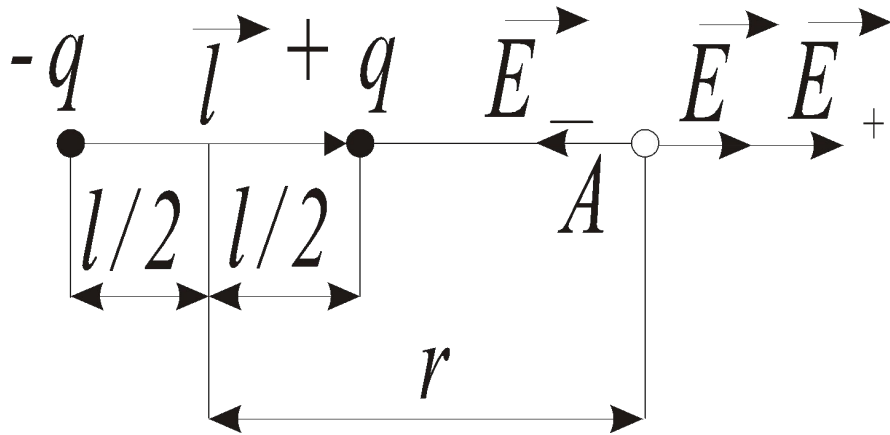
- система, состоящая из двух точечных одинаковых по модулю разноименных электрических зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми много меньше расстояния r до рассматриваемых точек поля системы ($l \ll r$).

Характеристикой ЭД является вектор эл. дипольного момента (дипольный момент), сонаправленный с плечом диполя:

$$\vec{p}_e = q \cdot \vec{l}$$

Расчет поля ЭД в точке А: случай 1

- Точка А лежит на продолжении оси ЭД



$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad \varphi = \sum_i \varphi_i$$

$$\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+$$

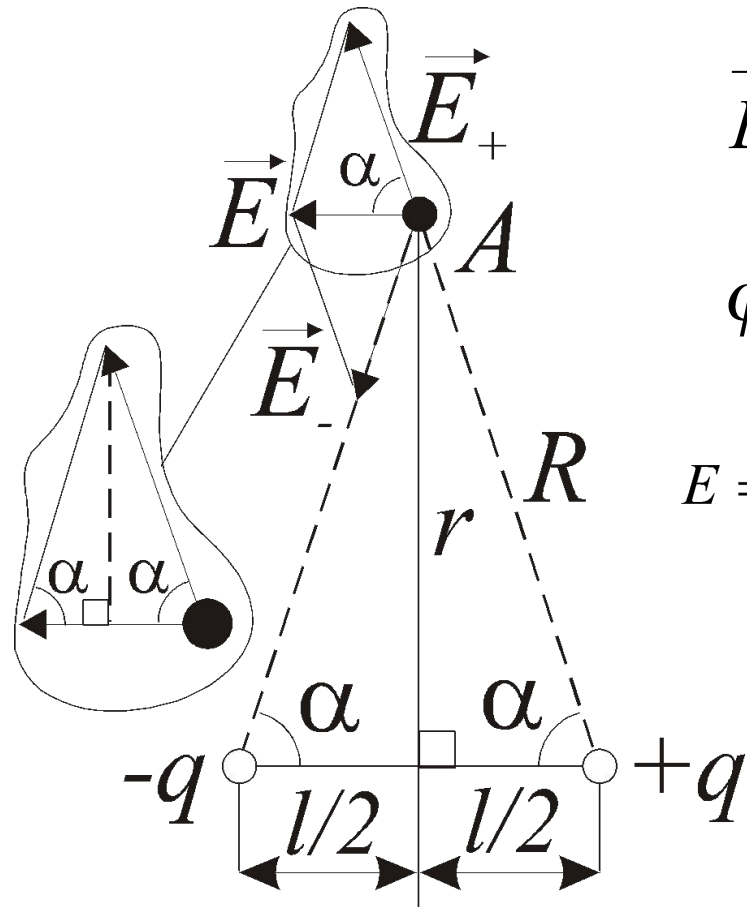
$$E = E_+ - E_- = k \frac{q}{(r - l/2)^2} - k \frac{q}{(r + l/2)^2} = k \frac{2qr}{(r^2 - l^2/4)^2}$$

