

Центральный и вписанные углы

The image shows a detailed architectural floor plan on a grid background. A magnifying glass is positioned over a specific section of the drawing, highlighting a complex polygonal shape. Handwritten annotations in black ink include dimensions: '30', '380', '145', '88cm', and '88cm'. A curved arrow indicates a central angle, and a straight arrow indicates an inscribed angle, both subtending the same arc. A north arrow is labeled '2,90'. To the right, there is a small table with handwritten numbers: '2 88 88 3 97' and '001 354'. Drafting tools, including a black pen, a ruler, and a set square, are scattered on the right side of the drawing.

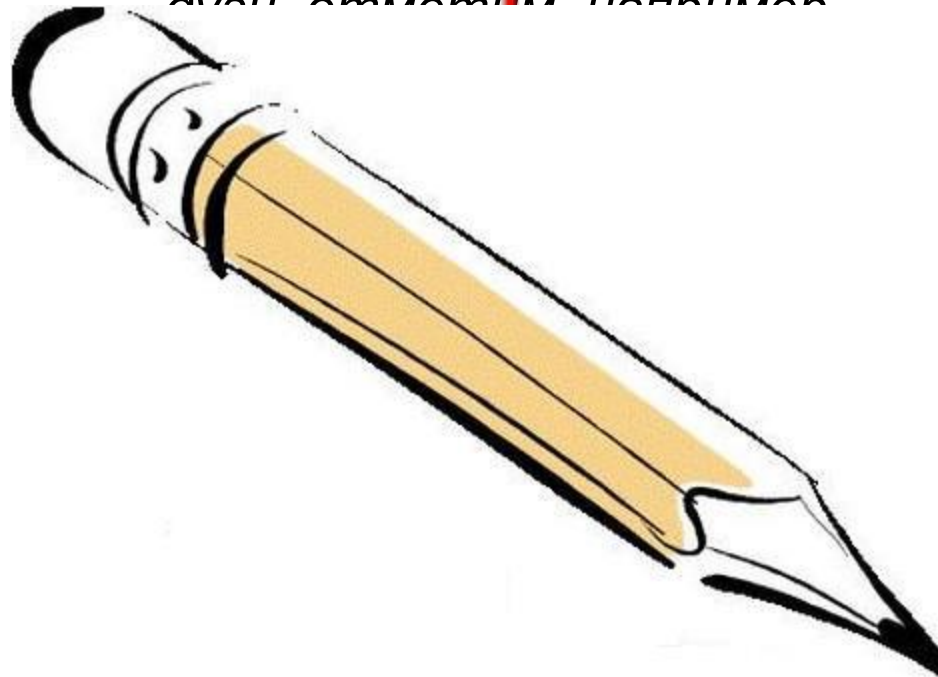
A black and white photograph of an architectural floor plan on a grid background. A magnifying glass is positioned over the left side of the drawing, focusing on a specific area. To the right, there is a drafting compass, a pen, and a set square. The drawing includes various lines, dimensions, and handwritten notes. A prominent yellow text overlay is centered across the middle of the image.

