

Производная

Решение прикладных
задач



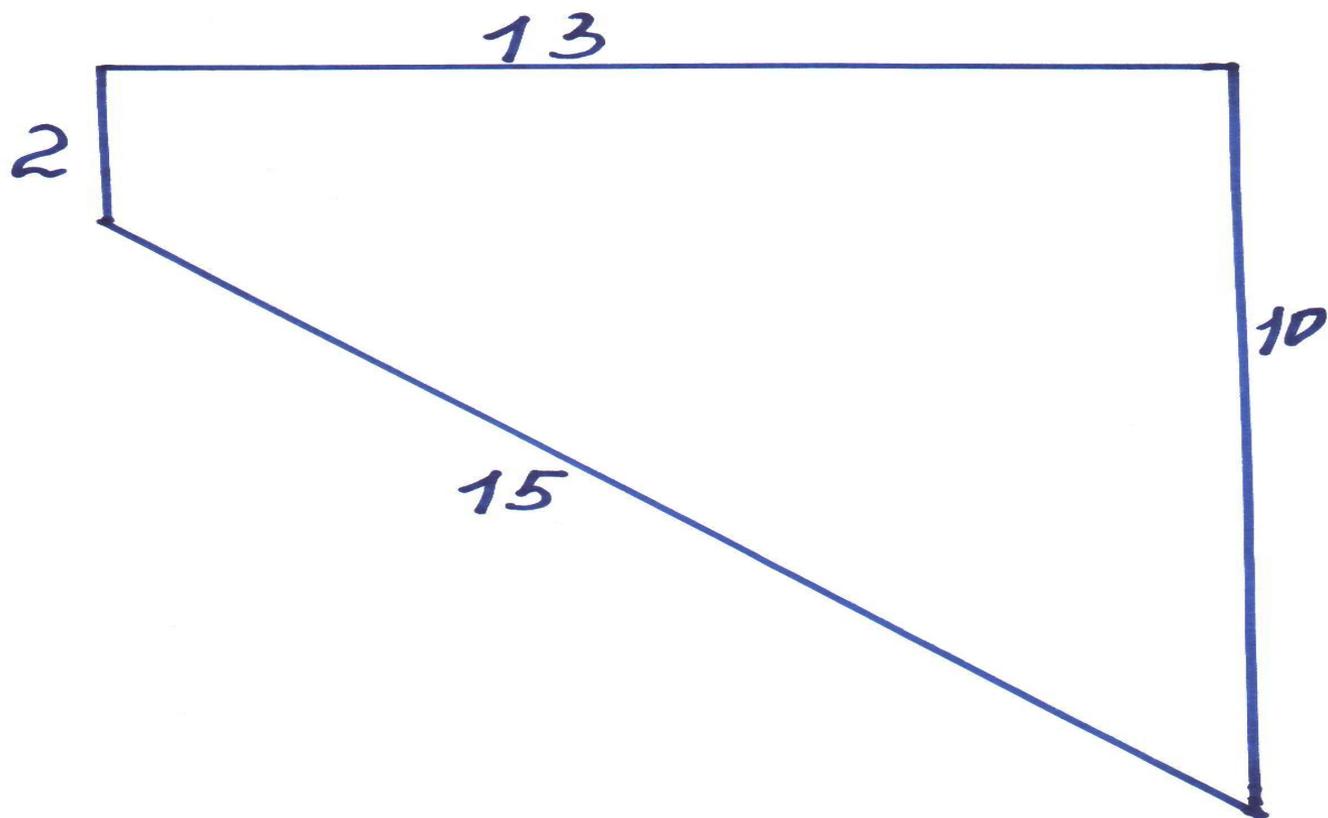


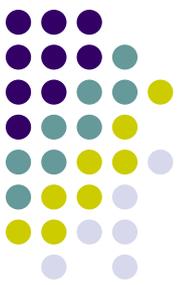
Фрагмент рассказа Л.Н. Толстого

**«Много ли человеку земли
нужно»**

**о крестьянине Пахоме,
покупавшему землю у башкир**

Участок земли Пахома





$$P = 2 + 13 + 10 + 15 = 40 \text{ км}$$

$$S = \frac{2 + 10}{2} \cdot 13 = 78 \text{ км}^2$$



Цели урока:

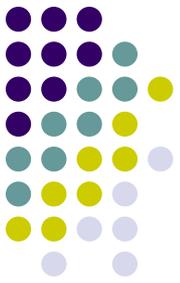
- углубление понимания сущности производной путем применения её для получения новых знаний;
- установление межпредметных связей



Девиз урока

В математике следует
помнить не формулы,
а процессы мышления

В.П. Ермаков



- Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции.
- Какие точки называются критическими?
- Этапы работы с моделью.

