

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Общий случай пересечения плоскостей

В результате пересечения двух плоскостей образуется прямая линия, которая одновременно принадлежит и одной и другой заданным плоскостям.

Алгоритм решения:

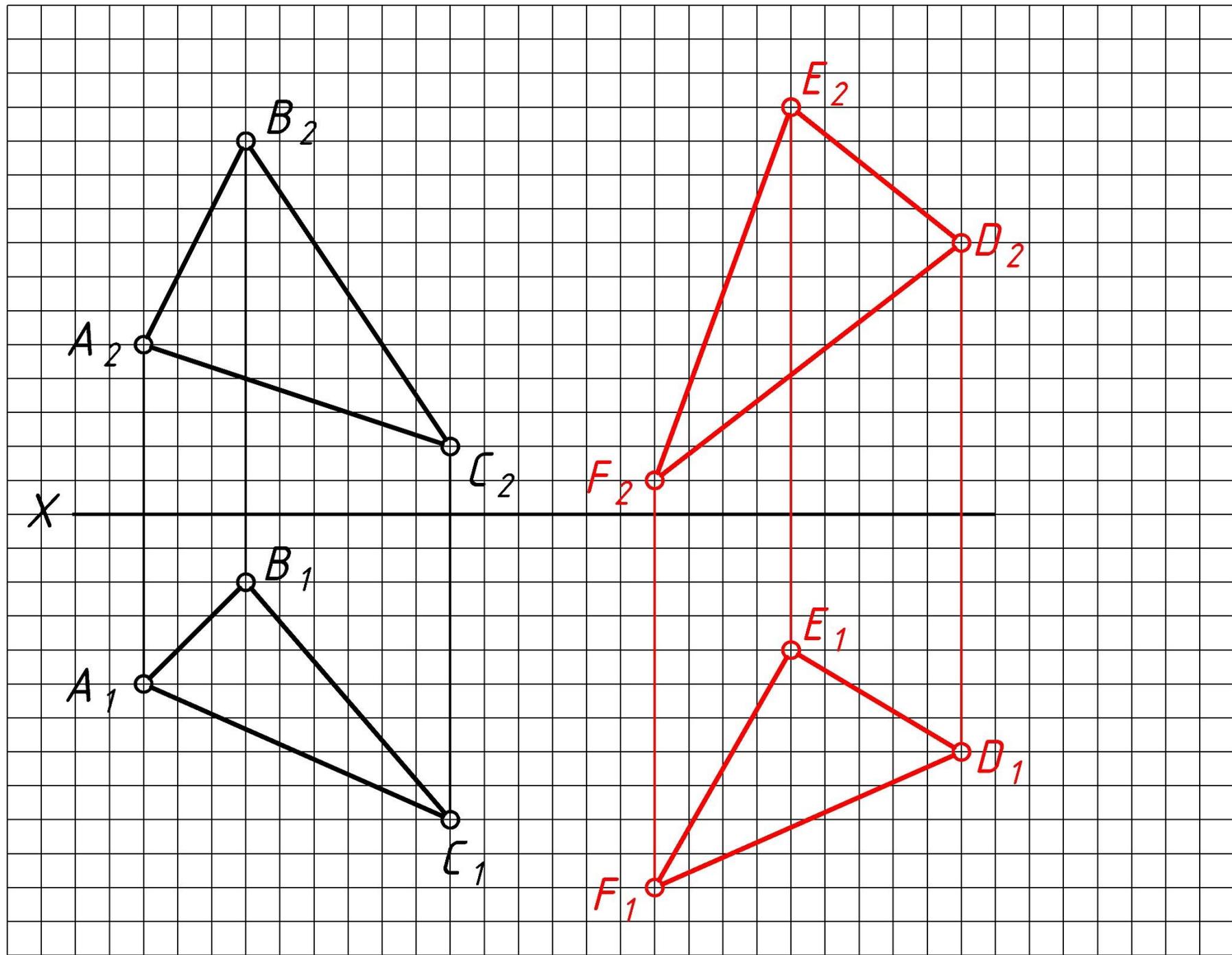
1. Проводим вспомогательные плоскости-посредники частного положения (проецирующие, либо уровня) α и β (горизонтального уровня).

