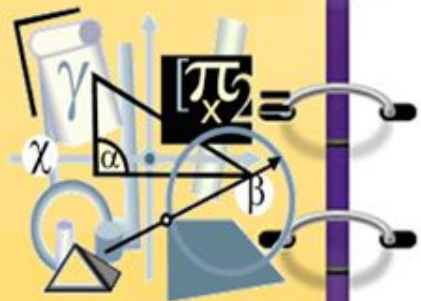


Классная работа



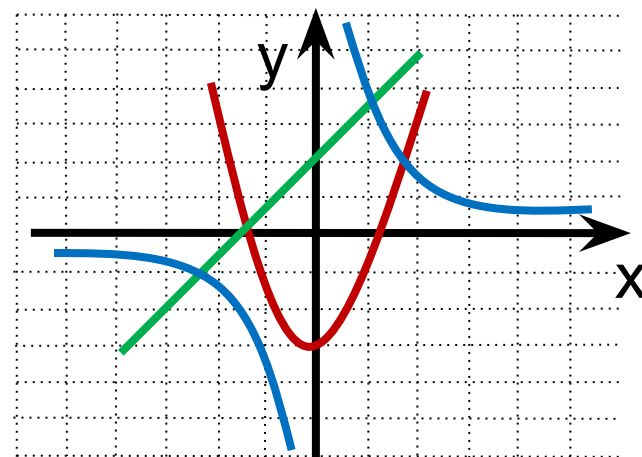
***ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ
К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ
И ПОСТРОЕНИЮ ГРАФИКОВ***



Цель урока:



- научиться применять таблицу производных при исследовании функций и построении графиков



Математический диктант:

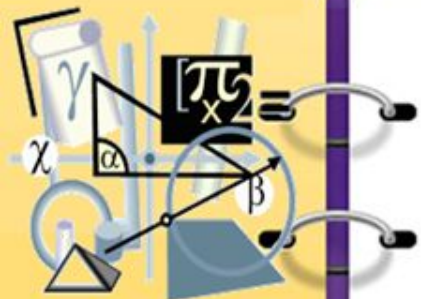


Вариант 1.

1. $(Cu)' = \dots$
2. $\dots = (u'v - v'u)/v^2$
3. $(\cos x)' = \dots$
4. $\dots = 1/\cos^2 x$
5. $(e^x)' = \dots$

Вариант 2.

1. $C' = \dots$
2. $\dots = (u'v + v'u)$
3. $(\sin x)' = \dots$
4. $\dots = -1/\sin^2 x$
5. $(x^n)' = \dots$



Классная работа

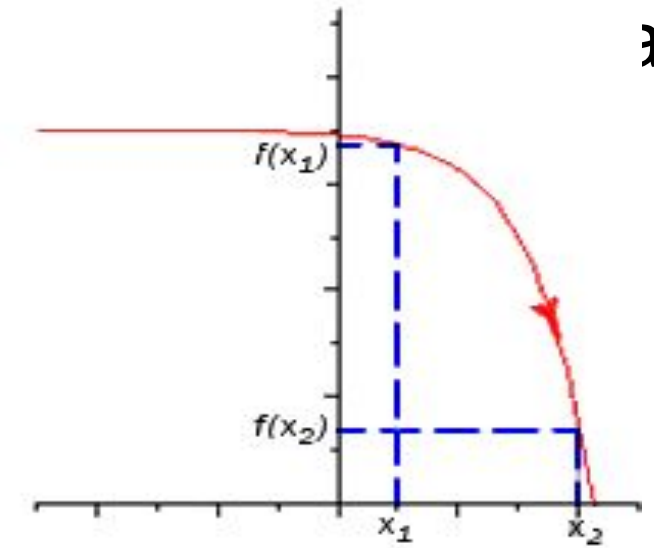
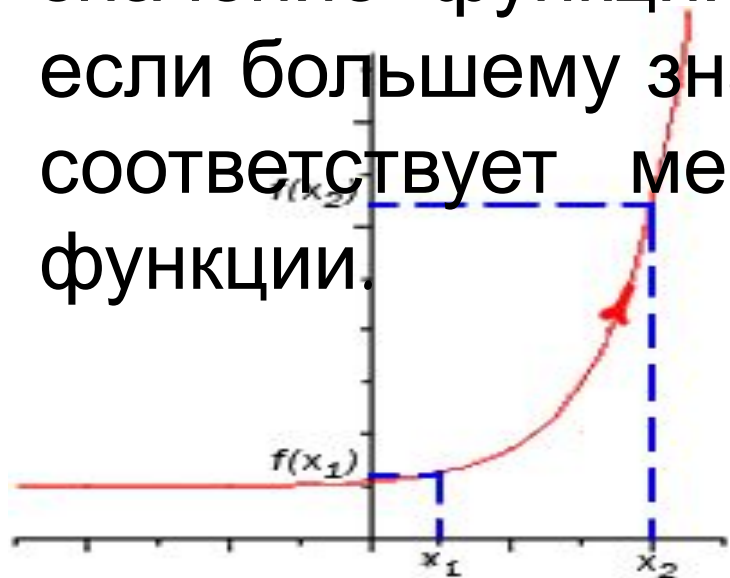


