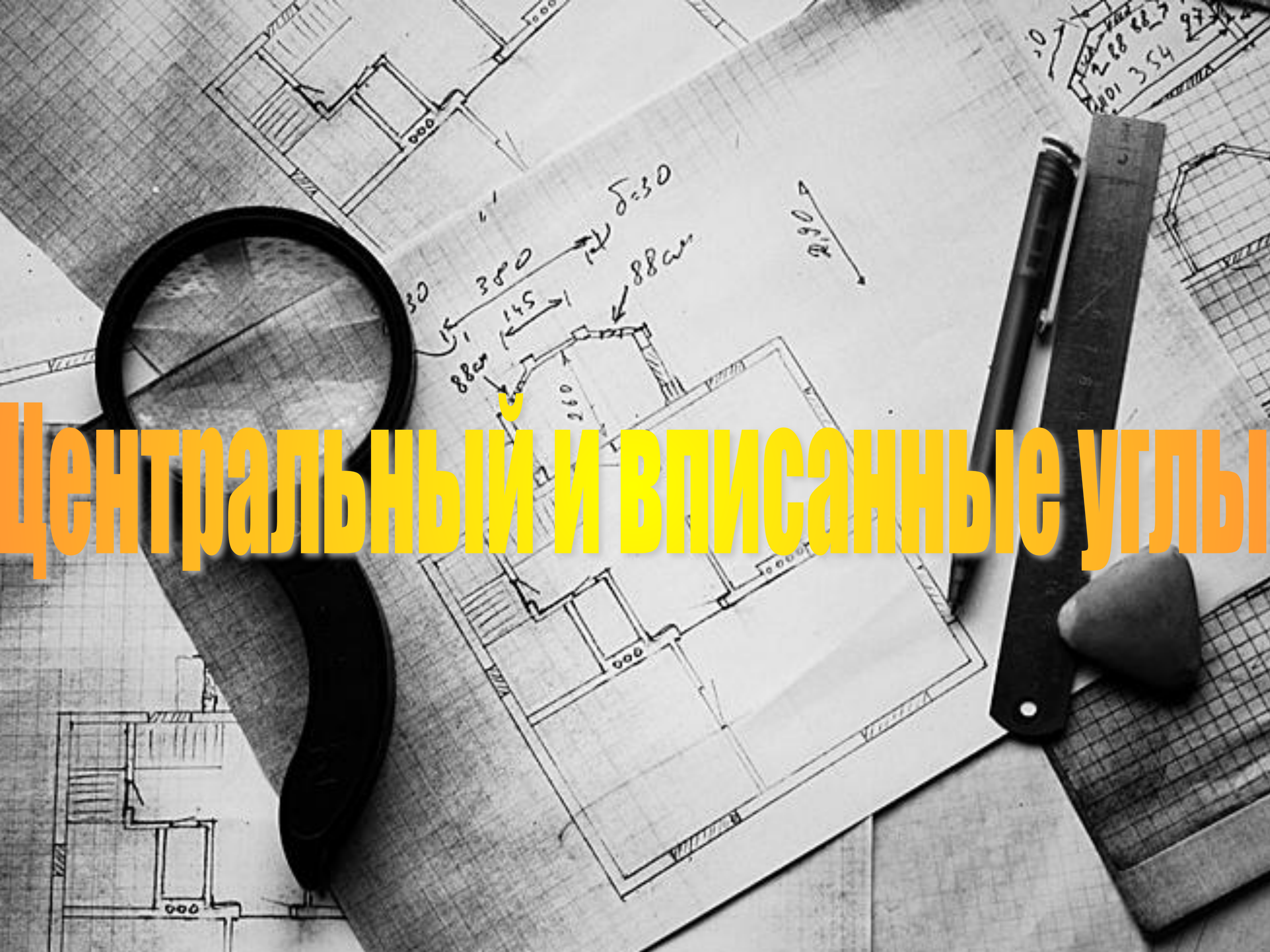