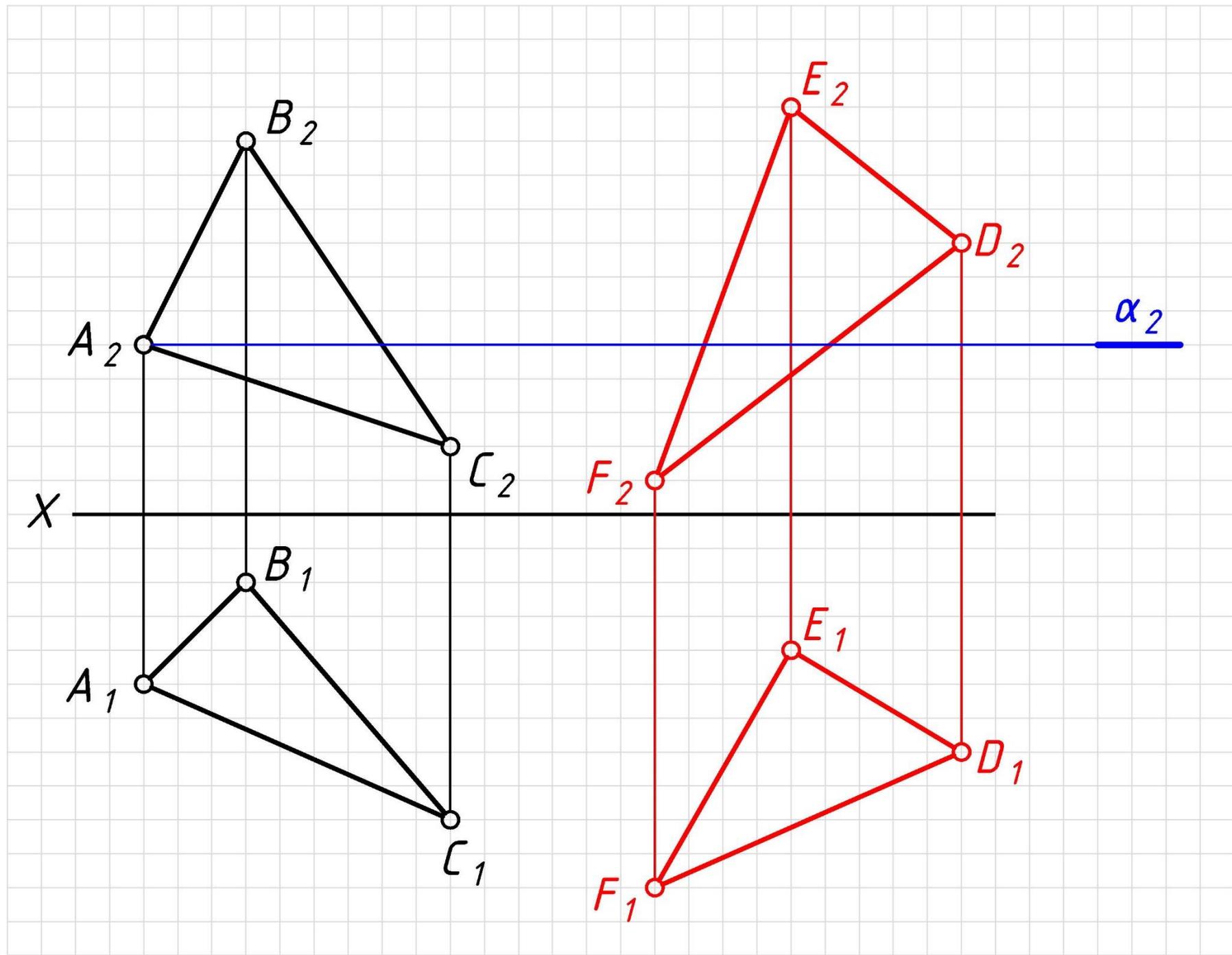
2. Находим поочередно линии пересечения плоскостей посредников α