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = k \left(\frac{q}{r - l/2} - \frac{q}{r + l/2} \right) = k \frac{2qr}{r^2 - l^2/4}$$

$$\vec{E} = k \frac{2\vec{p}_e}{r^3} \quad \varphi = k \frac{2p_e}{r^2}$$

Расчет поля ЭД в точке А: случай 2

- Точка А лежит на перпендикуляре, восстановленном к оси ЭД из его центра



$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+$$

$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$

$$E_+ = E_- = k \frac{q}{r^2 + l^2/4}$$

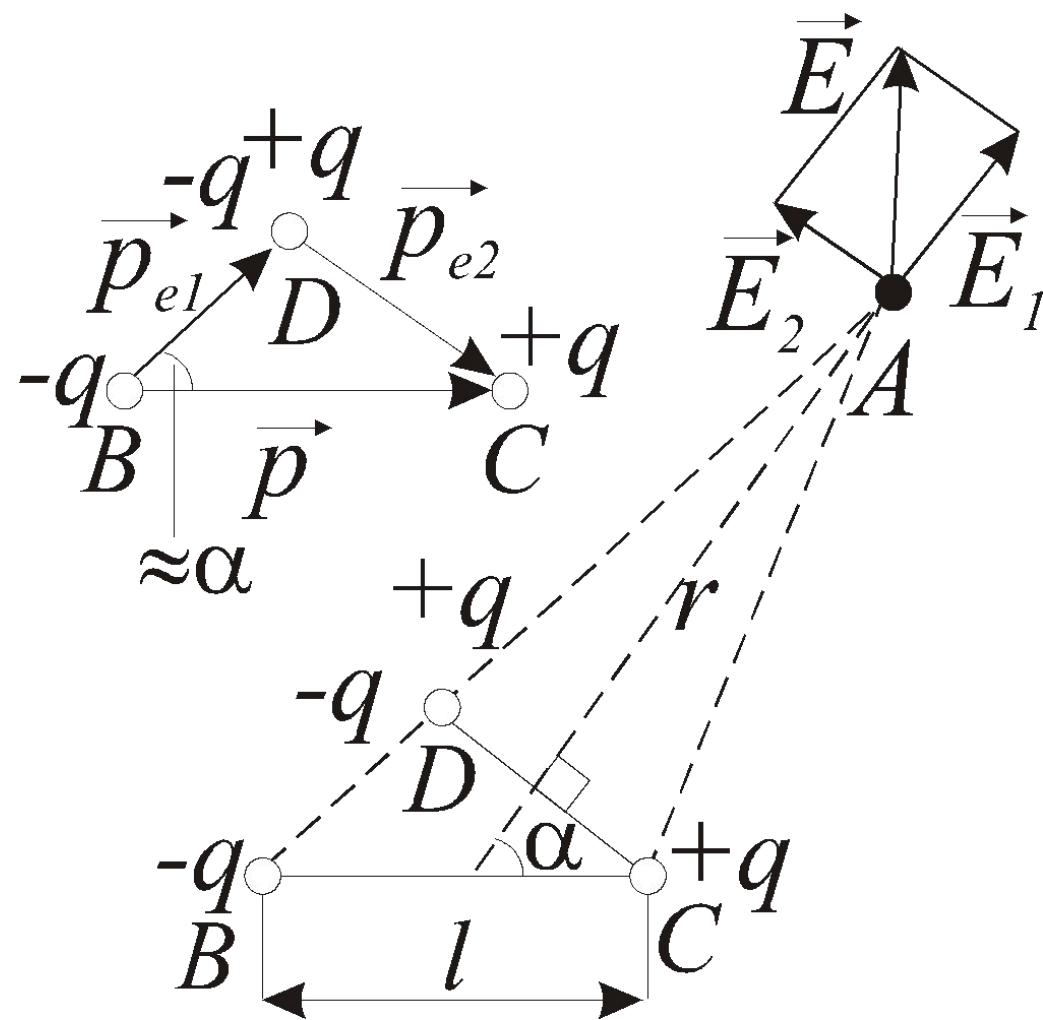
$$E = 2E_+ \cos \alpha = k \frac{2q}{r^2 + l^2/4} \cos \alpha = k \frac{q \cdot l}{(r^2 + l^2/4)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = -k \frac{p_e}{R^3}$$