30
380
145
88cm
88cm
260
5=30
2,90

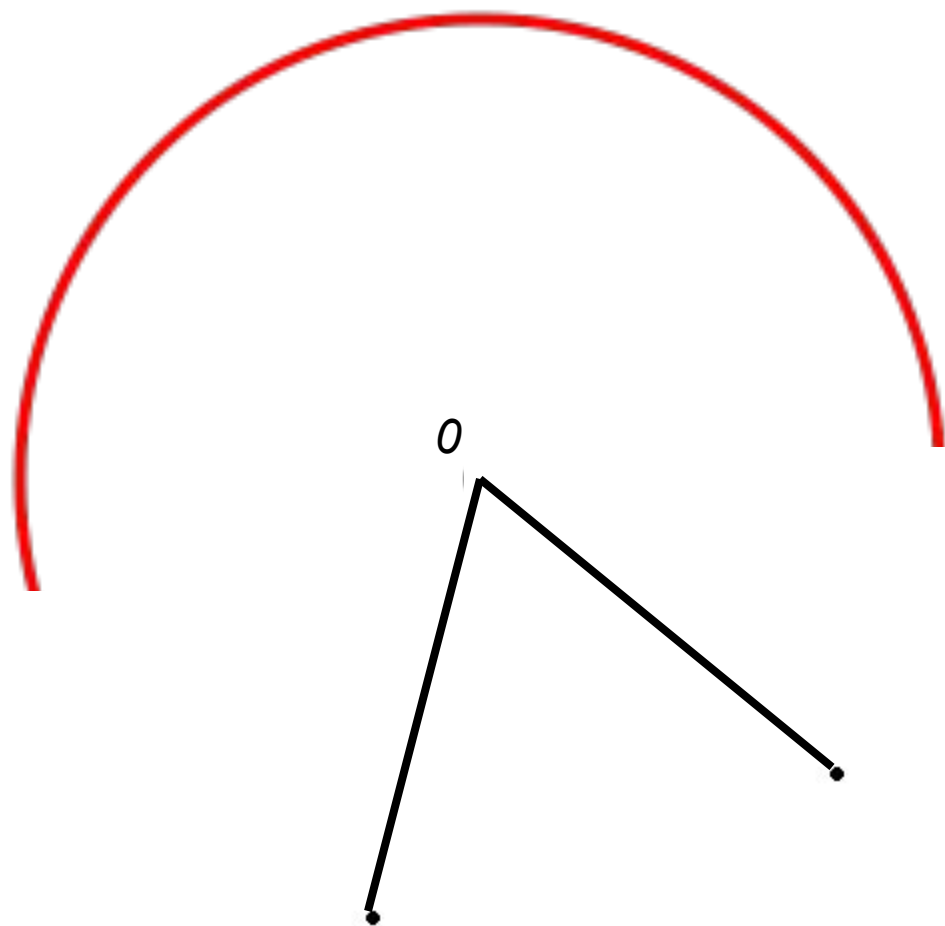
Центральный угол

- Отметим на окружности две точки **A** и **B**. Они разделяют окружность на две дуги. (чтобы различить дуги, отметим центр

0



- Угол с вершиной в центре окружности называется **ЦЕНТРАЛЬНЫМ УГЛОМ**.



- Если угол AOB развернутый, то ему соответствуют две полукруга

- $\sphericalangle ALB = 180$



L

- Одно из свойств центрального угла

- $\sphericalangle AOB = \sphericalangle$

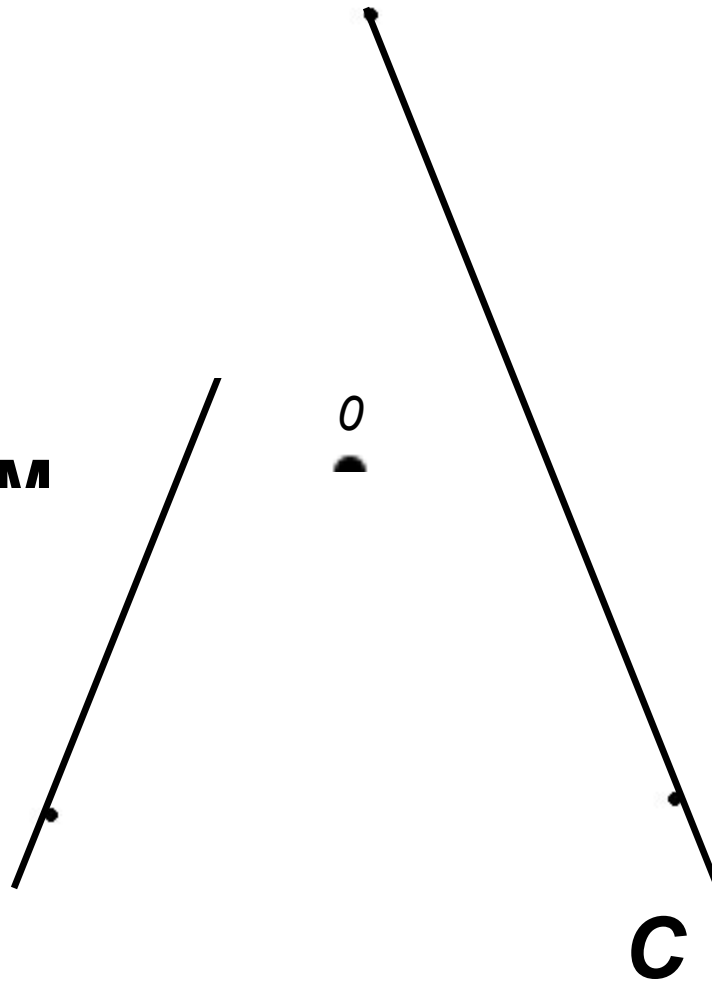


A black and white photograph of an architectural floor plan on a grid background. A magnifying glass is positioned on the left side, focusing on a specific area of the drawing. The drawing includes various lines, rectangles, and handwritten annotations. A compass and a pencil are visible on the right side of the drawing. The text 'Теорема о вписанном угле' is overlaid in large, bold, orange letters across the center of the image.