и β с заданными плоскостями:

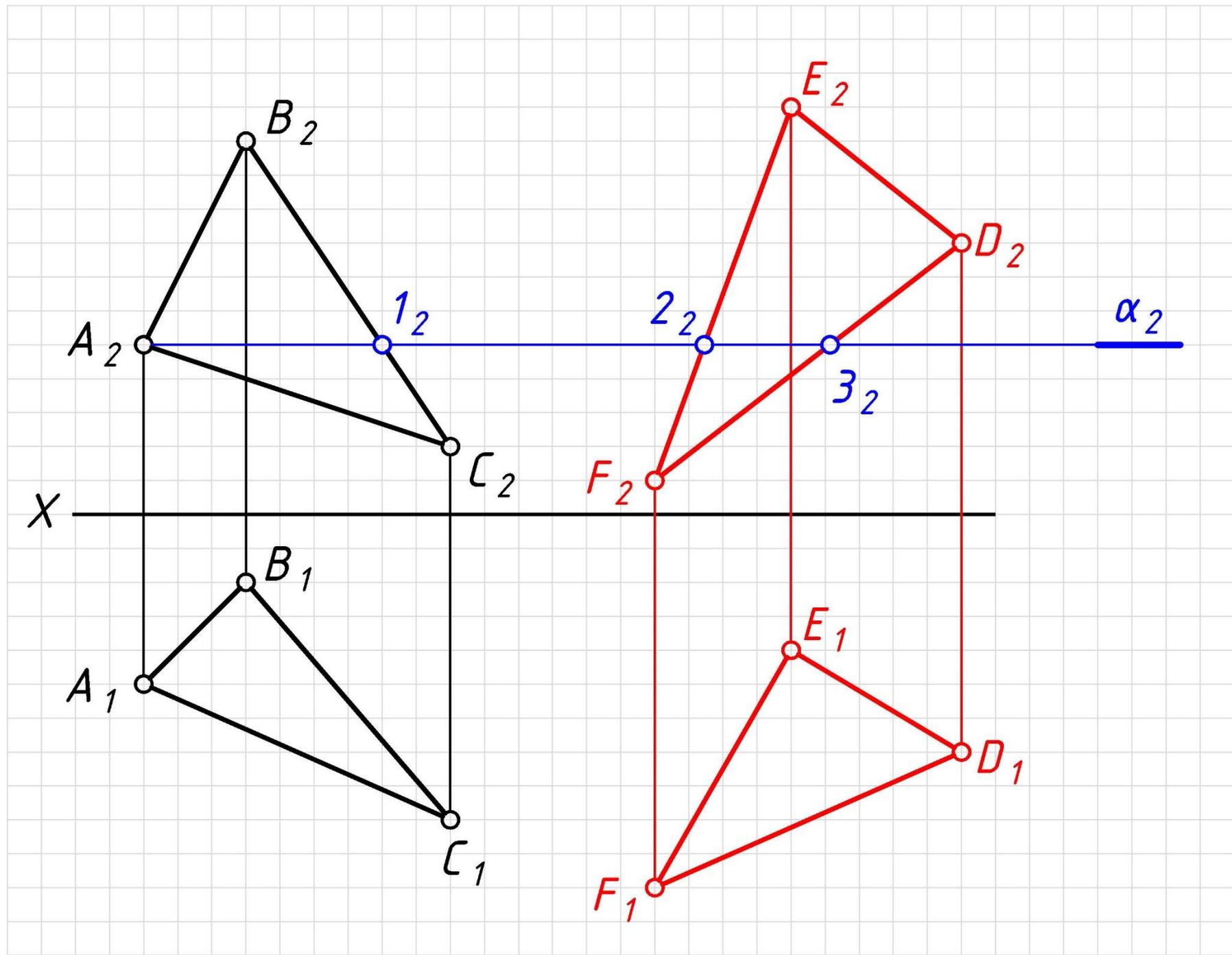
$$A1 = ABC \cap \alpha, \quad 23 = ABC \cap \beta.