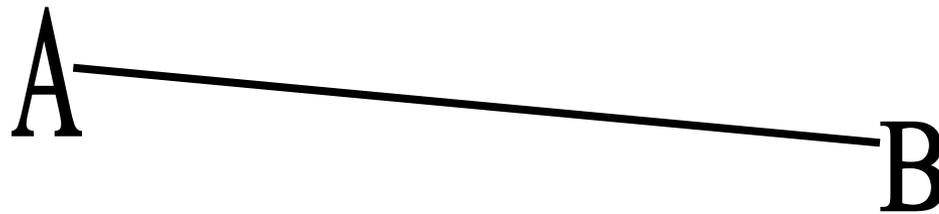

Расстояния в пространстве

Расстояние между двумя точками



Задача 1. Найдите расстояние между точками Р и Н – серединами скрещивающихся рёбер:

а) куба с ребром, равным а;

Решение.

а) (рис. 1)

$$PK \perp AD, AK =$$

$$KD$$

$$\Delta PKH$$

$$\angle K = 90^\circ \quad PK = a$$

$$KH = \frac{1}{2} DB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$PH = \rho|P, H| = \sqrt{a^2 + \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Ответ: $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

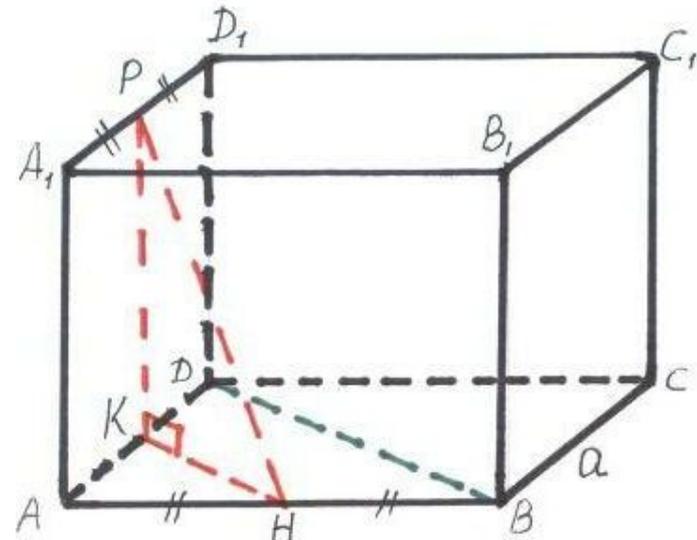


рис.1

Задача 2. Найдите расстояние между точками Р и Н – серединами скрещивающихся рёбер:
б) тетраэдра, все рёбра которого равны a .

$$\triangle AOS, \quad \angle O = 90^\circ$$

$$AS = a, \quad AO = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

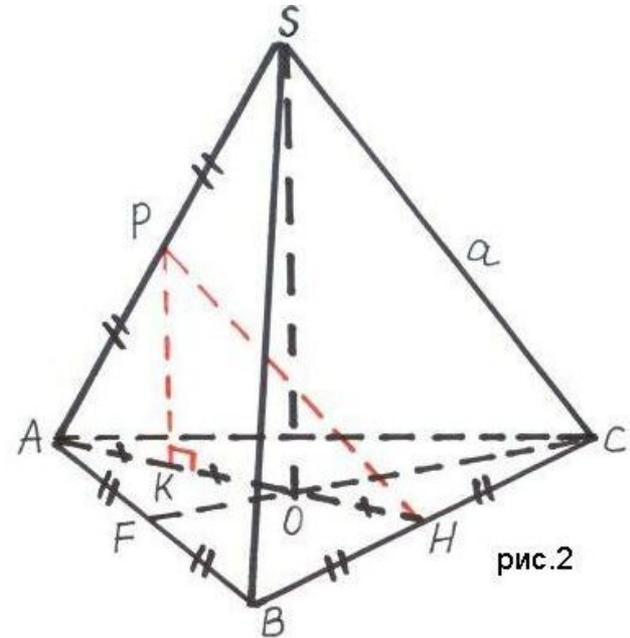
$$\triangle PKH, \quad \angle K = 90^\circ$$