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = k \left(\frac{q}{\sqrt{r^2 - l^2/4}} - \frac{q}{\sqrt{r^2 + l^2/4}} \right) = 0$$

Расчет поля ЭД в точке A: случай 3

- Случай произвольного расположения точки A



$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad \varphi = \sum_i \varphi_i$$

$$\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+$$

В данном случае систему BC удобно рассматривать в виде двух ЭД – BD и CD , для одного из которых реализуется случай 1 (BD), а для другого – случай 2 (CD)

$$\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \quad \vec{p}_{e1} \perp \vec{p}_{e2}$$

Расчет поля ЭД в точке А: случай 3

- Случай произвольного расположения точки А

$$\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \quad \vec{p}_{e1} \perp \vec{p}_{e2} \quad E \approx \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{k}{r^3} \sqrt{(2p_{e1})^2 + p_{e2}^2}$$

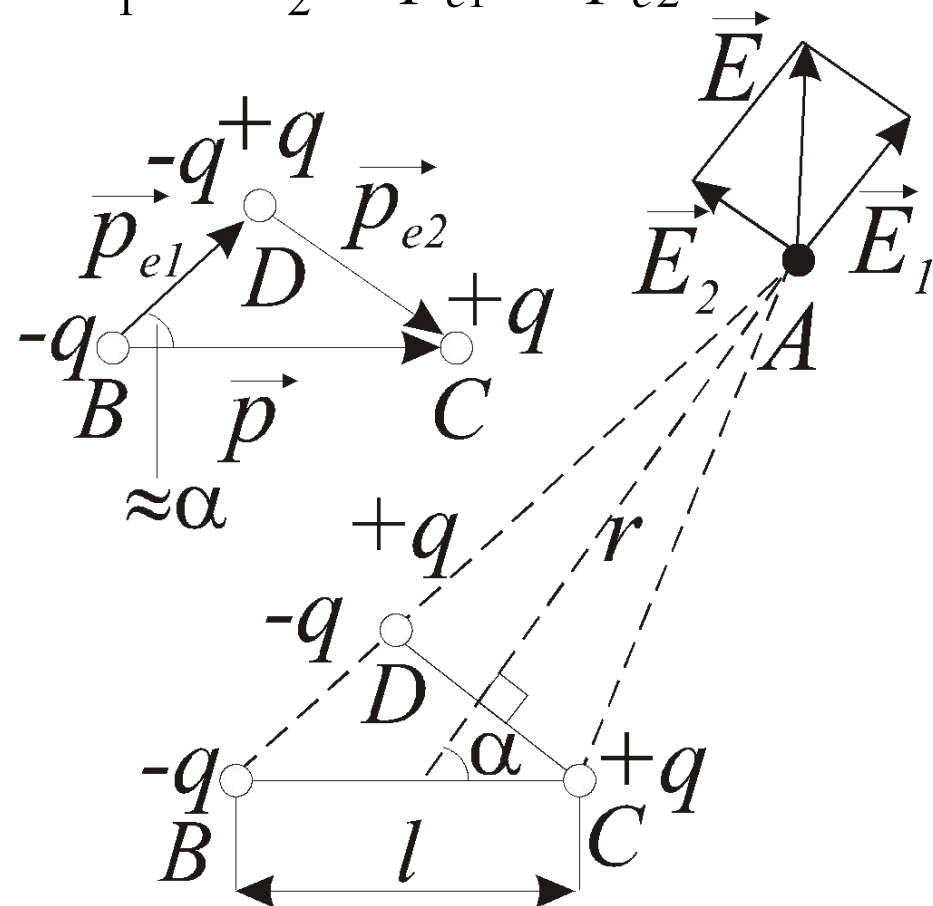
из прямоугольного треугольника BCD

$$p_{e1} = p_e \cos \alpha = ql \cos \alpha$$

$$p_{e2} = p_e \sin \alpha = ql \sin \alpha$$