$$

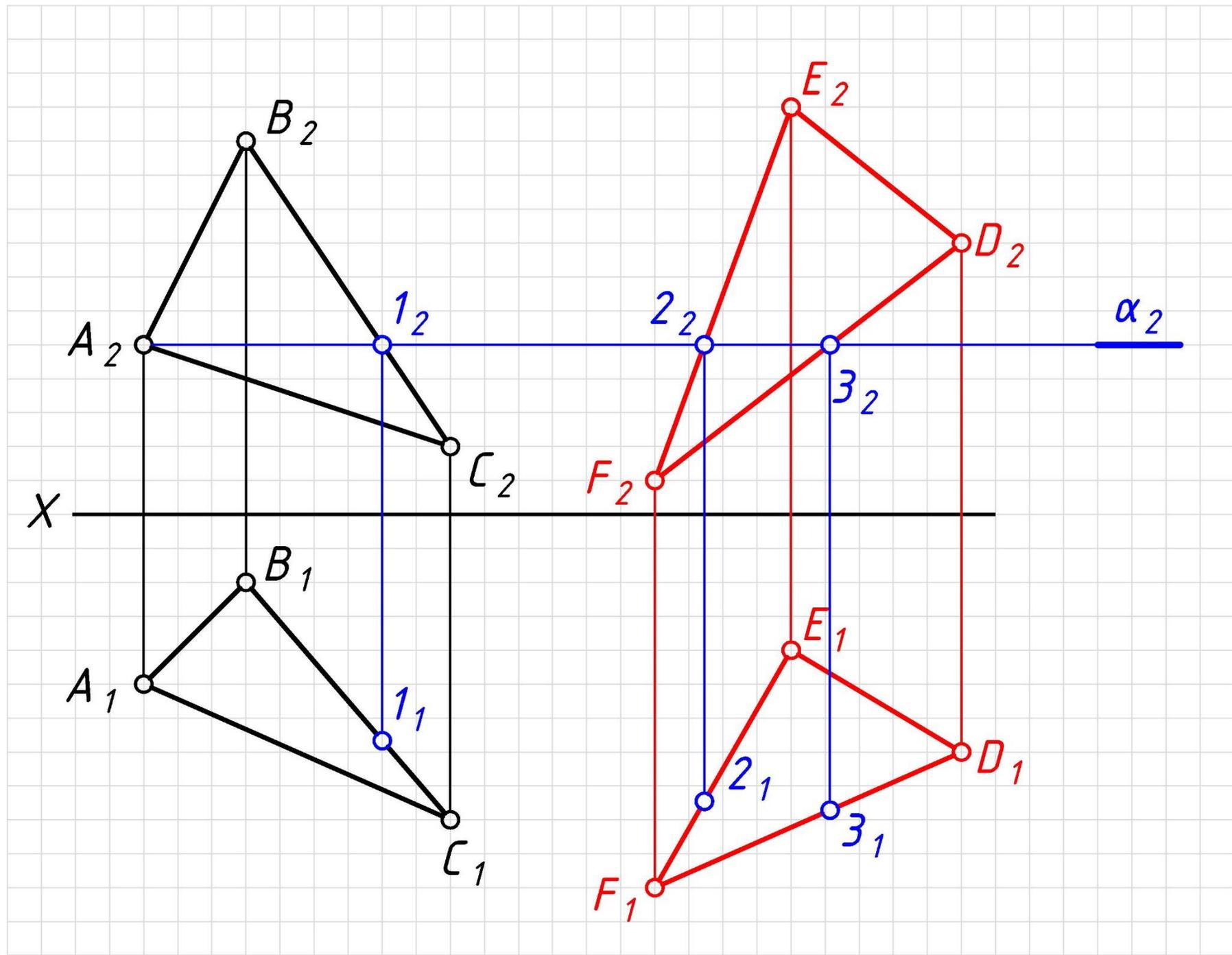
3. На пересечении соответствующих проекций линий