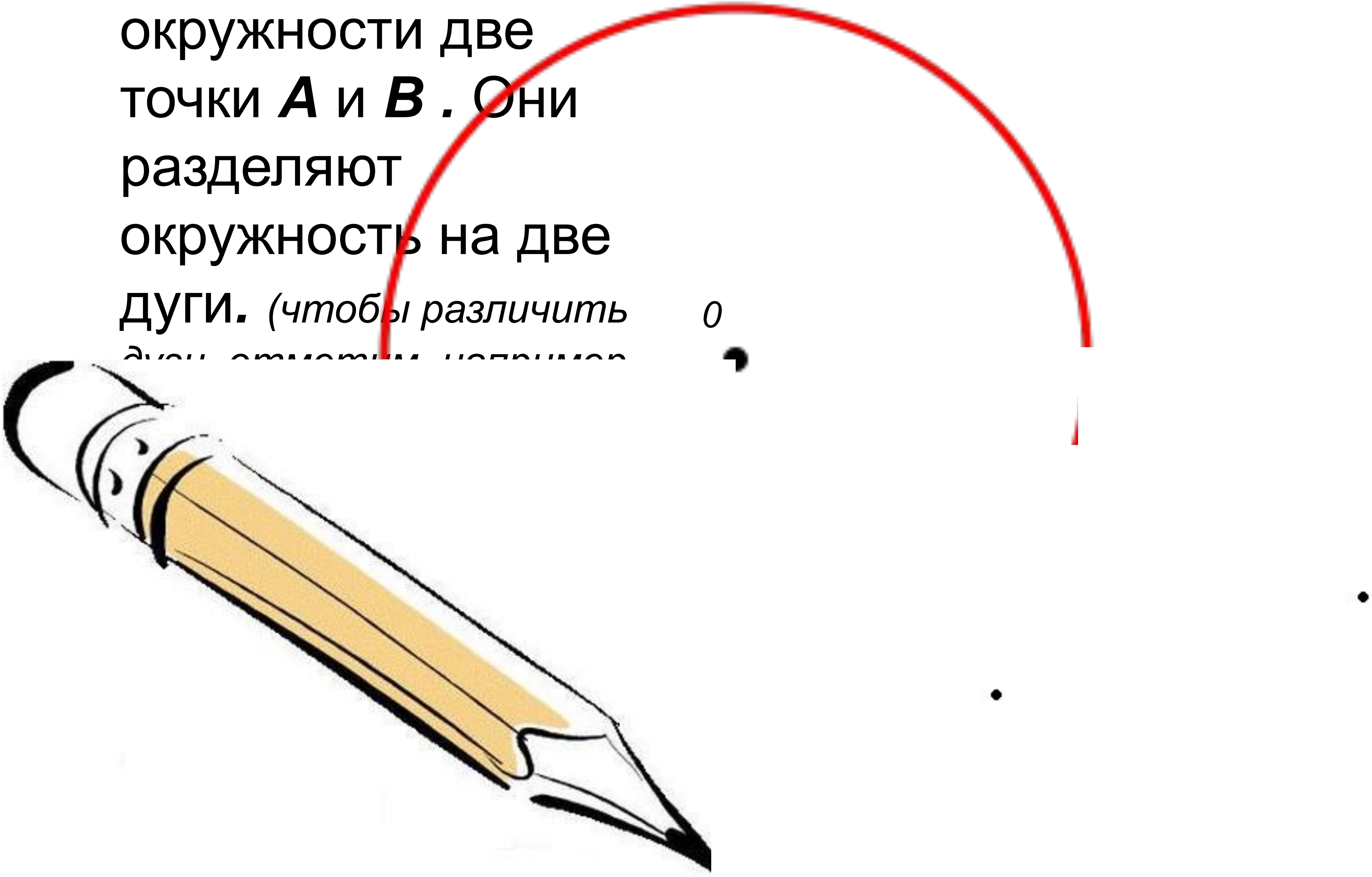