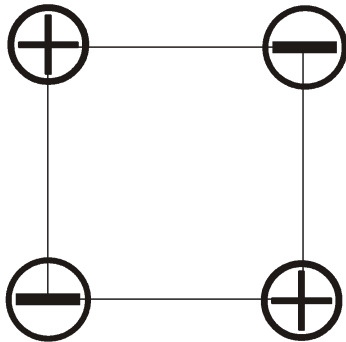
$$E = k \frac{p_e}{r^3} \sqrt{3 \cos^2 \alpha + 1}$$

$$\varphi = \varphi_1 = k \frac{2p_e \cos \alpha}{r^2}$$

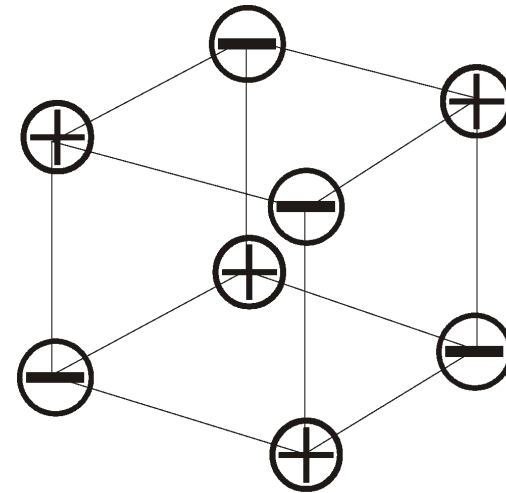


Мультиполи

- Системы из зарядов, имеющие несколько полюсов, в общем случае называют мультиполями. Например, точечный заряд – мультиполь нулевого порядка, диполь – первого порядка, квадруполь – второго, октуполь – третьего.



квадруполь



октуполь

Еще раз о принципе суперпозиции ЭП

(или наложения силовых полей) – действие результирующего поля, создаваемого несколькими источниками, есть определенная сумма действий отдельных полей, создаваемых каждым из источников в отдельности:

- напряженность результирующего силового поля есть векторная сумма напряженностей полей, создаваемых каждым из источников в отдельности, как если бы других полей и источников не существовало;

- потенциал результирующего силового поля есть алгебраическая сумма потенциалов полей, создаваемых каждым из источников в отдельности, как если бы других полей и источников не существовало.