пересечения плоскостей (заданных и посредников) определяем искомые точки K и L :

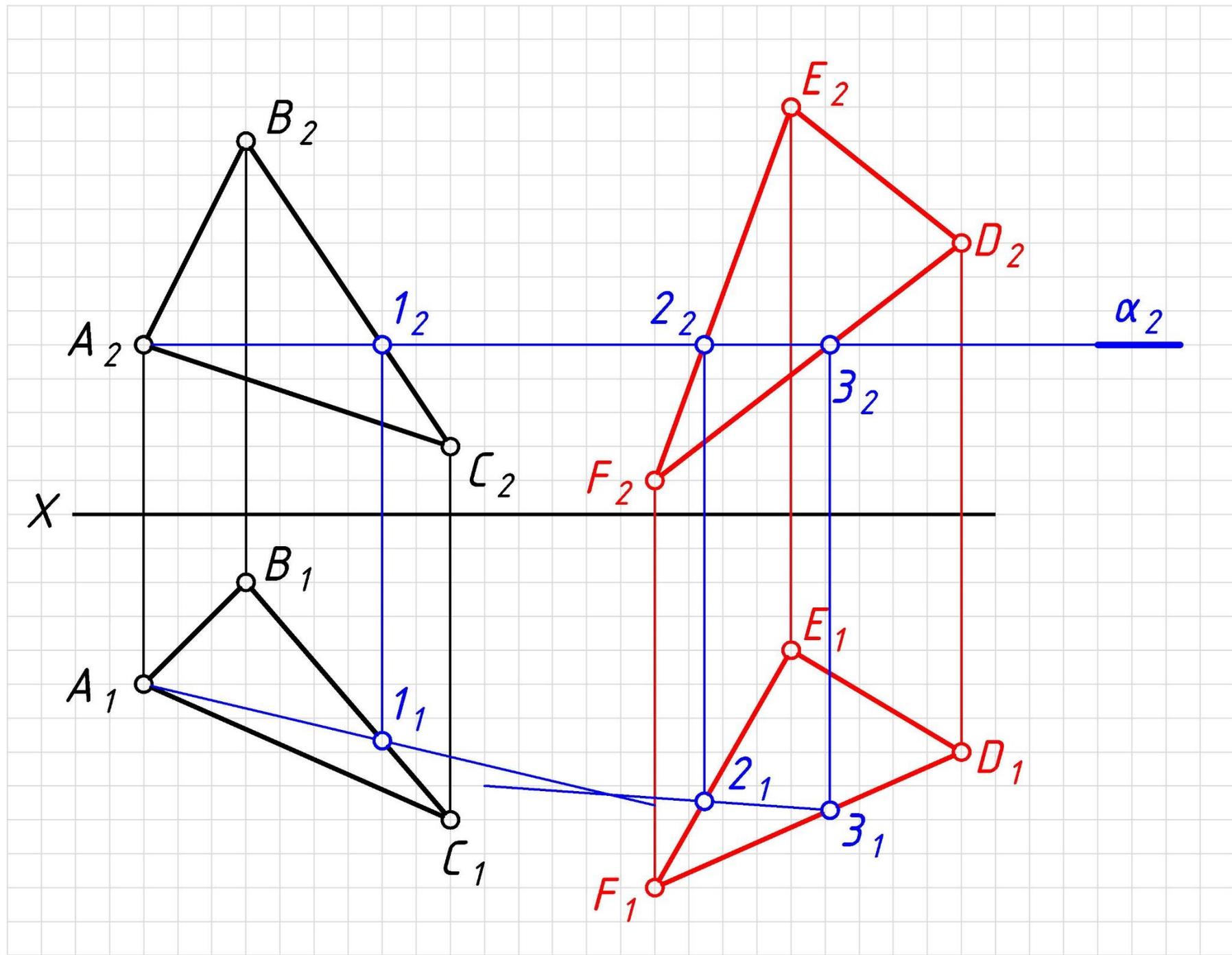