№ 953 а



Периметр прямоугольника равен 56 см. Какую длину должны иметь стороны прямоугольника, чтобы площадь была наибольшей?

I этап. Составление математической модели.



Оптимизируемая величина (О.В.) – площадь, S .
Площадь зависит от длины и ширины. Объявим независимой переменной (Н.П.) – длину прямоугольника и обозначим её за x , $(28-x)$ – ширина прямоугольника, тогда

$0 < x < 28$ - реальные границы изменений независимой переменной.

Записываем функцию: $S(x) = x(28-x)$

Математическая модель составлена.

II этап. Работа с составленной моделью



На этом этапе для функции $S(x)$ $x \in (0; 28)$ надо найти $S_{\text{наиб}}$

Воспользуемся алгоритмом нахождения наибольшего и наименьшего значения:

$$S(x) = 28x - x^2$$

$$S'(x) = 28 - x$$

$$S'(x) = 0, x = 14$$



Заданному интервалу точка принадлежит.

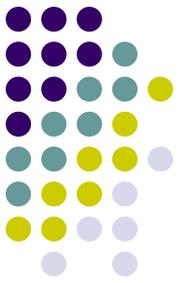
Свое наибольшее значение функция

$S(x) = x(28-x)$ достигает при $x=14$ и

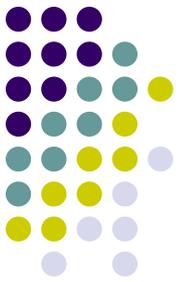
$S_{\text{наиб}} = 196$

III этап.

Ответ на вопрос задачи



Мы выяснили, что длина участка, имеющего наибольшую площадь равна 14, ширина равна 14.



А теперь вернемся к задаче, с которой мы начали урок.

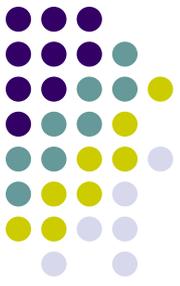
Значит какую фигуру Пахом должен был обойти?

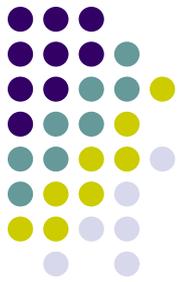
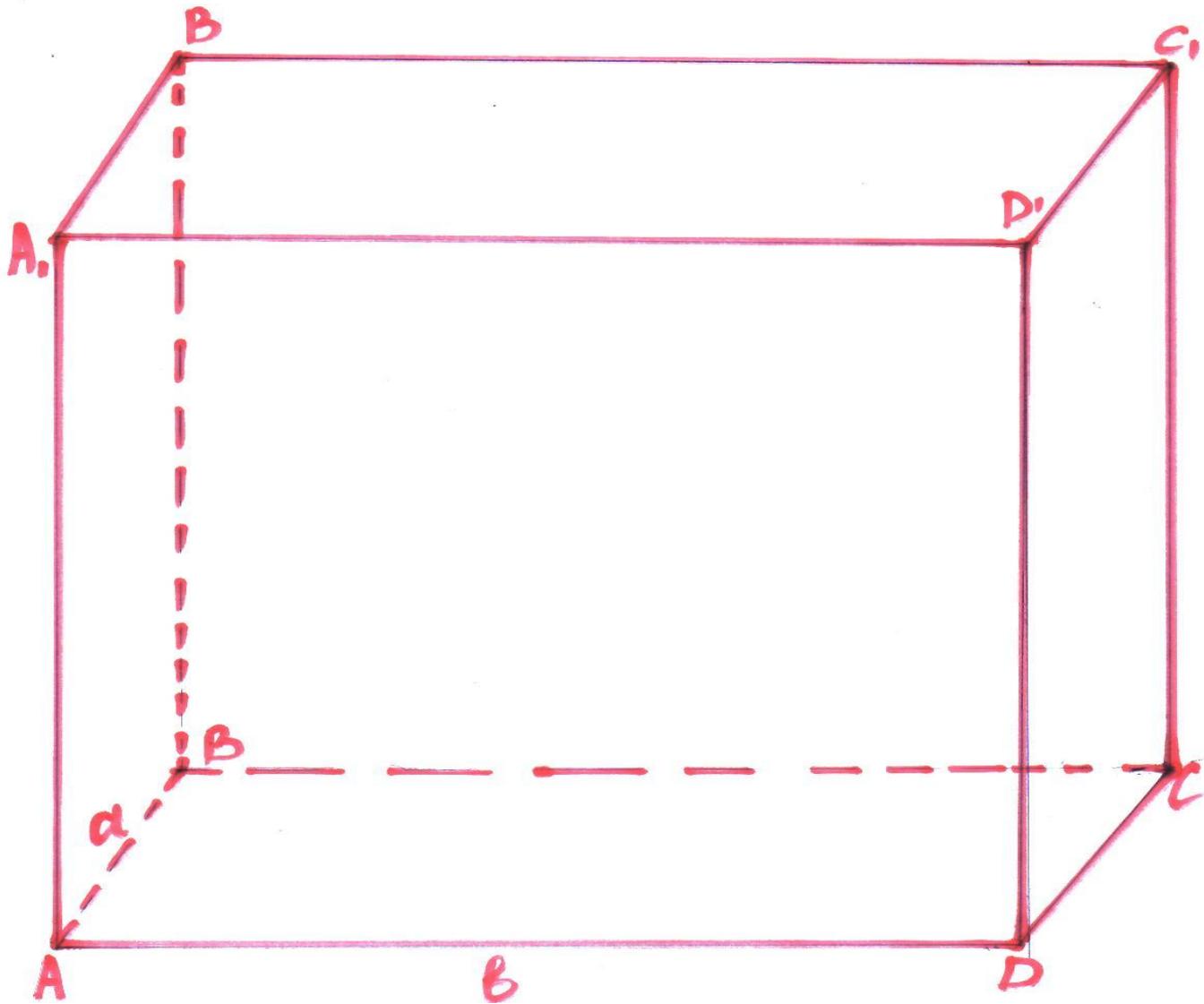
$P = 40\text{км}$, $a = 10\text{км}$,