Теорема о вписанном угле

30
380
145
88cm
88cm
5=30
2,90

- Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **ВПИСАННЫМ УГЛОМ**



Теорема

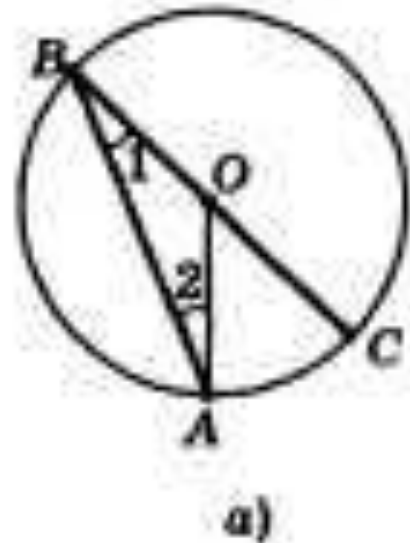
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Доказать: $\angle BOC = \frac{1}{2} \cdot \angle AOC$.

Доказательство. Рассмотрим три возможных случая расположения луча BO относительно угла AOC .

- 1) Луч BO совпадает с одной из сторон угла AOC , например со стороной OC (рис. а). В этом случае дуга AC меньше полуокружности, поэтому $\angle AOC = \overset{\frown}{AC}$. Так как угол BOC — внешний угол равнобедренного треугольника BOA , а углы 1 и 2 при основании равнобедренного треугольника равны, то

$$\angle BOC = \angle 1 + \angle 2 = 2 \angle 1. \text{ Отсюда следует, что } 2 \angle 1 = \overset{\frown}{AC} \text{ или } \angle BOC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}.$$



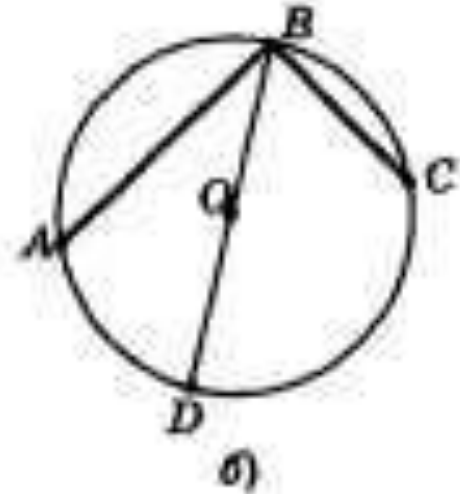
2) Луч BO делит угол ABC на два угла. В этом случае луч BO пересекает дугу AC в некоторой точке D (рис. б). Точка D разделяет дугу AC на две дуги: $\overset{\frown}{AD}$ и $\overset{\frown}{DC}$.

По доказанному $\angle ABD = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD}$ и $\angle DBC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{DC}$. Складывая эти равенства попарно, получаем:

$$\angle ABD + \angle DBC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{DC},$$

или

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}.$$

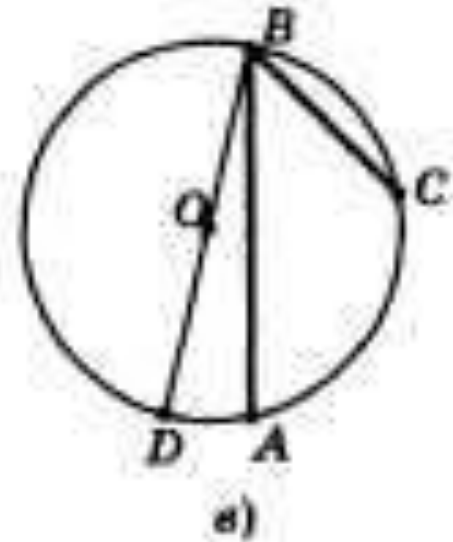


3) Луч BO не делит угол ABC на два угла и не совпадает со стороной этого угла.

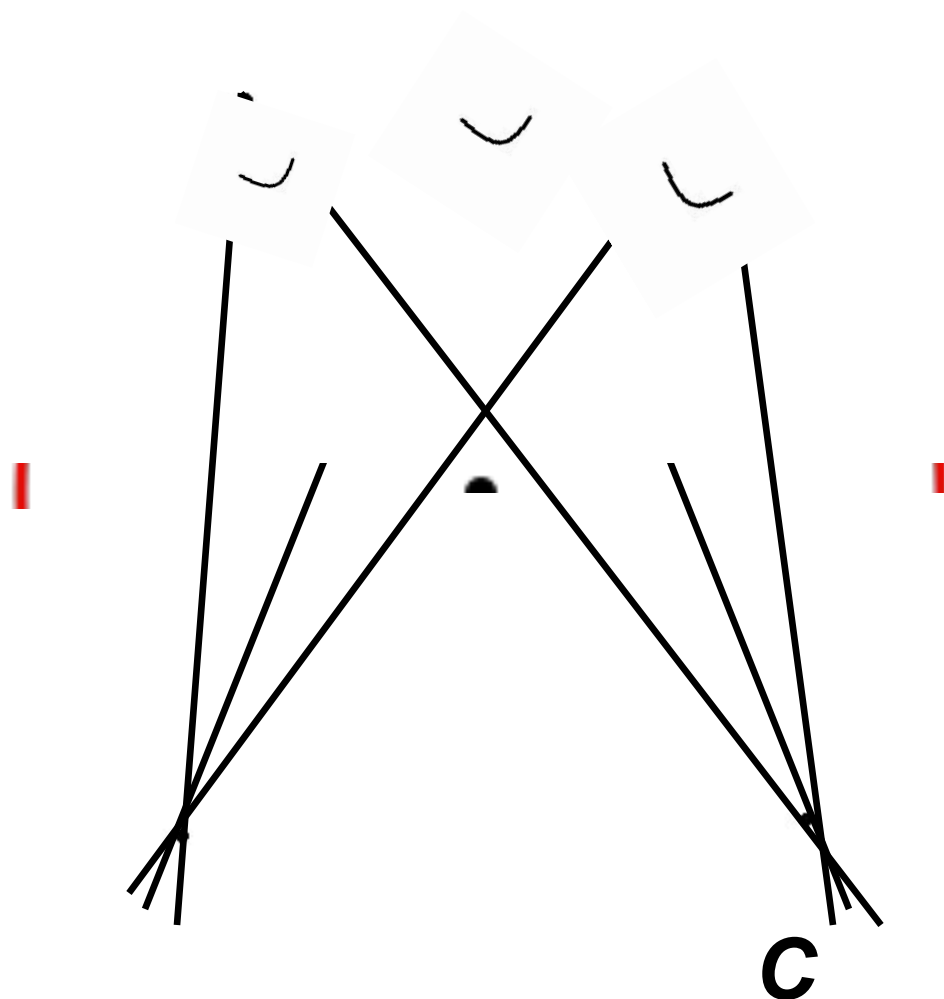
По доказанном $\angle OBC = \frac{1}{2} \cdot DC$ и $\angle BOD = \frac{1}{2} \cdot AD$.

Вычитая из первого равенства второе, получаем:

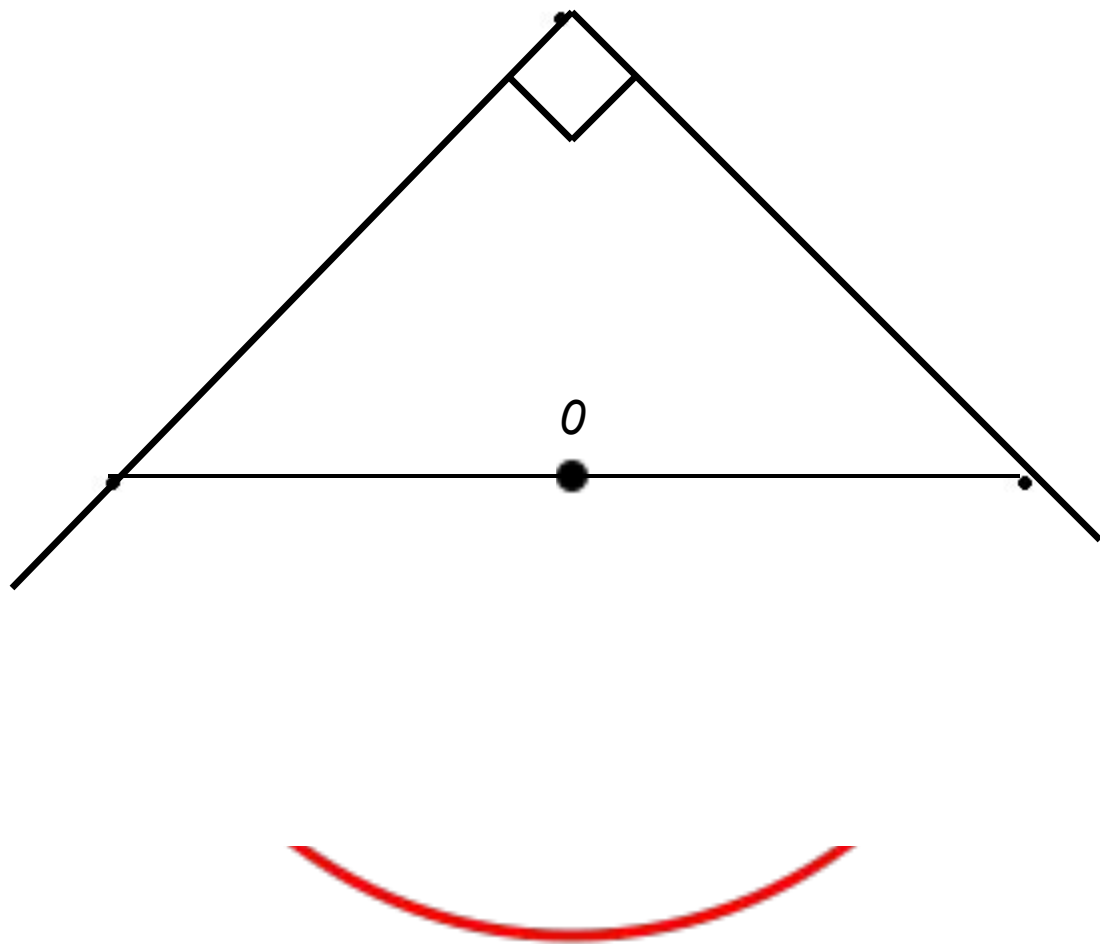
$$\begin{aligned} \angle OBC - \angle BOD &= \frac{1}{2} \cdot CD - \frac{1}{2} \cdot AD, \\ \angle OBC &= \frac{1}{2} \cdot AC. \end{aligned}$$



- **Следствие 1**
- Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



- **Следствие 2**
- Вписанный угол, опирающийся на полуокружно **прямой**



Теорема

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Пусть хорды AB и CD пересекаются в точке E . Докажем, что

$$AE * BE = CE * DE .$$

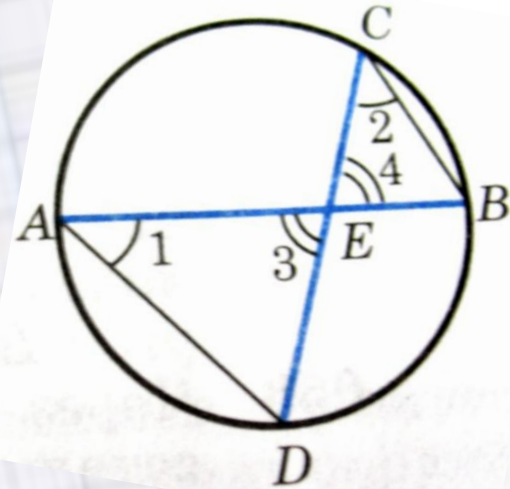
Рассмотрим треугольники ADE и CBE . В этих треугольниках углы 1 и 2 равны, так как они вписанные и опираются на одну и ту же дугу BD , а углы 3 и 4 равны как вертикальные. По первому признаку подобия треугольников

$$\triangle ADE \sim \triangle CBE,$$

отсюда следует, что

$$AE * BE = CE * DE$$

Теорема доказана.



A black and white photograph of an architectural floor plan on a grid background. A magnifying glass is positioned over the left side of the drawing, focusing on a specific area. To the right, there is a drafting compass and a pencil. The drawing includes various lines, rectangles, and handwritten annotations. A prominent yellow text overlay is centered across the middle of the image.

Теорема доказана!