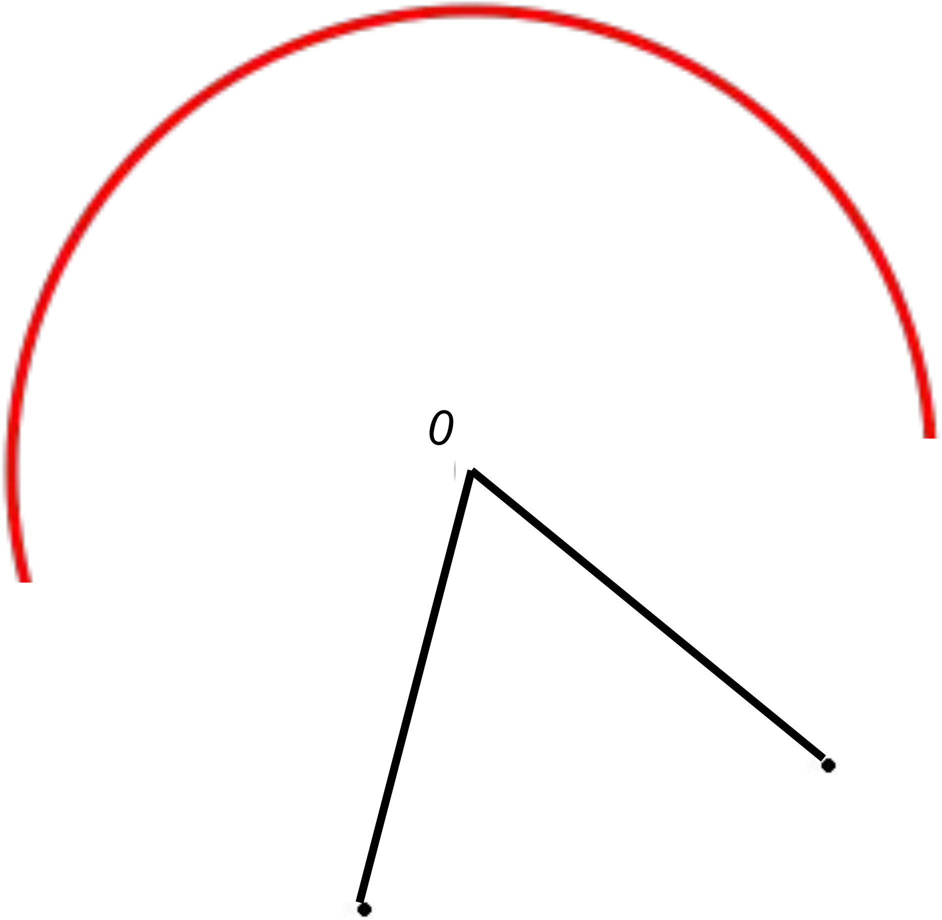
Центральный и вписанные углы

Центральный угол

- Отметим на окружности две точки ***A*** и ***B* .** Они разделяют окружность на две дуги**.** *(чтобы различить*