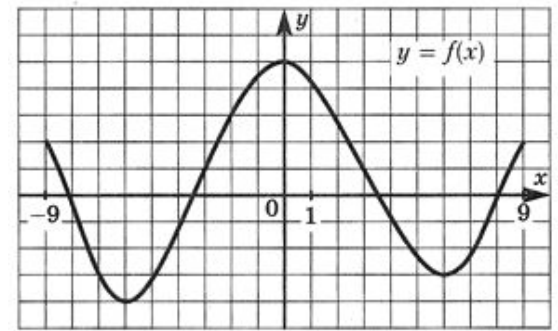
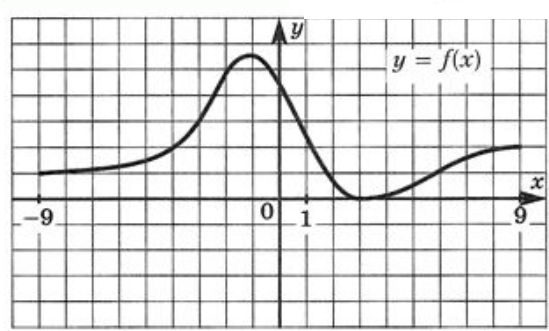
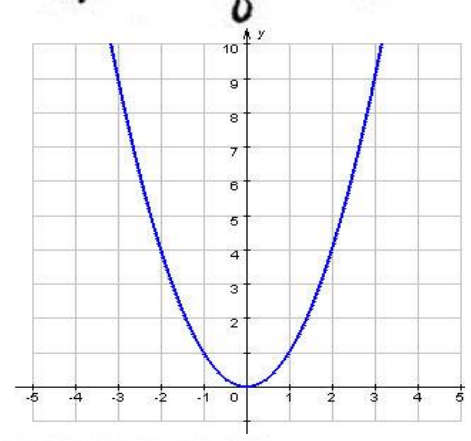
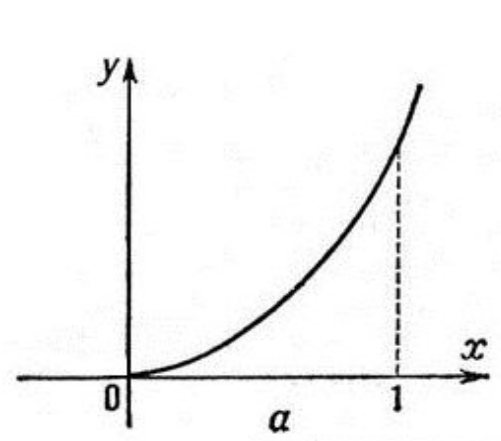
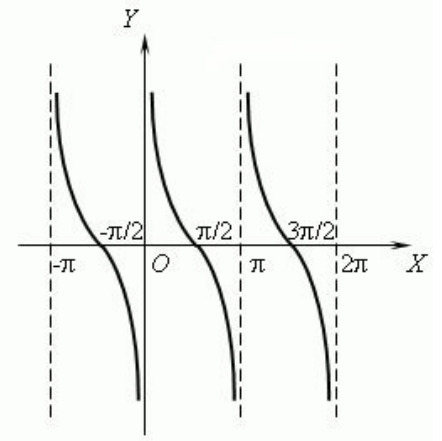
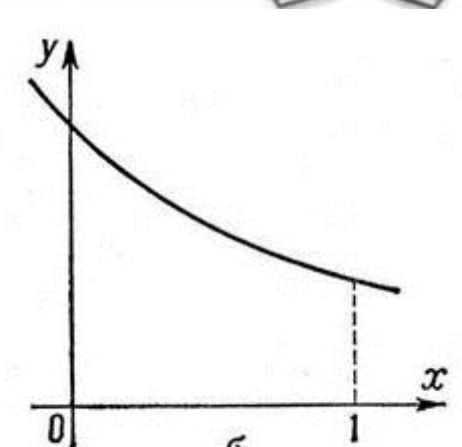
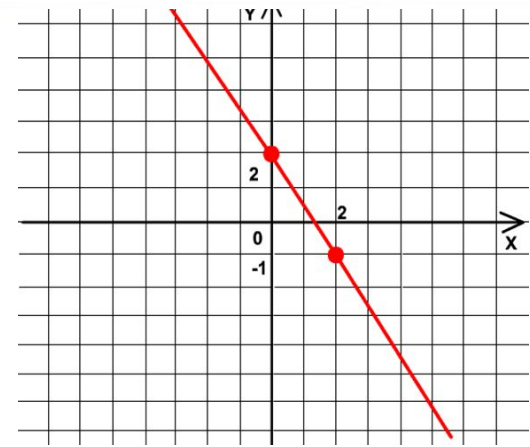
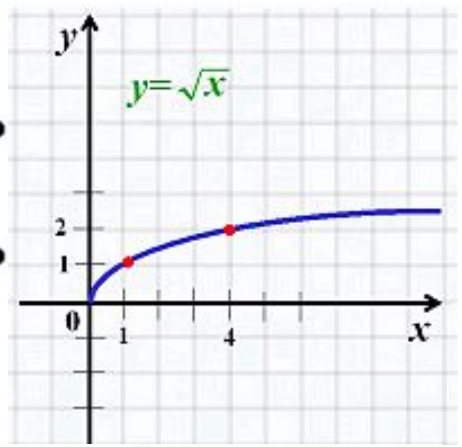
- Одной из основных задач, возникающих при исследовании функции, является нахождение **промежутков монотонности функции** (**промежутков возрастания и убывания**). Такой анализ легко сделать с помощью производной.