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$

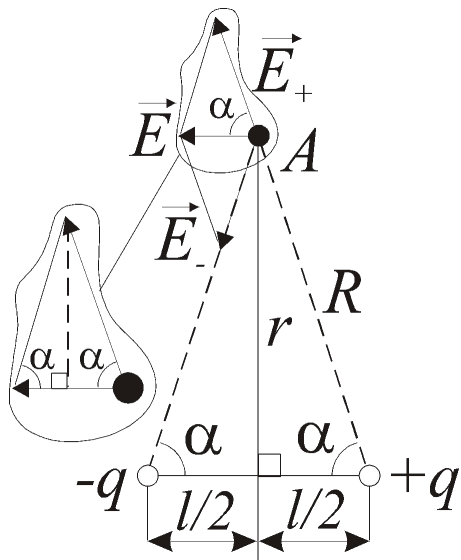
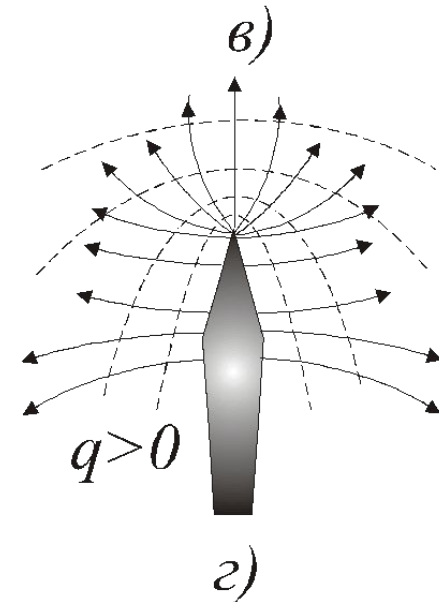
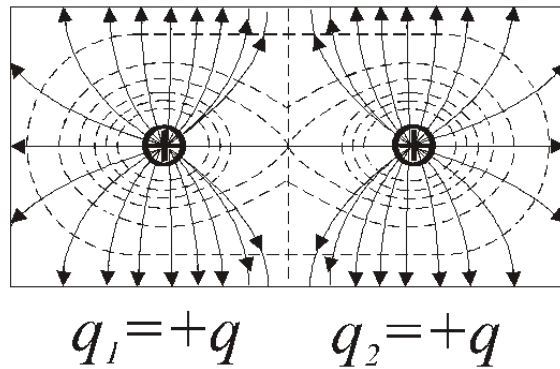
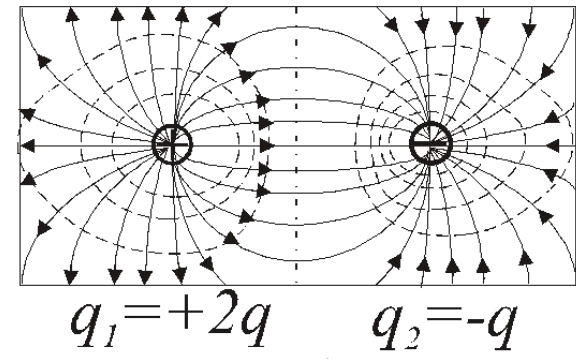
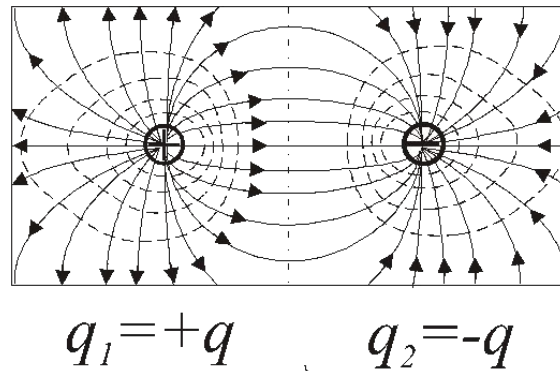
Графическое представление ЭП

Для удобного, наглядного (предложено М.Фарадеем (1791–1867)) представления силовое ЭП графически изображают с помощью эквипотенциальных поверхностей (совокупность точек равного потенциала с уравнением) и перпендикулярных им силовых линий – линий, касательные в каждой точке которых совпадает по направлению с направлением действия на положительный заряд результирующей силы ЭП (или, что то же, с результирующим вектором напряженности ЭП) в данной точке. Линии напряженности никогда не пересекаются. Пересечение линий означало бы отсутствие определенного направления вектора напряженности ЭП в точке пересечения. Расстояние между линиями характеризует «мощь» поля: там, где линии гуще – поле сильнее, наоборот – слабее. Область однородного поля изображается направленными вдоль одной прямой силовыми линиями, расположенными на равном расстоянии друг от друга (например, ЭП однородно заряженной плоскости). Силовые линии направлены от положительного заряда к отрицательному (или просто от положительного, если отрицательных ЭЗ поблизости нет; к отрицательному, если положительных ЭЗ рядом нет). Удобство графического способа представления связано с необходимостью рассмотрения ЭП, создаваемого несколькими источниками (зарядами).

Графическое представление ЭП с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей $\varphi(x, y, z) = const$

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$



б)

г)



Благодарю за внимание