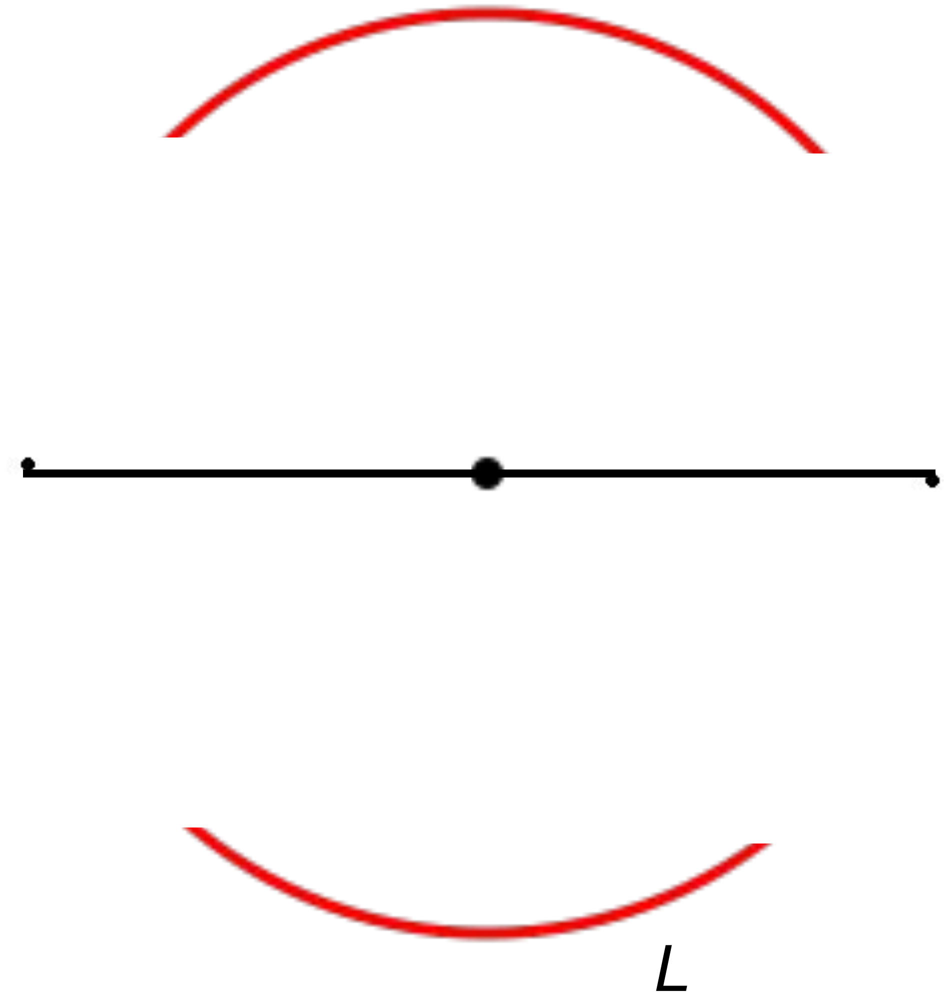


- Угол с вершиной в центре окружности называется **ЦЕНТРАЛЬНЫМ УГЛОМ.**



- Если угол ***A0B*** развернутый,то ему соответствуют две полуокружно

- ˘ ***ALB*** = 180

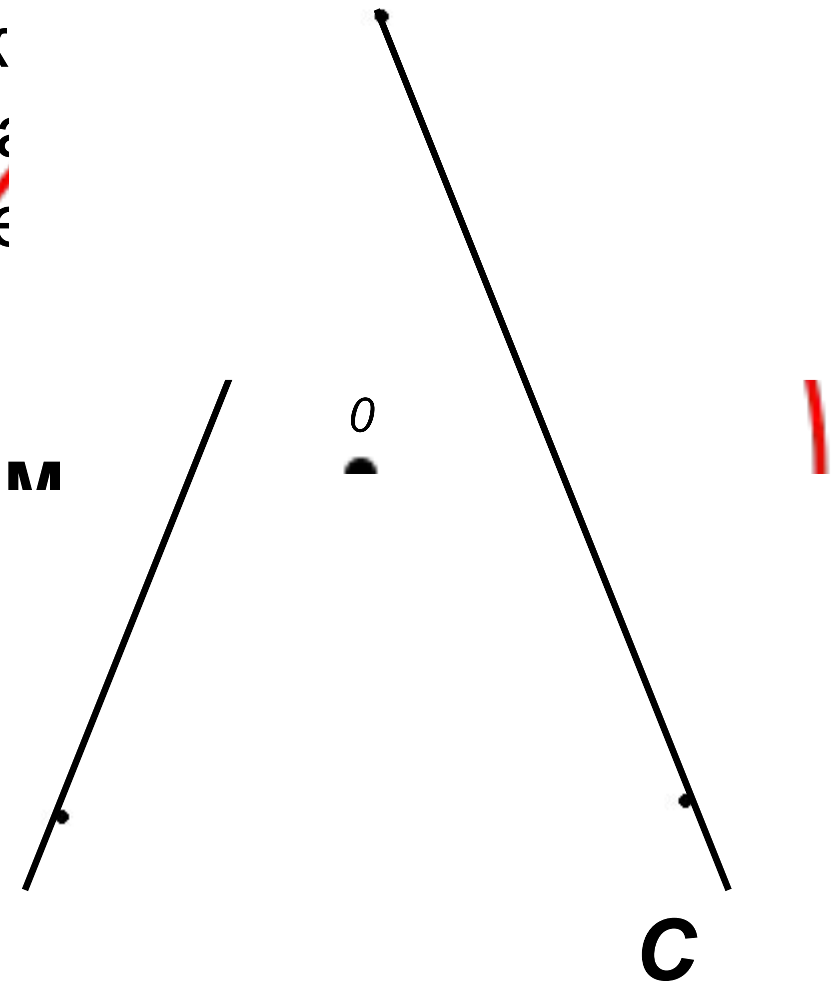


- Одно из свойств центрального угла

- $\breve{A}LB = \angle A0B$

Теорема о вписанном угле

- Угол, вершин
  которого леж
  окружности, а
  стороны пере
  окружность,
  называется
  ВПИСАННЫМ
  УГЛ

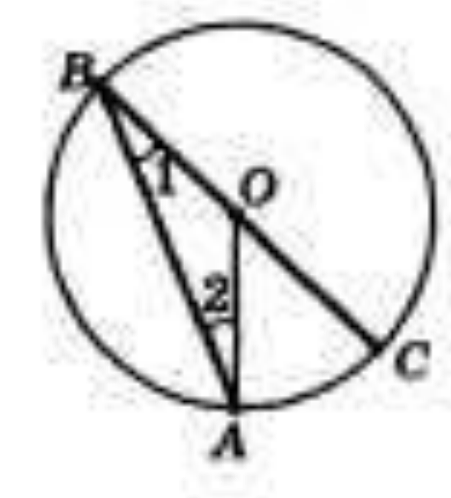


Теорема

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Доказать: ∠ ВС = ½ ˘ АС.
Доказательство. Рассмотрим три возможных случая расположения луча *ВО* относительно угла *АВС.*

1) *Луч ВО совпадает с одной из сторон угла АВС,* например со стороной *ВС* (рис. *а).* В этом случае дуга *АС* меньше полуокружности, поэтому ∠ *ОС* = ˘ *АС.* Так как угол АОС —внешний угол равнобедренного треугольника АВО, а углы 1 и 2 при основании равнобедренного треугольника равны, то
∠ ОС = ∠ + ∠ =2∠ Отсюда следует, что 2∠ = ˘ АС или ∠ *ВС* ∠ = ½ ˘ *АС.*



а)

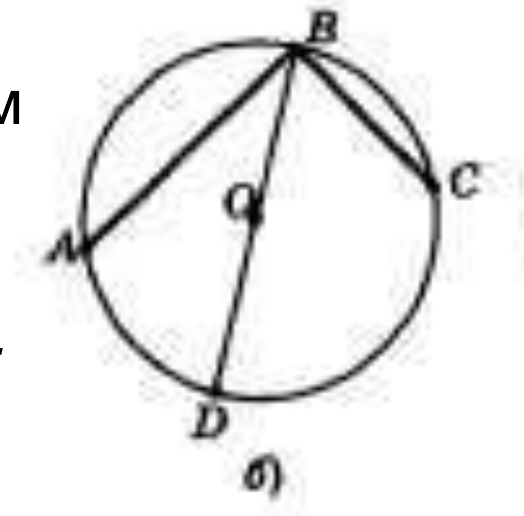
2)*Луч BO делит угол ABC на два угла*. В этом случае луч *BO* пересекает дугу *AC* в некоторой точке *D* (рис. *б).* Точка *D* разделяет дугу *AC* на две дуги: ˘AD и ˘*DC.*

По доказанному ∠ *BD* = ½ ˘*AD* и ˘DBC= ½ ˘DC. Складывая эти равенства попарно, получаем:

∠ ABD + ∠ BC = ½ ˘AD + ½ ˘*DC*,

или

∠ *ABC* = ½ ˘AC.



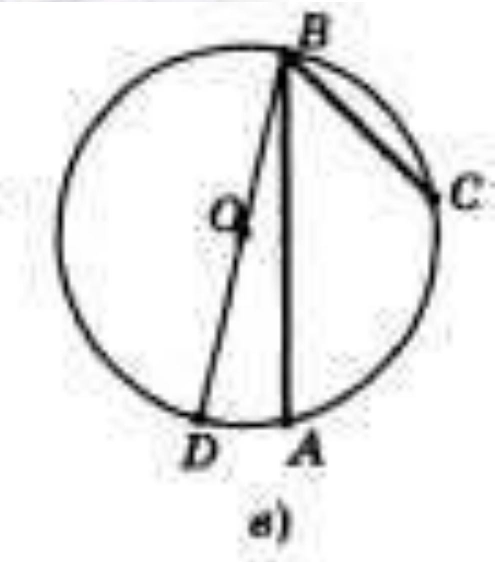
3) Луч ВО не делит угол АВС на два угла и не совпадает со стороной этого угла.

По доказанному ∠ OBC = ½ ˘ *DC* и ∠ BD = ½ ˘ *AD.*

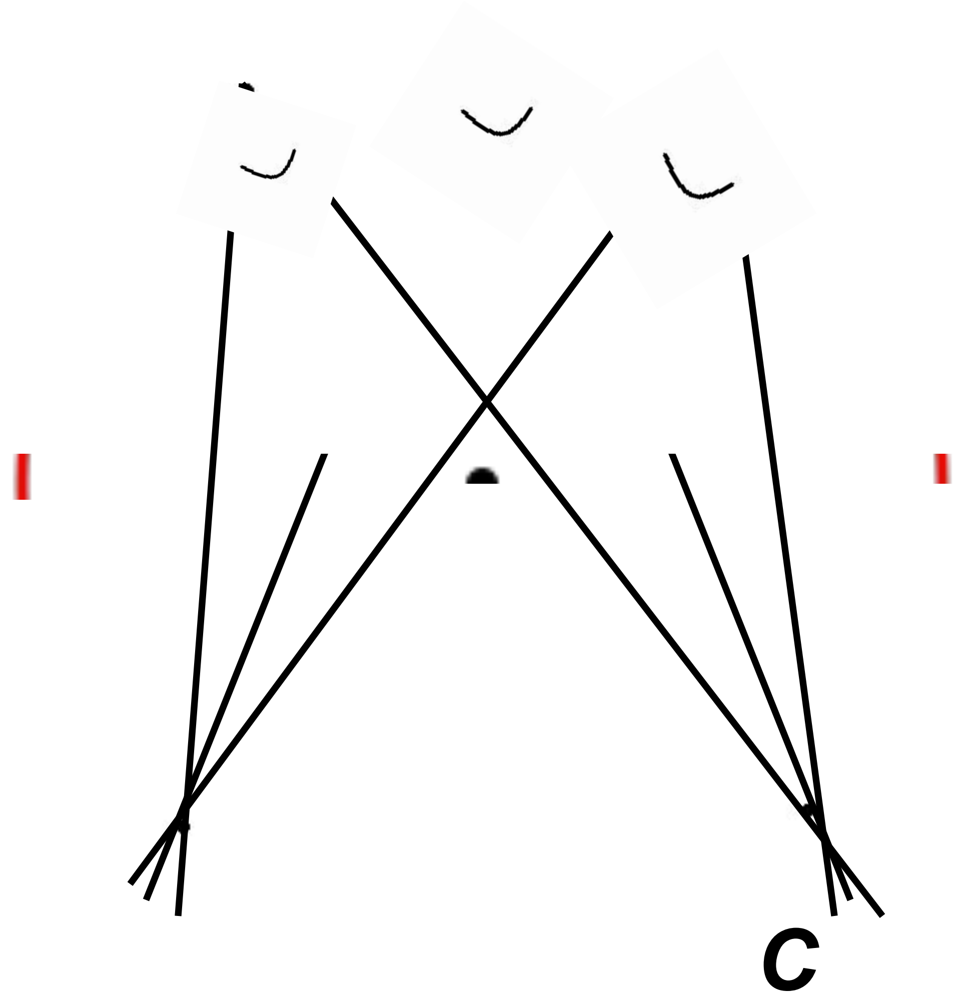
Вычитая из первого равенства второе, получаем:

∠ BC– ∠ BD= ½ ˘ CD – ½ ˘ AD,

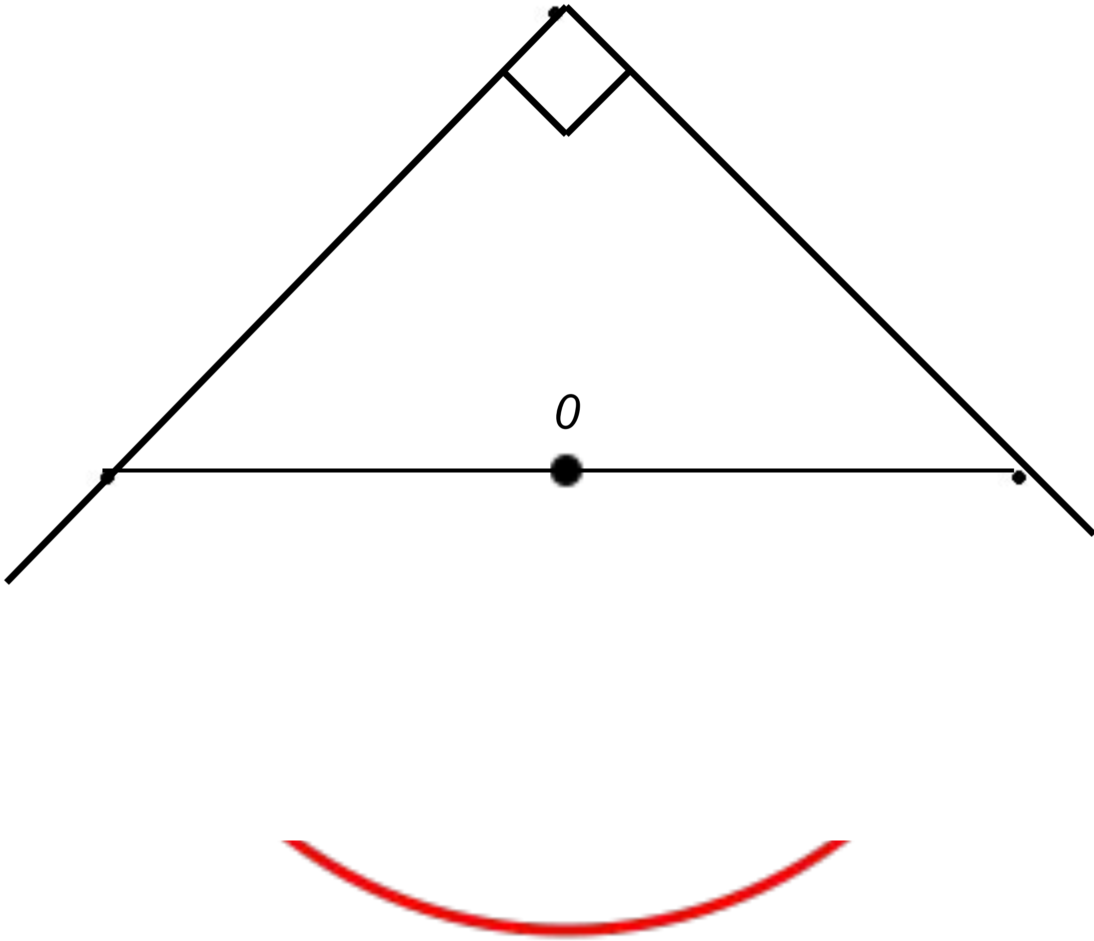
∠ BC = ½ ˘ AC.



- **Следствие 1**
- Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



- **Следствие 2**
- Вписанный угол, опирающийся на полуокружно
прямой



Теорема

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Пусть хорды *AB* и *CD* пересекаются в точке *E*. Докажем, что

AE * BE = CE * DE .

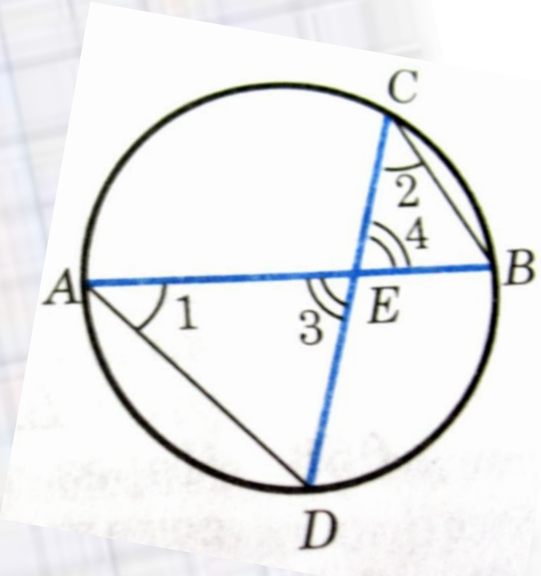
Рассмотрим треугольники ADE и CBE .В этих треугольниках углы 1 и 2 равны ,так как они вписанные и опираются на одну и ту же дугу BD, а углы 3 и 4 равны как вертикальные. По первому признаку подобия треугольников

Δ ADE ∞ Δ CBE,

отсюда следует, что

AE * BE=CE * DE

Теорема доказана.



Теорема доказана !