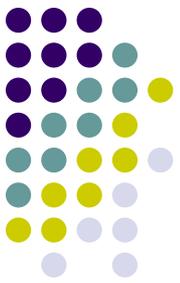
Значит

$S_{\text{наиб}} = 100\text{кв.км.}$

Для конструкторского бюро строится комната в форме прямоугольного параллелепипеда, одна из стен которой должна быть сделана из стекла, а остальные из обычного материала. Высота комнаты должна быть 4 м., а площадь 80 кв. м. Известно, что 1 кв. м. стеклянной стены стоит 75 рублей, а из обычного материала 50 рублей. Какими должны быть размеры комнаты, чтобы общая стоимость всех стен была наименьшей?







I этап. Моделирование.

- $S(ABCD) = ab = 80$
- $S(A.B.C.D.) = ah = 4a$

Найдем стоимость стены AA.BB.:

- $P(AA.BB.) = 75 \cdot 4a = 300a$
- $S(AA.DD.) = bh = 4b$, тогда $P(AA.DD.) = 200b$
- $S(BB.CC.) = bh = 4b$, тогда $P(BB.CC.) = 200b$
- $S(CC.DD.) = ah = 4a$, тогда $P(CC.DD.) = 50 \cdot 4a = 200a$



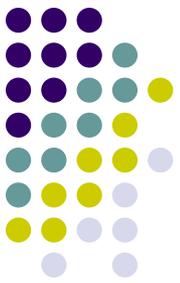
Общая стоимость всех стен

$$P_1 = 300a + 400b + 200a = 500a + 400b, a \in (0; 80/b]$$

Математическая задача:

исследовать функцию на наименьшее значение на заданном промежутке.

II этап. Работа с математической моделью.



$$P_1 = 500a + 400b, \quad a \in (0; \frac{80}{b}], \quad b = \frac{80}{a}$$

$$P_1 = 500a + \frac{3200}{a}; \quad a > 0.$$

$$P_1^1 = 500 - \frac{3200}{a^2} = \frac{500a^2 - 3200}{a^2}; \quad a > 0$$

$$P_1^1 = 0$$

$$500a^2 = 3200$$

$$a^2 = 64$$

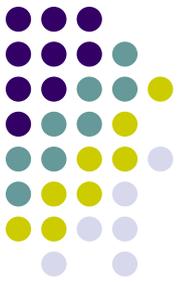
$$a = \pm 8$$

$a = -8$ не удовлетворяет условию задачи

$S_{\text{наим}}$ достигается при $a = 8$

III этап.

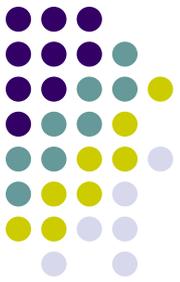
Ответ на вопрос задачи



Ширина стеклянной стены должна быть равна 8м, а обычной 10м.

При таких размерах общая стоимость всех стен окажется наименьшей и равной 8000 рублей

Домашнее задание



952а, 953б, 954а