

Использование дифференциальных уравнений в естествознании.

Цель работы: изучить линейные дифференциальные уравнения показательного роста и гармонических колебаний в естествознании.



Задачи: - применение уравнений для изучения радиоактивного распада;

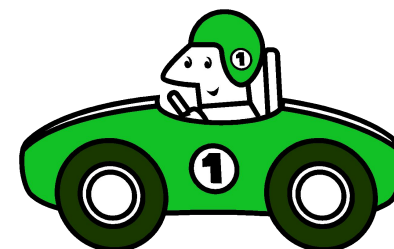
Уравнение показательного роста.



- Уравнение показательного роста имеет следующий смысл: для каждого значения аргумента скорость изменения функции пропорциональна значению этой функции. При решении задач надо сначала составить дифференциальное уравнение, указать (исходя из условий задачи) начальное условие, а затем решить уравнение. При составлении уравнения обычно используют известные из курсов химии и физики законы.

З а д а ч а. Моторная лодка движется в стоячей воде со скоростью 5 км/ч. На полном ходу её мотор выключен; через 4 с. её скорость стала 1 м/с. Считая, что сила сопротивления воды пропорциональна скорости движения лодки, определить, через сколько секунд после выключения мотора скорость уменьшится до 4 см/с.

Р е ш е н и е. Будем считать, что лодка движется прямолинейно. Направим ось Ox вдоль движения лодки. Обозначим через v скорость движения лодки в момент времени t после выключения мотора. В момент выключения мотора скорость, по условию, равна 5 м/с, т.е. Это начальное условие задачи. Составим дифференциальное уравнение. По условию, на движущуюся лодку действует сила $F_{\text{сопр}} = -kv$, где k (знак минус указывает на то, что сила воды направлена против скорости движения лодки). Подставив значение $F_{\text{сопр}}$ в уравнение $F = ma$ и положив $a = \frac{dv}{dt}$, получим дифференциальное уравнение



Радиоактивный распад.

Из физики известно, что количество атомов радиоактивного вещества, распадающихся в единицу времени, составляет постоянную часть от количества нераспавшихся атомов. Для каждого вида радиоактивного вещества эта постоянная часть своя, она называется постоянной распада и обозначается через λ . Другими словами: скорость распада атомов радиоактивного вещества пропорциональна наличному количеству нераспавшихся атомов.

Так с течением времени количество нераспавшихся атомов уменьшается, то и производная отрицательна. Учитывая связь между числом ядер и массой радиоактивного вещества, будем говорить просто о распаде радиоактивного вещества.



Поглощение света.



При прохождении света через воду (или стекло) некоторая его часть поглощается. Пусть на поверхность воды перпендикулярно к ней падает свет с интенсивностью. Производная – скорость поглощения света на глубине. Из оптики известно, что для таких сред как вода или стекло, скорость поглощения света на глубине пропорциональна интенсивности света на этой глубине.

Так как интенсивность света с увеличением глубины уменьшается, то производная отрицательна.

З а д а ч а. Десятиметровый слой воды поглощает 40% падающего на её поверхность света. На какой глубине дневной свет будет по яркости таким же, как лунный свет на поверхности воды, если яркость лунного света составляет яркости дневного света?



Концентрация раствора.

Задача. Имеется сосуд ёмкостью l , наполненный водным раствором соли. В сосуд вливается вода со скоростью l в минуту, перемешивается, и получающийся раствор однородной концентрации вытекает из s сосуда с той же скоростью. Сколько соли будет содержаться в растворе в момент времени t , если в начальный момент её было m в растворе kg ? Вычислить ответ, если $l = 100$ л, $s = 3$ л в мин, $t = 1$ ч.



Охлаждение тела.

Нагретое тело, погружённое в среду с более низкой температурой, будет охлаждаться, при этом скорость охлаждения с течением времени уменьшается. Как известно, скорость охлаждения поверхности тела в любой её точке пропорциональна разности температур поверхности тела и окружающей среды.

З а д а ч а. Металлическая деталь, нагретая до , охлаждается в воздухе при температуре . Через 10 мин после начала охлаждения температура на поверхности детали понизилась до . Какой будет температура на поверхности детали через 20 мин?



Простейшие электрические цепи.

Если в замкнутую электрическую цепь последовательно включены источник тока с электродвижущей силой (э.д.с.) \mathcal{E} , активное сопротивление R Ом, катушка с индуктивностью L и конденсатор ёмкости C , то, как известно из электротехники, между э.д.с и напряжениями на активном сопротивлении, катушке индуктивности и конденсаторе в любой момент времени существует такая зависимость:



Падение тел.

При падении тел в пустоте движения происходит прямолинейно под действием силы тяжести. При падении тел в воздухе движение можно также считать прямолинейным, происходящем под действием силы тяжести и силы сопротивления воздуха, направле



Колебательный контур.



Колебательным контуром называют электрическую цепь, которая состоит из конденсатора и катушки, присоединённой к обкладкам конденсатора.

Если конденсатор присоединить к батарее, то его пластины получат некоторый заряд и на его обкладках возникает разность потенциалов. После присоединения заряженного таким образом конденсатора к катушке он начнёт разряжаться, и в цепи появится электрический ток. Однако сила тока благодаря явлению самоиндукции будет увеличиваться постепенно. И достигнет своего наибольшего значения, когда конденсатор полностью разрядится. При этом в силу явления самоиндукции ток исчезнет не сразу. Постепенное уменьшение силы тока вызовет перезарядку обкладок конденсатора. Когда ток исчезнет, обкладки конденсатора окажутся перезаряженными, система вернётся в исходное состояние и процесс пойдёт в обратном направлении. Возникнут электрические колебания.

Заключение.



В своей работе я исследовала качественно *различные* физические явления, при исследовании которых приходится решать *аналогичные* дифференциальные уравнения первого или второго порядка. Это обстоятельство имеет не только философское значение, подтверждая единство природы, и не только естественнонаучное значение, подчёркивая силу математических методов в естествознании. Оно имеет и большое практическое значение. Аналогичность дифференциальных уравнений, относящихся к различным явлениям жизни, привела к важному методу решения практических задач - методу *математического моделирования*. Дифференциальное уравнение, возникшее при рассмотрении какой-нибудь технической задачи, *моделируют*, например, электрическим прибором, т.е. конструируют такой электроприбор, работа которого описывается *тем же* дифференциальным уравнением, что и технический объект.