ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА.

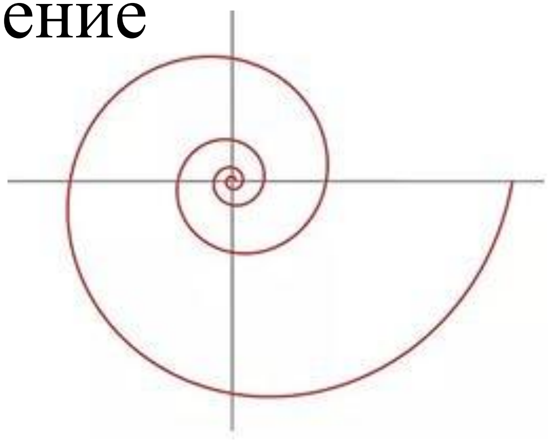
ДЕСЯТИЧНЫЕ И НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ.

Цели и задачи урока:

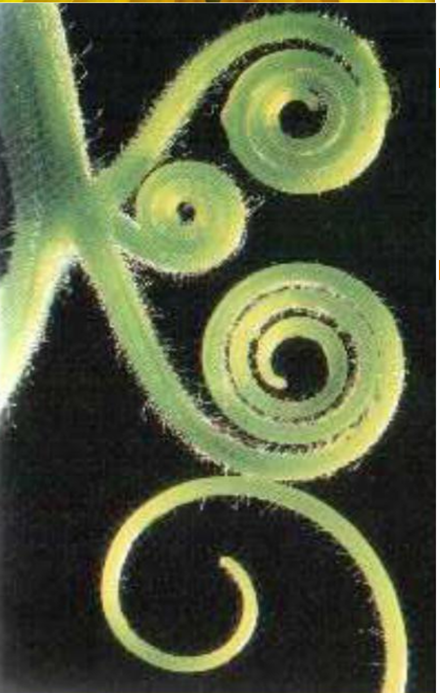
- сформировать понятие логарифма числа, десятичного и натурального логарифма;
- рассмотреть основные свойства логарифмов;
- научить применять основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов при нахождении значений выражений;
- развитие математического мышления, умение рационально работать;
- формирование умений и навыков применять основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов;
- воспитание познавательной активности, уверенности в себе.

Логарифмы

- Ряд явлений природы помогает описать именно логарифмическая зависимость. Одним из наиболее наглядных примеров является логарифмическая спираль.
- Хищные птицы кружат над добычей по логарифмической спирали (они лучше видят, если смотрят не прямо на добычу, а чуть в сторону).
- В сельском хозяйстве, исследовав рождение телят, оказалось, что их вес можно вычислять с помощью логарифмов.



Логарифмы



- В шишках сосны, подсолнухе семена расположены по дугам, близким к логарифмической спирали.
- Спирально закручиваются усики растений.
- Паук эпейра закручивает нити вокруг центра паутины по логарифмической спирали.

Логарифмы

- Раковины многих моллюсков, улиток и рога горных козлов закручены по логарифмической спирали.
- По логарифмической спирали закручена галактика, которой принадлежит Солнечная система.
- «Величина» звезды определяется как логарифм её физической яркости.

Повторение ранее изученного материала

- Продолжите формулы:

$a^x \cdot a^y = \dots,\ a^x : a^y = \dots,\ (a^x)^y = \dots,\ a^o = \dots,\ a^{-x} = \dots,\ \sqrt[n]{a^m} = \dots$

- Решите устно примеры:

$4^3;\ 64^{0,5};\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-2};\ 8^{\frac{1}{3}};\ 6^{-2};\ 9^0;\ \left(\sqrt{5}\right)^4;\ 81^{\frac{1}{4}};\ \sqrt[6]{2^2} \cdot \sqrt[6]{2^4}.$

Логарифм числа

- Определение. ***Логарифмом положительного числа b по основанию a*** (*a>0, a≠1*) называется показатель степени, в которую нужно возвести основание *a*, чтобы получить число *b*.

- $\log_3 81=4$, т.к. $3^4=81$;
- $\log_5 125=3$, т.к. $5^3=125$;
- $\log_2 16=\ldots$, т.к. $2^{\cdots}=16$;
- $\log_6 36=\ldots$, т.к. $6^{\cdots}=36$.

Сравните:

Возведение в степень	Логарифмирование
$5^2 = 25$	$\log_5 25 = 2$
$10^3 = 100$	$\log_{10} 1000 = 3$
$0{,}3^4 = 0{,}0081$	$\log_{0,3} 0{,}0081 = 4$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b \ (b > 0,\ a > 0 \text{ и } a \neq 1)$$

- Решить примеры согласно тождеству:

$$2^{\log_2 3} = \quad ,\ 5^{\log_5 0{,}7} = \quad ,\ 10^{\log_{10} 9} =$$

Основные свойства логарифмов

При любом $a > 0$, $a \neq 1$ и любых положительных x и y справедливы:

$\log_a 1 = 0$	$\log_2 1 = 0$
$\log_a a = 1$	$\log_3 3 = 1$
$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$	$\log_{12} 2 + \log_{12} 72 = \log_{12}(2 \cdot 72) = \log_{12} 144 = 2$
$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$	$\log_2 48 - \log_2 3 = \log_2 \frac{48}{3} = \log_2 16 = 4$
$\log_a x^p = p \log_a x$ для любого действительного p	$\log_4 4^5 = 5 \cdot \log_4 4 = 5 \cdot 1 = 5$
$\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$, для любого действит-го $m \neq 0$	$\log_{25} 125 = \log_{5^2} 125 = \frac{1}{2} \cdot \log_5 125 = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

Основные свойства логарифмов

7) $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$

8) $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$

9) $\log_a a^n = n$

10) *Переход к новому основанию логарифма* : $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

11) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

12) $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

Замечание :

а) $\log_{10} a = \lg a$ – *десятичный логарифм*;

б) $\log_e a = \ln a$ – *натуральный логарифм*

Десятичный и натуральный логарифмы

- Логарифм положительного числа *b* по основанию 10 называют **десятичным логарифмом числа b** и обозначают $\boldsymbol{lg\ b}$, т.е. $lg\ b = log_{10} b$
- **Натуральным логарифмом** называется логарифм по основанию e (e≈2,7) и обозначается $ln\ b = log_e b$

Примеры вычисления десятичных логарифмов

- $\lg 1 = 0$, так как $1 = 10^0$
- $\lg 10 = 1$, так как $10 = 10^1$
- $\lg 100 = 2$, так как $100 = 10^2$
- $\lg 0{,}1 = –1$, так как $0{,}1 = 10^{–1}$
- $\lg 0{,}01 = –2$, так как $0{,}01 = 10^{–2}$
- $\lg 0{,}001 = –3$, так как $0{,}001 = 10^{–3}$

Вычислите и выясните имя изобретателя логарифмов

12	4	3	5	2	10	1
П	О	Ж	Н	Д	Е	Р

1. $\log_5 25 =$
2. $\log_4 64 =$
3. $6^{\log_6 4} =$
4. $\log_7 7 + \log_2 16 =$
5. $\log_7 49 + \log_5 125 =$
6. $10 \cdot \log_6 6 =$
7. $\log_3 81 \cdot \log_2 8 =$
8. $5 \cdot \log_6 36 =$
9. $\lg 10 - \log_5 1 =$

Рефлексия

- Какая тема была изучена на занятии?
- Достигнута ли цель занятия?
- Что больше всего запомнилось на занятии?

$$2^{\frac{9}{7}+\frac{5}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}+\frac{5}{7}} = 2^{\frac{14}{7}} \cdot 5^{\frac{7}{7}} = 2^2 \cdot 5 = 20$$

$$\left(49^6\right)^3 : \left(7^7\right)^5 = 7^{\overset{36}{2\cdot 6\cdot 3}-35} = 7^1 = 7$$

$$2^{3\sqrt{7}-1} \cdot \underset{\left(2^3\right)^{1-\sqrt{7}}}{\underset{\parallel}{8}}{}^{1-\sqrt{7}} = 2^{\cancel{3\sqrt{7}}-1+3-\cancel{3\sqrt{7}}} = 2^2 = 4$$

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} =$$

$$= 5^{(3\sqrt{7}-\cancel{1}+\cancel{1}-\sqrt{7})-(2\sqrt{7}-1)} =$$

$$= 5^{2\sqrt{7}-2\sqrt{7}+1} = 5^1 = 5$$

$$\frac{\left(2^{\frac{3}{5}}\cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9} = \frac{2^{\frac{3}{\cancel{5}}\cdot \cancel{15}^{3}}\cdot 5^{\frac{2}{\cancel{3}}\cdot \cancel{15}^{5}}}{10^9} =$$

$$= \frac{2^9\cdot 5^{10}}{10^9} = \frac{(2^9\cdot 5^9)5^1}{10^9} = \frac{\cancel{10^9}\cdot 5}{\cancel{10^9}} =$$

$$5$$

$$\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}} = \frac{(7^2)^{5,2}}{7^{8,4}} = 7^{10,4-8,4} = 7^2 = 49$$

$$0,8^{\frac{1}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{7}}\cdot 20^{\frac{6}{7}} = \left(\frac{8}{10}\right)^{\frac{1}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{7}}\cdot (2\cdot 10)^{\frac{6}{7}} =$$

$$= \frac{(2^3)^{\frac{1}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{7}}\cdot 2^{\frac{6}{7}}\cdot 10^{\frac{6}{7}}}{\cancel{10^{\frac{1}{7}}}} = \quad \frac{6}{7}-\frac{1}{7}=\frac{5}{7}$$

$$= 2^{\frac{3}{7}+\frac{6}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{7}}\cdot \underbrace{10}_{2\cdot 5}^{\frac{5}{7}} = 2^{\frac{9}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{7}}\cdot 2^{\frac{5}{7}}\cdot 5^{\frac{5}{7}} =$$