$$PK = \frac{1}{2}SO = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

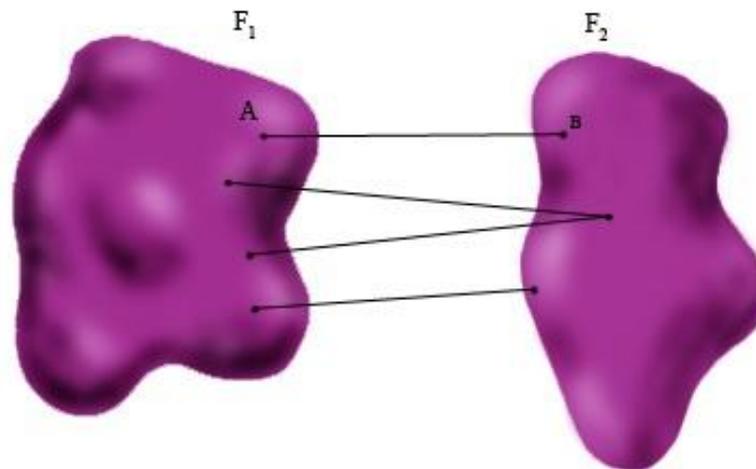
$$KH = AO = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$PH = \sqrt{\frac{a^2}{6} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{a}{\sqrt{2}}$

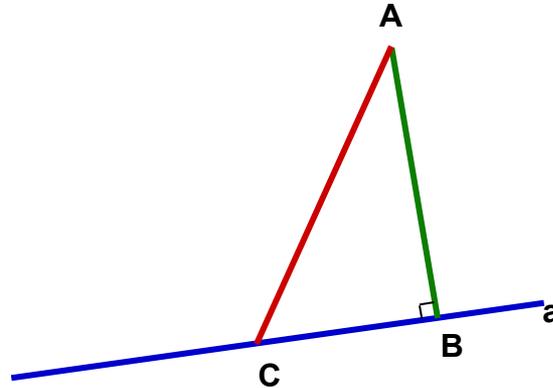


Расстояние между фигурами



Если среди всех расстояний между точками, одна из которых принадлежит фигуре F_1 , а другая - фигуре F_2 , существует **наименьшее**, то его называют расстоянием между фигурами F_1 и F_2 .

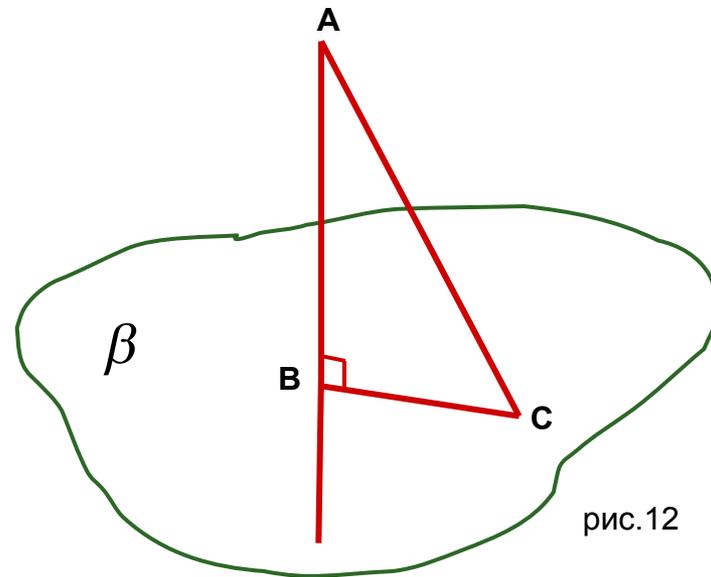
Расстояние от точки до прямой



Расстояние от точки до прямой – длина отрезка перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

$$AB = \rho|A, a|$$

Расстояние от точки до плоскости



Расстояние от точки до плоскости – длина отрезка перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость.