- Функция $y=f(x)$ называется **возрастающей** в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и **убывающей**, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

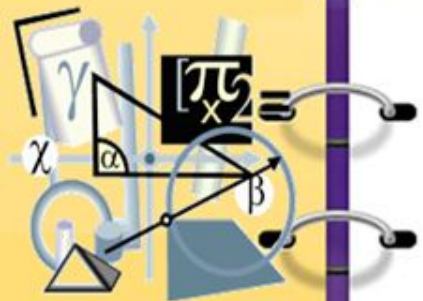
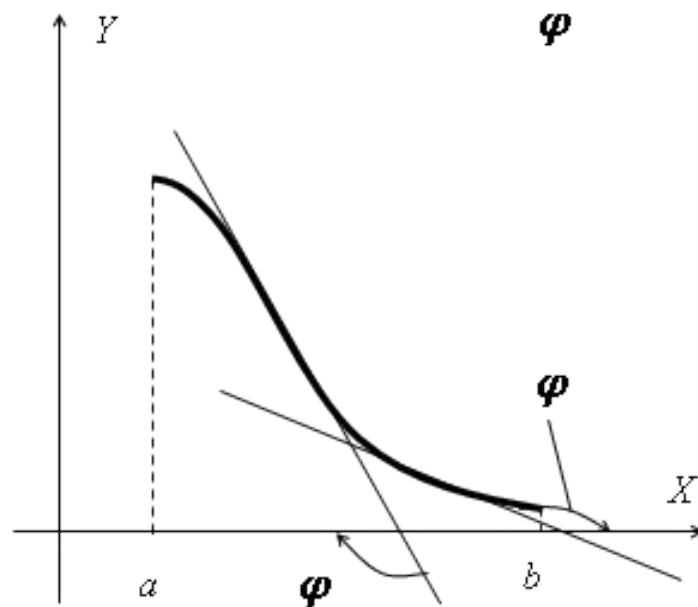
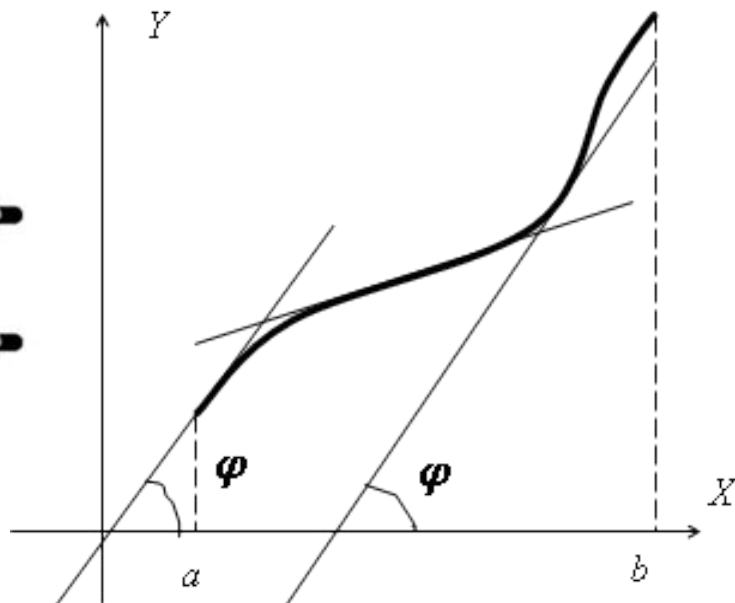




Теорема 1.



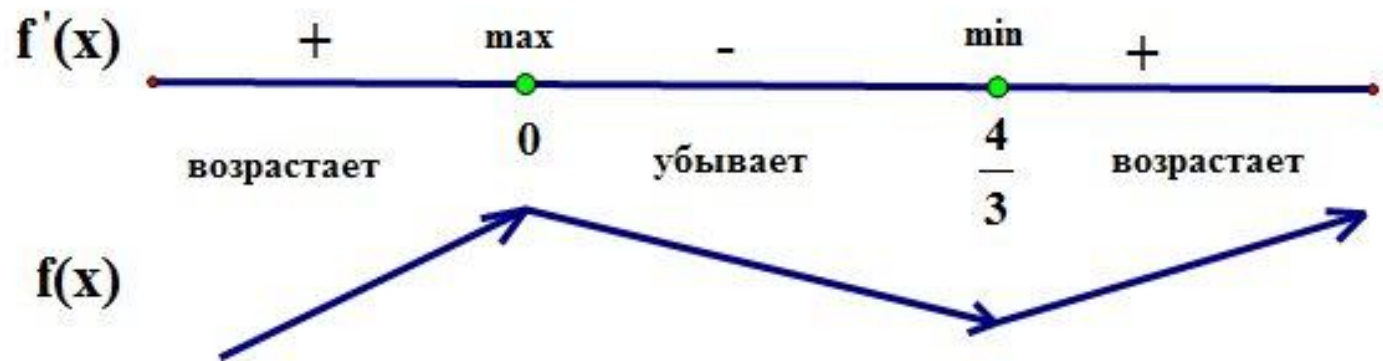
- Если дифференцируемая функция $y=f(x)$ **возрастает (убывает)** в данном интервале, то производная этой функции **не отрицательна (не положительна)** в этом интервале.



Теорема 2.



- Если производная функции $y=f(x)$ **положительна (отрицательна)** на некотором интервале, то функция в этом интервале **монотонно возрастает (монотонно убывает)**.



Правило нахождения интервалов монотонности



1. Находим область определения функции $f(x)$.

2. Вычисляем производную $f'(x)$ данной функции.

3. Находим точки, в которых $f'(x)=0$ или не существует. Эти точки называются **критическими** для функции $f(x)$.

4. Делим область определения функции этими точками на интервалы. Они являются **интервалами монотонности**.

5. Исследуем знак $f'(x)$ на каждом интервале. Если $f'(x) > 0$, то на этом



Пример №2. Найти промежутки монотонности функции $y=x^3-3x^2$



1. Область определения: \mathbb{R} . Функция непрерывна.

