

# Логические выражения и операции

# ЦЕЛЬ УРОКА:

- \* Познакомиться с основными логическими операциями.
- \* Познакомиться с порядком выполнения логических операций в сложном логическом выражении.

# Булева алгебра (алгебра логики, алгебра высказываний)

Джордж Буль



разработал основы алгебры,  
в которой используются только 0 и 1.

## Алгебра логики -

раздел математической логики, изучающий строение (форму, структуру) сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов.



Объектами изучения алгебры логики являются высказывания

# Логические операции:

- логическое отрицание (**инверсия**);
- логическое умножение (**конъюнкция**);
- логическое сложение (**дизъюнкция**);
- логическое следование (**импликация**);
- логическое равенство (**эквивалентность**).

Логические величины:

1 - истина;

0 - ложь

# 1) Отрицание

Обозначение: не  $A$ ,  $\neg A$ ,  $\bar{A}$

Определение: **Отрицание** изменяет значение логической величины на противоположное:

**не истина** = ложь;     **не ложь** = истина.

**Отрицание** – унарная операция.

Таблица истинности:

<b>A</b>	<b><math>\neg A</math></b>
1	0
0	1



# Логическое отрицание

—  
A

## Задание:

**На стоянке стоят красные «Жигули»**

Являются ли следующие предложения отрицаниями данного высказывания?

- \* «На стоянке стоят не красные Жигули»
- \* «На стоянке стоит белый Мерседес»
- \* «Красные Жигули стоят не на стоянке»

# Правило построения отрицания к простому высказыванию:

При построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «**неверно, что**», либо к сказуемому добавляется частица «**не**», при этом слово «**все**» заменяется на «**некоторые**» и наоборот.

**Пример.** Отрицаем высказывание

«У меня дома есть компьютер»

- «Неверно, что у меня дома есть компьютер»

- «У меня дома нет компьютера»

—  
А

## Задание:

Составьте отрицание высказывания

**На стоянке стоят красные «Жигули»**

На стоянке **не** стоят красные «Жигули»

**Неверно, что** на стоянке стоят красные «Жигули»



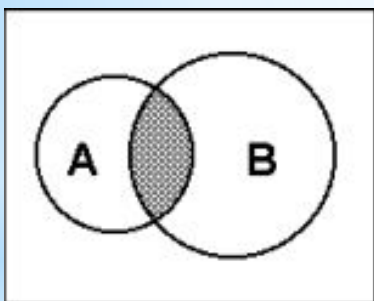
## 2) Логическое умножение (конъюнкция)

Обозначение: и,  $\wedge$ , &,  $\cdot$

Определение: В результате логического умножения (конъюнкции) (от лат. *conjunctio* - соединение) получается истина, если обе логические величины истинны.

Таблица истинности:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A <math>\wedge</math> B</b>
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



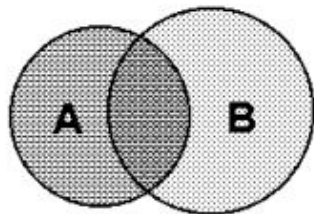
### 3) Логическое сложение (дизъюнкция)

Обозначение: или,  $\vee$ , +

Определение: В результате логического сложения (дизъюнкции) (от лат. *disjunctio* – разъединение) получается истина, если значение хотя бы одной логической величины истинно.

Таблица истинности:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A <math>\vee</math> B</b>
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



## 4) Импликация (следование)

Обозначение: если, ... то;  $\rightarrow$ ;  $\Rightarrow$

Выражение после **если** – основание условного высказывания, после **то** – следствие.

**A** – «На улице дождь». **B** – «Асфальт мокрый».

## 5) Эквивалентность (равенство)

Обозначение: если и только если,

Таблица истинности: тогда и только тогда,  $\equiv$ ,  $\leftrightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ,

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A <math>\rightarrow</math> B</b>	<b>A <math>\equiv</math> B</b>
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1

# Импликация («если ..., то ...»)

«Если Вася идет гулять, то Маша сидит дома».

A – «Вася идет гулять».

B – «Маша сидит дома».

$$A \rightarrow B = 1$$

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



А если Вася не идет гулять?