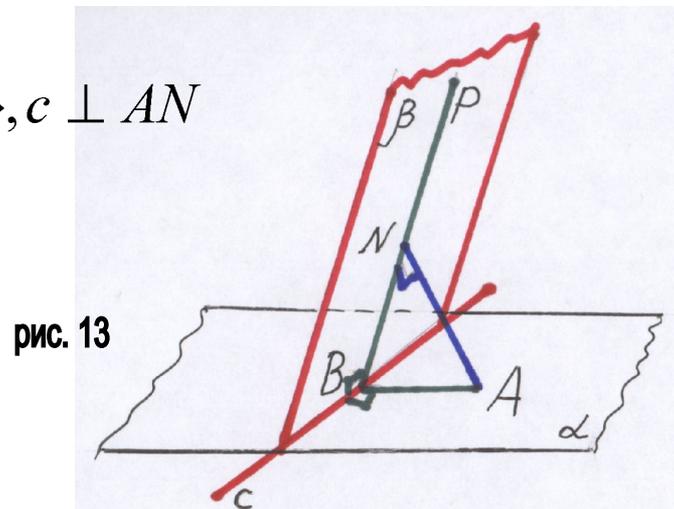
$$\rho|A, \beta| = AB$$

Пусть надо найти расстояние от точки A до плоскости β и пусть точка A лежит в плоскости α , $\alpha \cap \beta = c$.

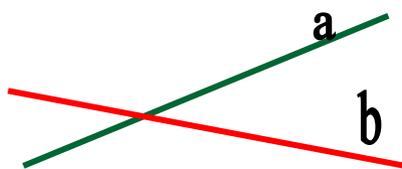
Проведём $AB \perp c$, $BP \perp c$, $\angle(\alpha, \beta) = \angle PBC$, $AN \perp PB$.

$$\left. \begin{array}{l} c \perp AB \\ c \perp PB \\ AB \cap PB = B \end{array} \right\} \Rightarrow c \perp (PBA), \quad AN \subset (PBA), \Rightarrow c \perp AN$$

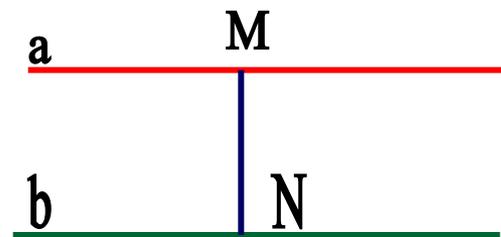
$$\left. \begin{array}{l} AN \perp c \\ AN \perp PB \\ c \cap PB = B \end{array} \right\} \Rightarrow AN \perp \beta, \Rightarrow \rho|A, \beta| = AN$$



Расстояние между двумя прямыми



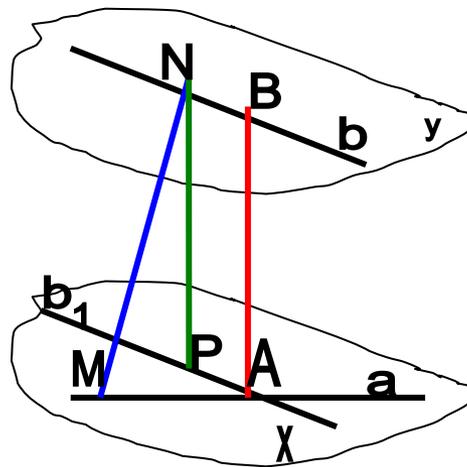
$$\rho|a,b| = 0$$



$$\rho|a,b| = MN$$

Скрещивающиеся прямые

Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми – длина их общего перпендикуляра.



Заметим, что расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию между параллельными плоскостями, содержащими данные прямые.

Задача № 7. (рис.19) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте общий перпендикуляр прямых $A_1 D$ и BC_1 .

Найдите расстояние между прямыми, если ребро куба равно a .