2. Вычисляем производную: $y'=3x^2-6x$.

3. Находим критические точки: $y'=0$.

$$x^2-2x=0$$

$$x(x-2)=0$$

$$x_1=0 \text{ и } x_2=2$$

4. Делим область определения на интервалы:

0

2

5. Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup$





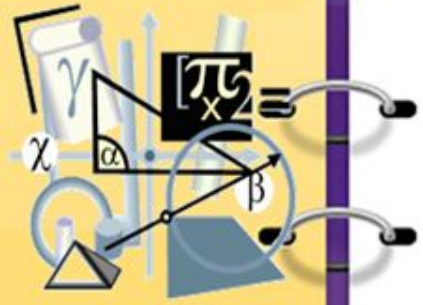
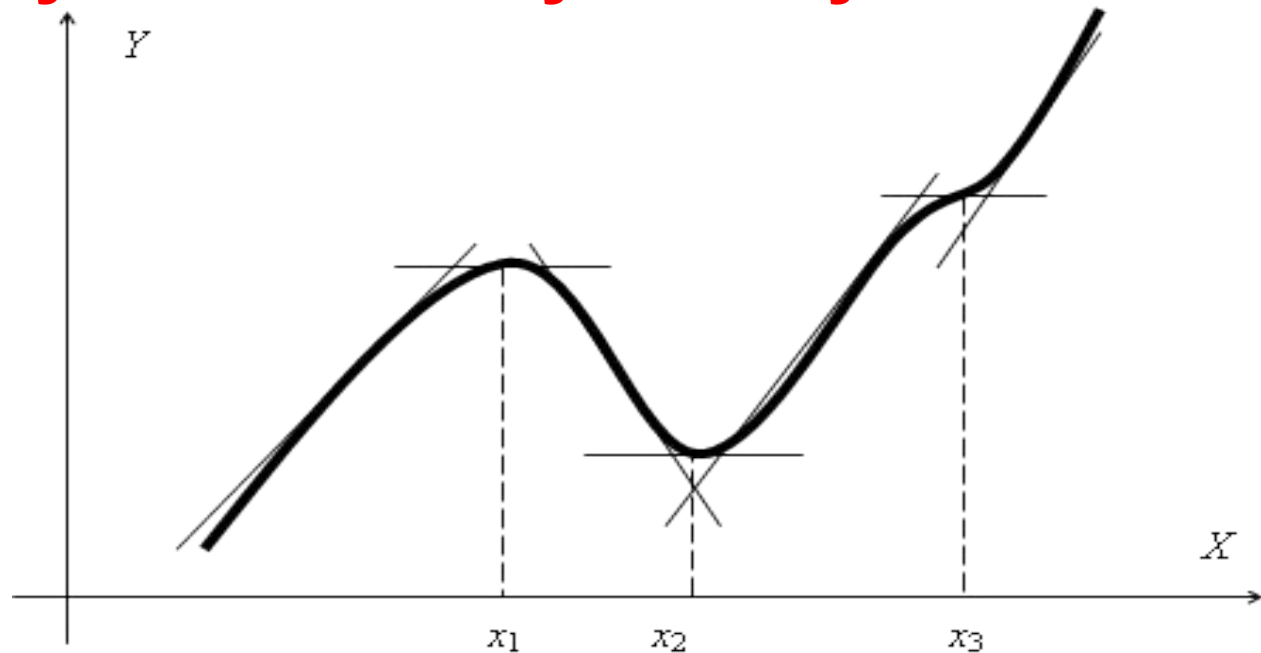
- Точку $x=x_0$ называют **точкой минимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.
- Точку $x=x_0$ называют **точкой максимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.



Теорема 3.



- Если функция $y=f(x)$ имеет экстремум в точке $x=x_0$, то в этой точке **производная** функции или **равна нулю**, или **не существует**.

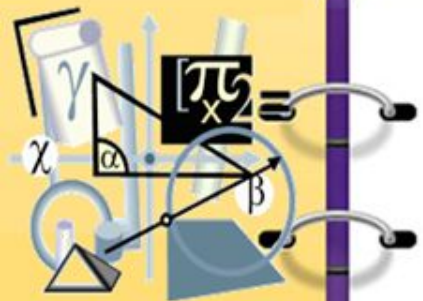
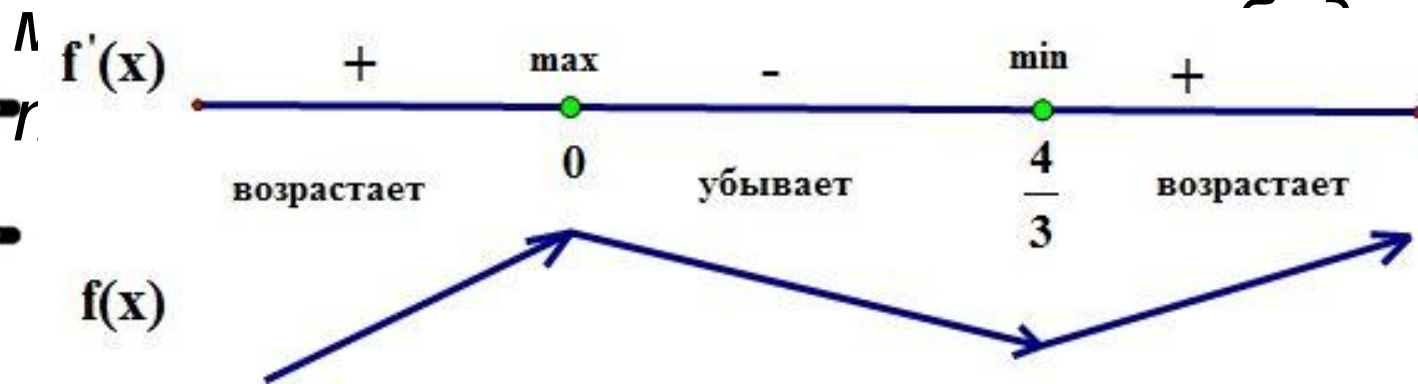


Теорема 4.



- Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 **меняет знак**, то точка x_0 **является точкой экстремума** функции $f(x)$.

Если производная меняет знак с + на -, то точка будет являться точкой



Пример №3. Найти экстремумы функции

$$y = -2x^3 - 3x^2 + 12x - 4$$

1. Область определения: \mathbb{R} . Функция непрерывна.

2. Вычисляем производную :
 $y' = -6x^2 - 6x + 12$.

3. Находим критические точки: $y' = 0$.

$$-x^2 - x + 2 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-1) \cdot 2 = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = 1; x_2 = -2$$

4. Делим область определения на интервалы: 1





1. **Определение возрастающей (убывающей) функции.**
2. **Теорема о возрастании (убывании) функции.**
3. **Точка минимума (максимума) функции.**
4. **Стационарные и критические точки производной.**
5. **Достаточные условия экстремума функции.**
6. **Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы.**



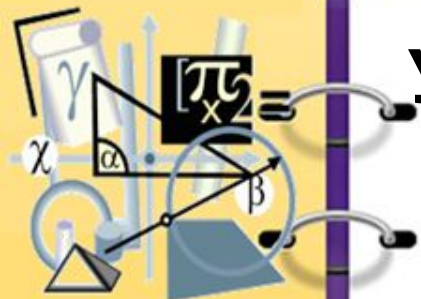
Работа на уроке:



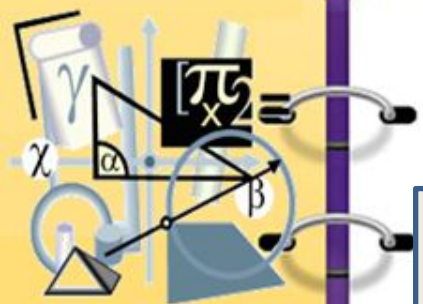
Учебник Лисичкина, Соловечика: № 564, 565, 566, 571 –стр. 253

Задание на дом:

1. **Учебник Лисичкина, Соловейчика: № 572, 573, 575, 576 –стр. 253;**
2. **Выучить достаточные и необходимые условия монотонности и существования экстремумов функции.**



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \dots$$
$$a^2 + b^2$$



Удачи!