Маша может пойти гулять (B=0),  
а может и не пойти (B=1).

# Эквиваленция («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда  $A$  и  $B$  равны.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \leftrightarrow B</math></b>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также:  
 $A \leftrightarrow B, A \equiv B$   
 $A \Leftrightarrow B, A \sim B$

# Порядок выполнения операций:

1. Операции в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация
6. Эквивалентность

ПРИМЕР 1:  $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$

1.  $B \rightarrow C$  - импликация
2.  $\neg A$  - инверсия
3.  $(B \rightarrow C) \& D$  - конъюнкция
4.  $A \vee (B \rightarrow C) \& D$  - дизъюнкция
5.  $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$  - эквивалентность

# Определить порядок выполнения логических операций:

1.  $D = \neg (A \vee B \wedge C)$

1.  $B \wedge C$

2.  $A \vee B \wedge C$

3.  $\neg (A \vee B \wedge C)$

2.  $D = \neg A \wedge (B \vee C)$

1.  $\neg A$

2.  $B \vee C$

3.  $\neg A \wedge (B \vee C)$

C/P

3.  $D = (A \vee B) \wedge (A \Rightarrow C)$

4.  $D = (A \Leftrightarrow B \vee C) \Rightarrow B$

# Построим таблицу истинности для логического выражения

$$F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$$

1. Количество строк =  $2^2$  (2 переменные) + 1 (заголовки столбцов) = 5.

2. Количество столбцов = 2 логические переменные (A, B) + 5 логических операций ( $\vee, \wedge, \neg, \bar{\vee}, \bar{\neg}$ ) = 7.

3. Расставим порядок выполнения операций:

1	2	3	4	5
$A \vee B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$

A	B	$A \vee B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0



Построим таблицу истинности  
для логического выражения  $F = X \vee Y \wedge \bar{Z}$

<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b><math>\bar{Z}</math></b>	<b><math>Y \wedge \bar{Z}</math></b>	<b><math>X \vee Y \wedge \bar{Z}</math></b>
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

### Задача:

Пусть  $a, b, c$  – логические величины, которые имеют значения:

$a = \text{истина}$ ,  $b = \text{ложь}$ ,  $c = \text{истина}$ .

Определите результаты вычисления следующих логических выражений:

1. $a \wedge b$	$1 \wedge 0 = 0$
2. $a \vee b$	$1 \vee 0 = 1$
3. $\neg a \vee b \wedge c$	$\neg 1 \vee 0 \wedge 1 = 0 \vee 0 \wedge 1 = 0 \vee 0 = 0$
4. $\neg(a \vee b) \wedge (c \vee b)$	$\neg(1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) = \neg 1 \wedge 1 = 0 \wedge 1 = 0$

### Задача:

Пусть  $a, b, c$  – логические величины, которые имеют значения:

$a = \text{истина}, b = \text{ложь}, c = \text{истина}.$

Определите результаты вычисления следующих логических выражений:

#### Вариант 1:

1.  $b \wedge c$
2.  $\neg a \vee b$
3.  $a \wedge b \vee c$
4.  $\neg(a \wedge b \wedge c)$
5.  $(a \wedge b) \vee (b \wedge c)$

#### Вариант 2:

1.  $b \vee c$
2.  $\neg a \wedge b$
3.  $a \vee b \wedge c$
4.  $\neg(a \vee b \vee c)$
5.  $(a \vee b) \wedge (b \vee c)$

Составьте несколько сложных высказываний,  
используя нижеприведенные простые высказывания и  
логические операции:

Завтра будет хорошая погода.

Мы хотим пойти за грибами.

Друзья приглашают нас на рыбалку.

Друзья приглашают нас купаться.

# ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Постройте таблицу истинности логического выражения, используя табличный процессор:

$$*C = A \& \bar{B}$$

# Д/З:

Выучить основные логические операции;  
порядок выполнения логических операций  
в сложном логическом выражении.

**Выполните действия:**

$$* ((1 \wedge 0) \vee 1) \wedge (1 \vee A) =$$

$$* ((0 \wedge 0) \vee 0) \wedge (1 \vee A) =$$