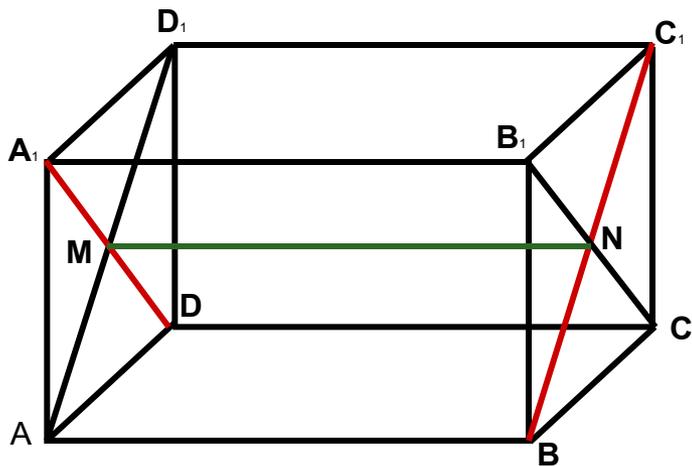


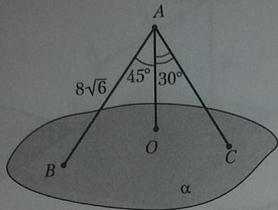
рис. 19

$$AD_1 \cap DA_1 = M, \quad BC_1 \cap CB_1 = N,$$

$$MN \perp AD_1, \quad MN \perp BC_1,$$

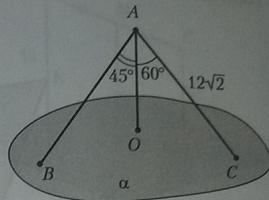
$$MN = \rho|A_1 D, BC_1|, \quad MN = a.$$

49 Дано: $AO \perp \alpha$, $AB = 8\sqrt{6}$, $\angle BAO = 45^\circ$,
 $\angle CAO = 30^\circ$.
 Найти: OC .



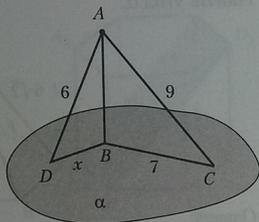
Ответ:

50 Дано: $AB \perp \alpha$, $AC = 12\sqrt{2}$, $\angle BAO = 45^\circ$,
 $\angle CAO = 60^\circ$.
 Найти: AB .



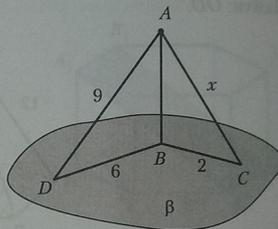
Ответ:

51 Дано: $AB \perp \alpha$.
 Найти: длину проекции наклонной AD на пл. α .



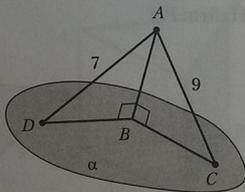
Ответ:

52 Дано: $AB \perp \beta$.
 Найти: длину наклонной AC .



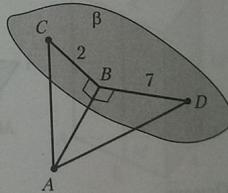
Ответ:

53 Дано: $AB \perp BD$, $AB \perp BC$, $DB : BC = 1 : 3$.
 Найти: $BC + DB$.



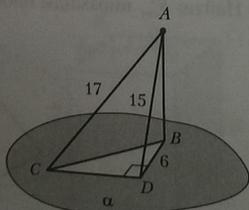
Ответ:

54 Дано: $AD + AC = 15$, $BD = 7$, $BC = 2$.
 Найти: AC .



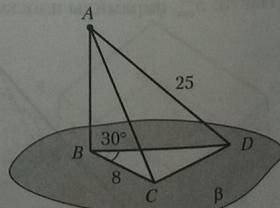
Ответ:

55 Дано: $AB \perp \alpha$, $AC = 17$, $AD = 15$, $BD = 6$,
 $\angle CDB = 90^\circ$.
 Найти: S_{CDB} .



Ответ:

56 Дано: $AB \perp \beta$, $AD = 25$, $BC = 8$, $\angle DBC = 30^\circ$,
 $S_{DBC} = 40$.
 Найти: AC .



Ответ: