

На основании простых высказываний могут быть построены **составные высказывания**.

Например, высказывание « Процессор является устройством обработки информации и принтер является устройством печати» является **составным высказыванием**, состоящим из двух простых, соединенных союзом «и».

Каждое составное высказывание можно выразить в виде **формулы** (логического выражения), состоящей из **логических переменных** (высказываний) и **знаков логических операций** (логические функции)

A=«Процессор является устройством обработки информации»

B=«Принтер является устройством печати»

$$F = A \wedge B$$

Истинность или ложность составных высказываний можно определять чисто формально, не вникая в их содержание, с помощью **Алгебры высказываний**

$$F = A \wedge B = 1 \wedge 1 = 1$$

Запишем в форме логического выражения составное высказывание:

$$\langle\langle 2 \cdot 2 = 5 \text{ или } 2 \cdot 2 = 4 \rangle \text{ и } (2 \cdot 2 \neq 5 \text{ или } 2 \cdot 2 \neq 4)\rangle$$

$A = \langle 2 \cdot 2 = 5 \rangle$ - ложно (0)

$B = \langle 2 \cdot 2 = 4 \rangle$ - истинно (1)

Составное высказывание можно записать в форме:

$$(A \text{ или } B) \text{ и } (\neg A \text{ или } \neg B)$$

Теперь запишем высказывание логическим выражением учитывая **порядок выполнения логических операций** (инверсия, конъюнкция, дизъюнкция)

$$F = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$$

Подставим в логическое выражение значение логических переменных

$$F = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) = (0 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) = 1 \wedge 1 = 1$$

Построение таблицы:

1. Определить количество строк

Кол-во строк = 2^n (n – кол-во переменных)

2. Определить количество столбцов

Кол-во столбцов = n + кол логических операций

3. Построить таблицу и обозначить столбцы, внести возможные значения переменных

4. Заполнить таблицу по столбцам, выполняя базовые логические операции

A	B	$A \vee B$	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B}$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Равносильные логические выражения

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются **равносильными**.

Для обозначения равносильных логических выражений используется знак “ = “,

Докажем, что логические выражения $\neg A \& \neg B$ и $\neg(A \vee B)$ равносильны

ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

В обыденной речи кроме базовых логических связок «и», «или», «не» используются и другие:

«если... ,то...»

«тогда и только тогда, когда...»

Некоторые из них имеют свое название и свой символ

Логическое следование (импликация)

«если... ,то...»

«если А, то В» обозначается $A \rightarrow B$

Таблица истинности логической функции «импликация»

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью *операции логического следования (импликации)*, ложно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки (первого высказывания) следует ложный вывод (второе высказывание)

В алгебре высказываний все логические функции могут быть сведены путем логических преобразований к трем базовым: **конъюнкции, дизъюнкции и отрицанию**

Докажем методом сравнения таблиц истинности, что $A \rightarrow B$ равносильно $\bar{A} \vee B$

A	B	\bar{A}	$F = \bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Запишем $A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$

Логическое равенство (эквивалентность)

«тогда и только тогда, когда...»

«А тогда и только тогда, когда В» обозначается $A \sim B$

Таблица истинности логической функции «эквивалентность»

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью *логической операции эквивалентности*, истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

“(2*2=4 и 3*3 = 9) или (2*2≠4 и 3*3≠9)”

A=«2*2=4»

B=«3*3 = 9»

(A&B) ∨ (¬ A&¬ B)

A	B	A & B	¬A	¬B	¬A & ¬B	(A&B) ∨ (¬A&¬B)
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1