$$K = A1 \cap 23, \quad K \in \alpha;$$

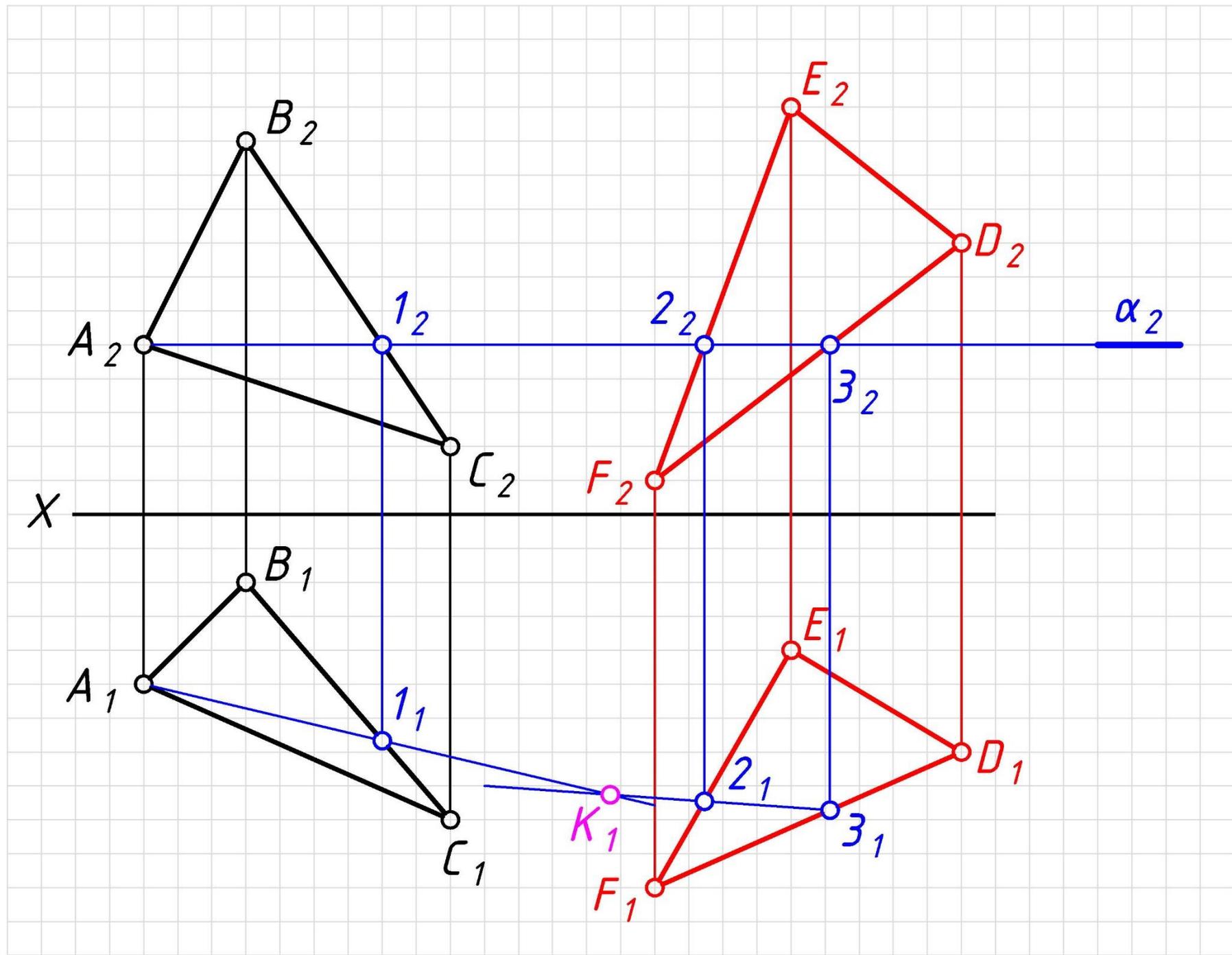


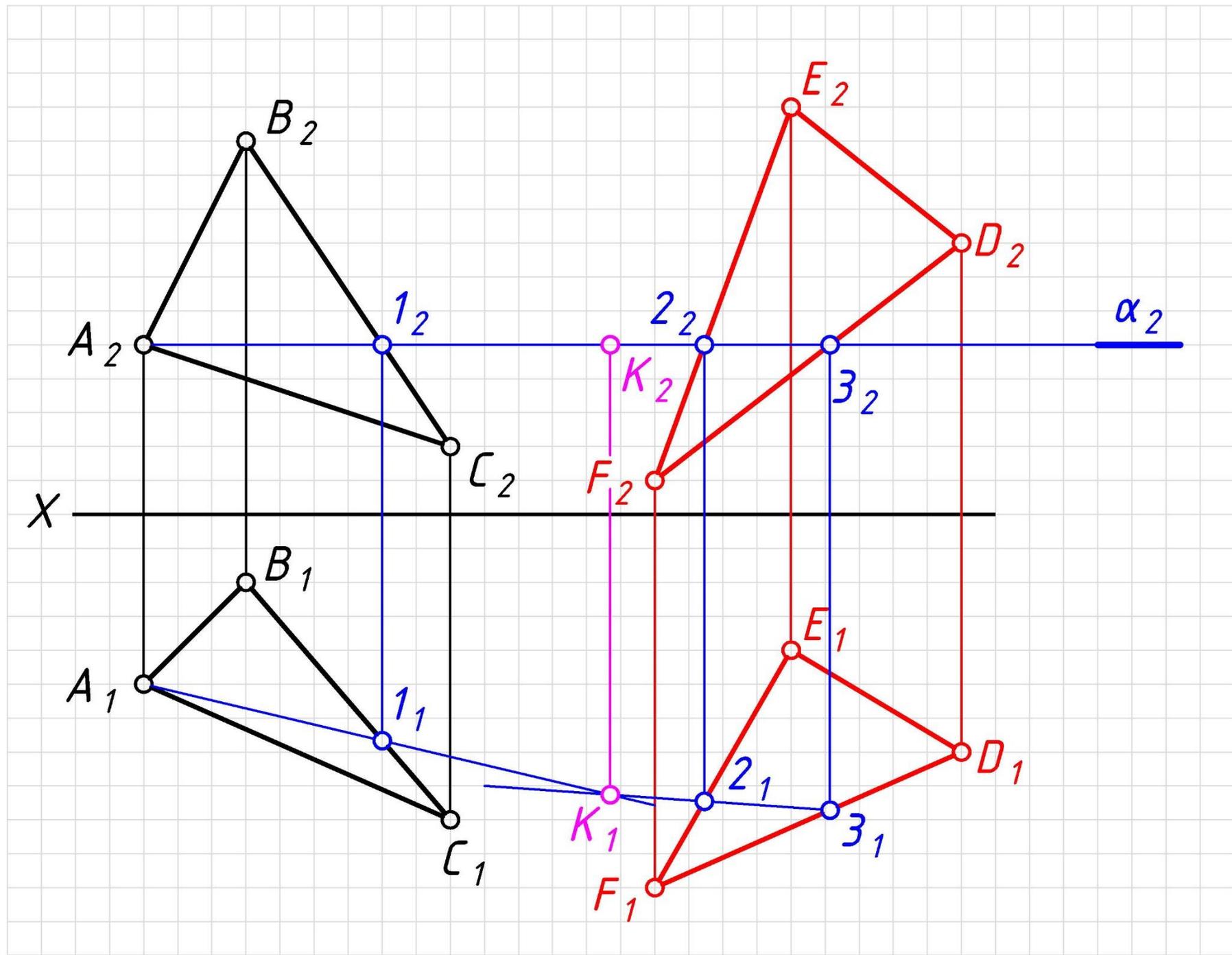


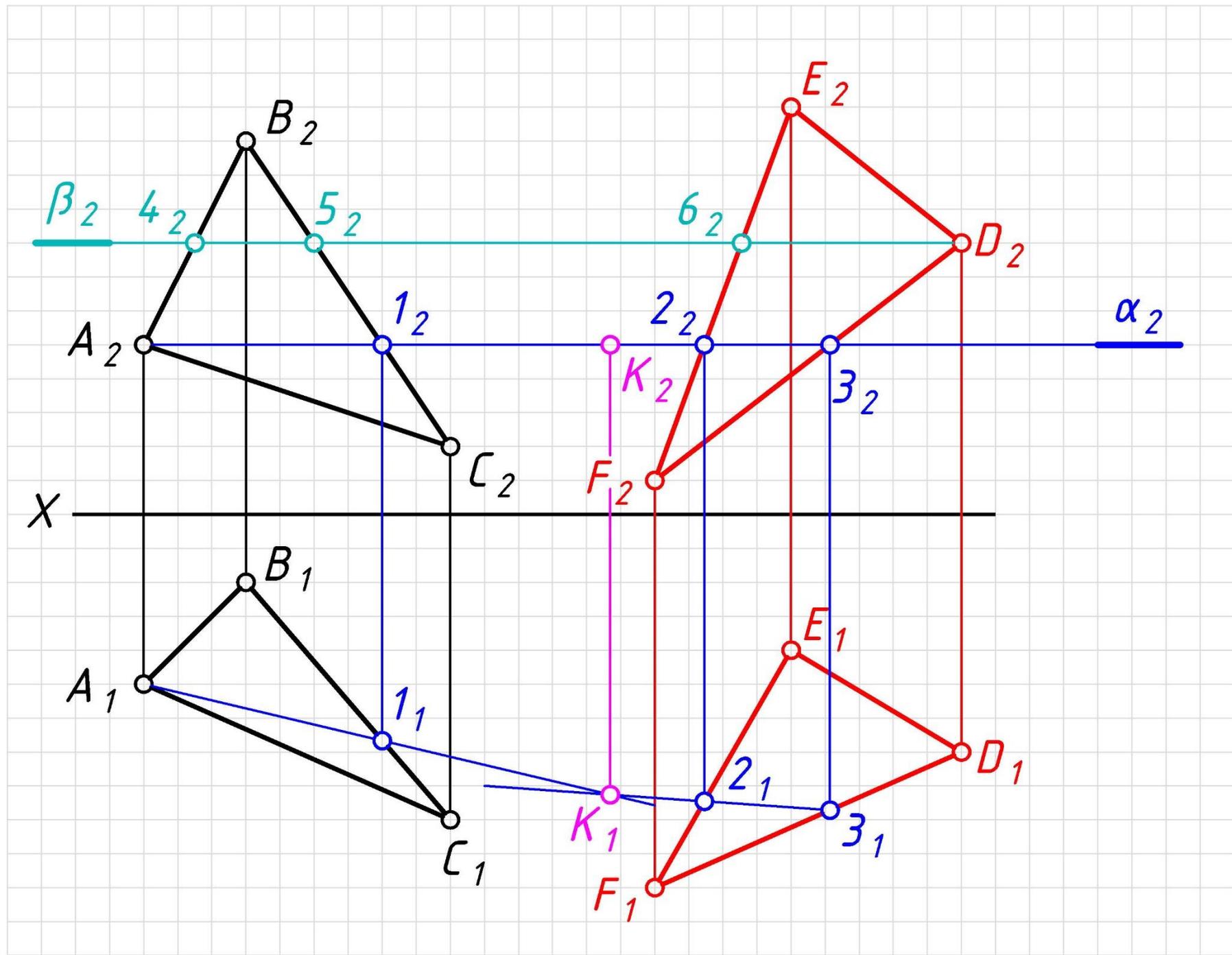


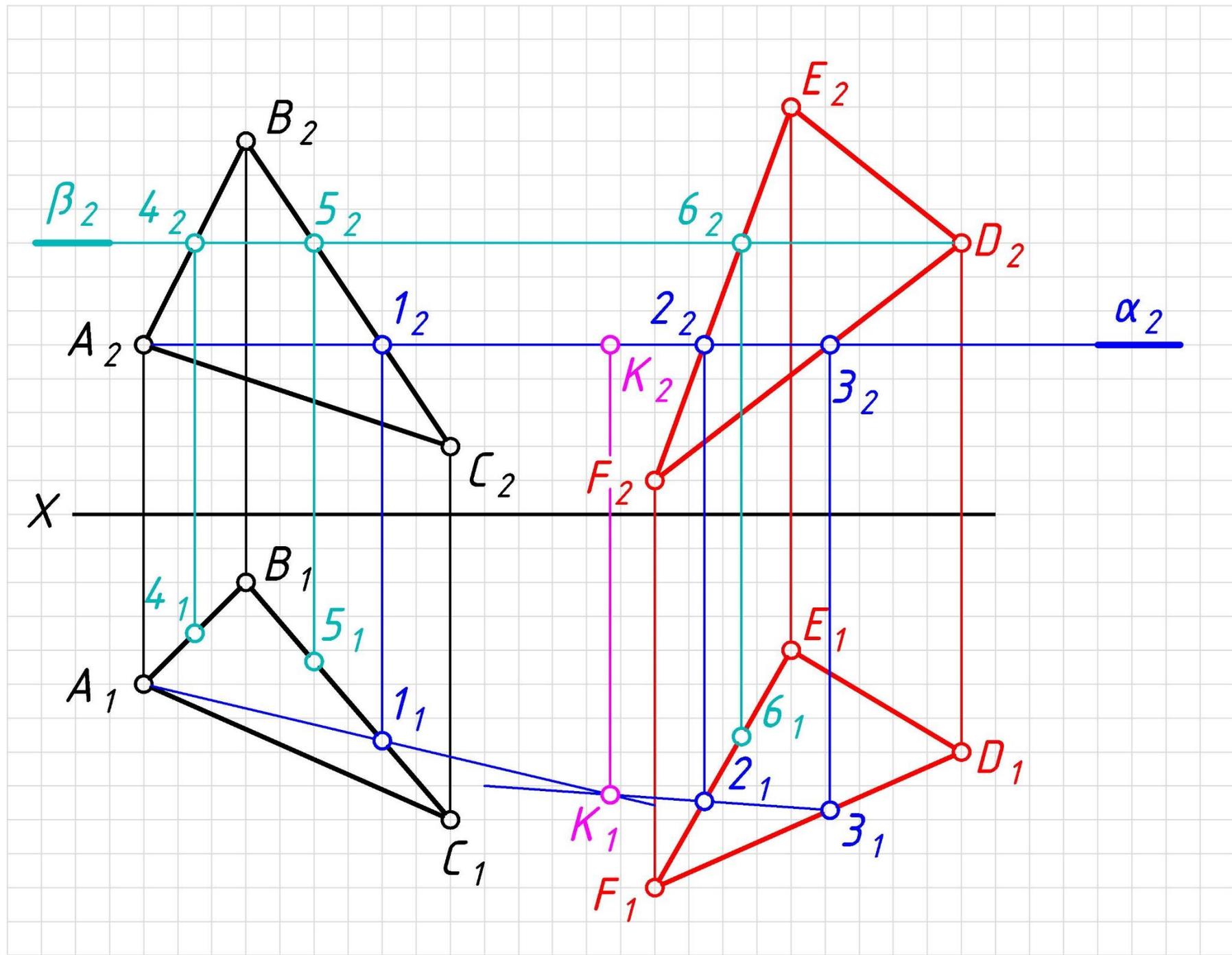


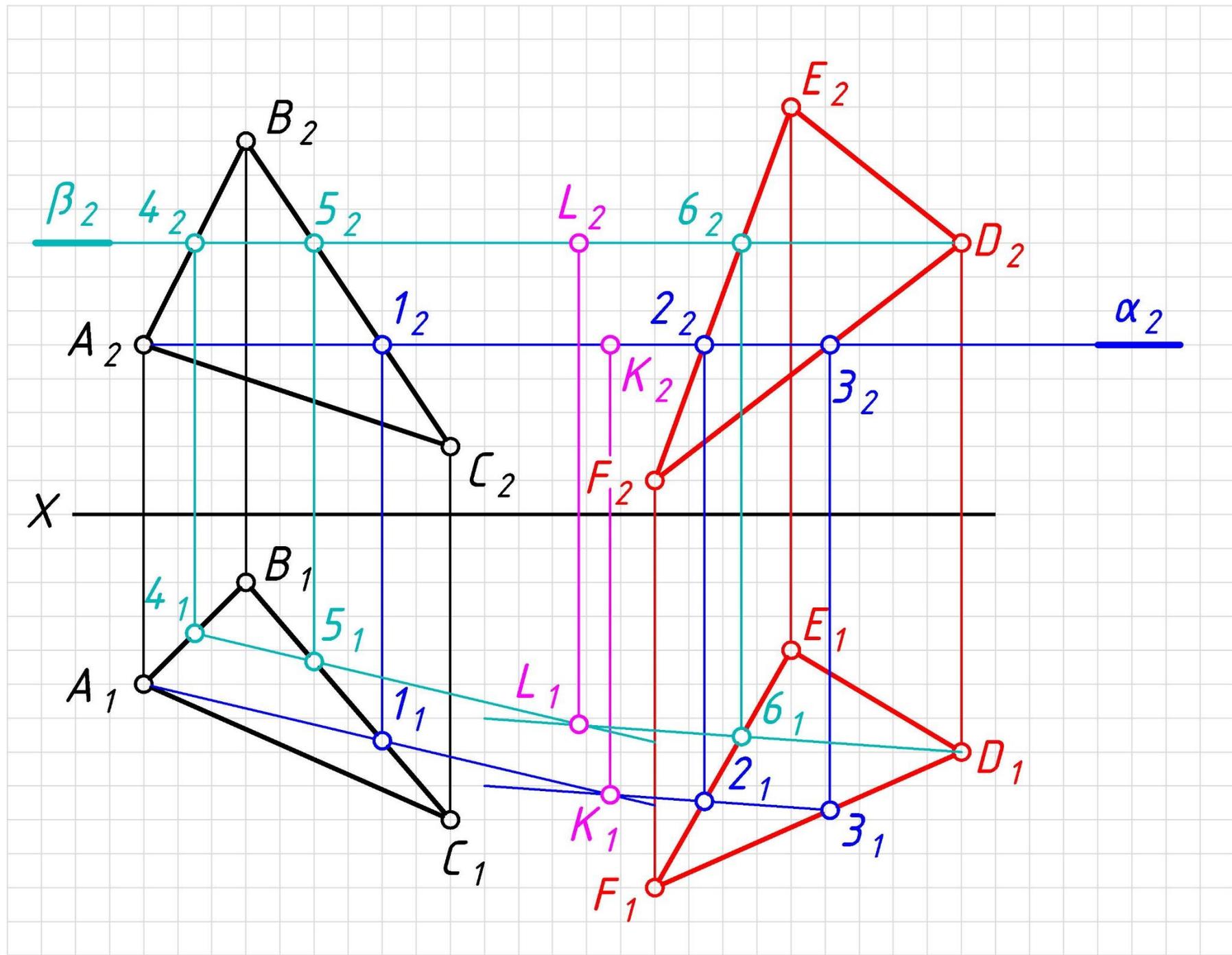


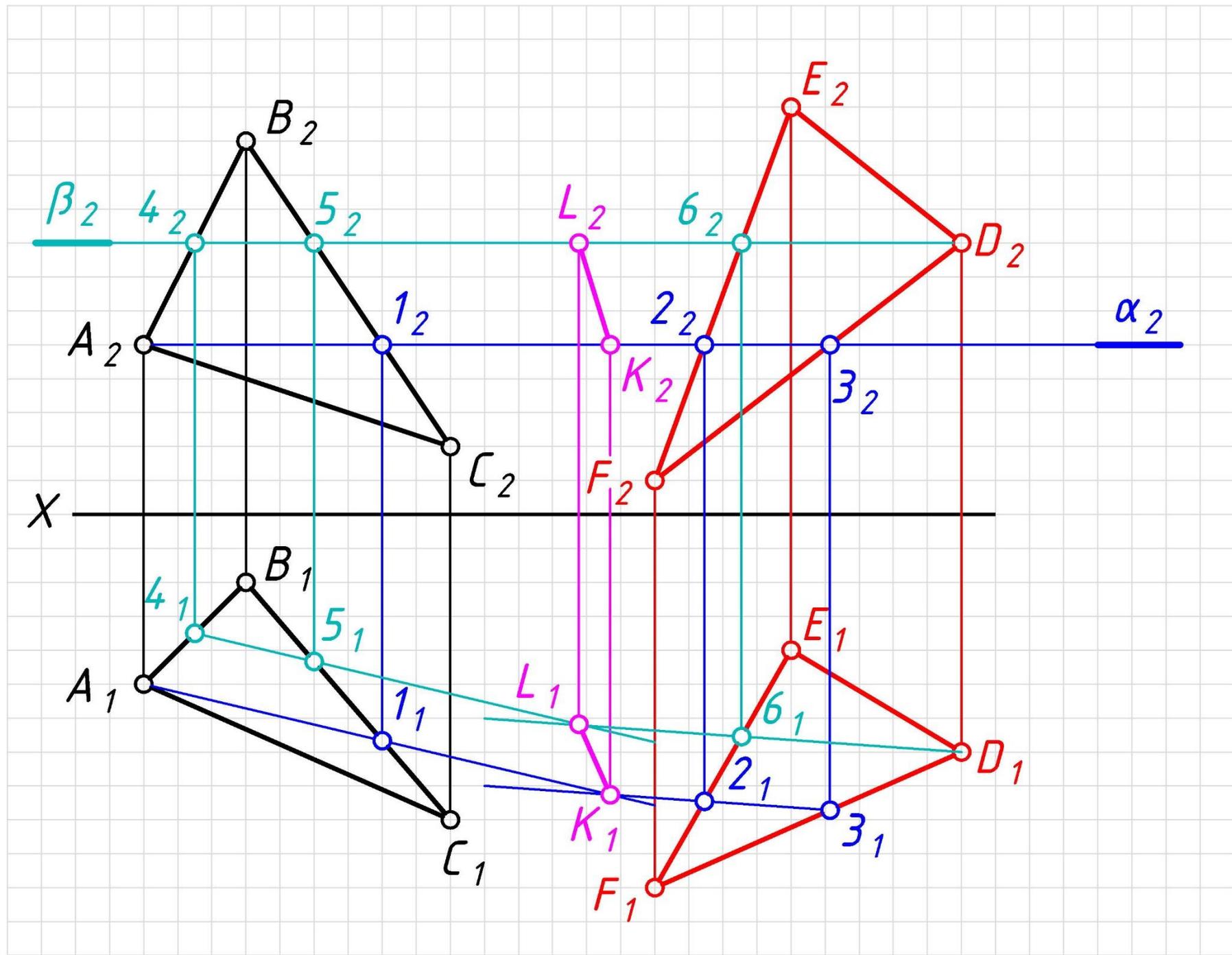








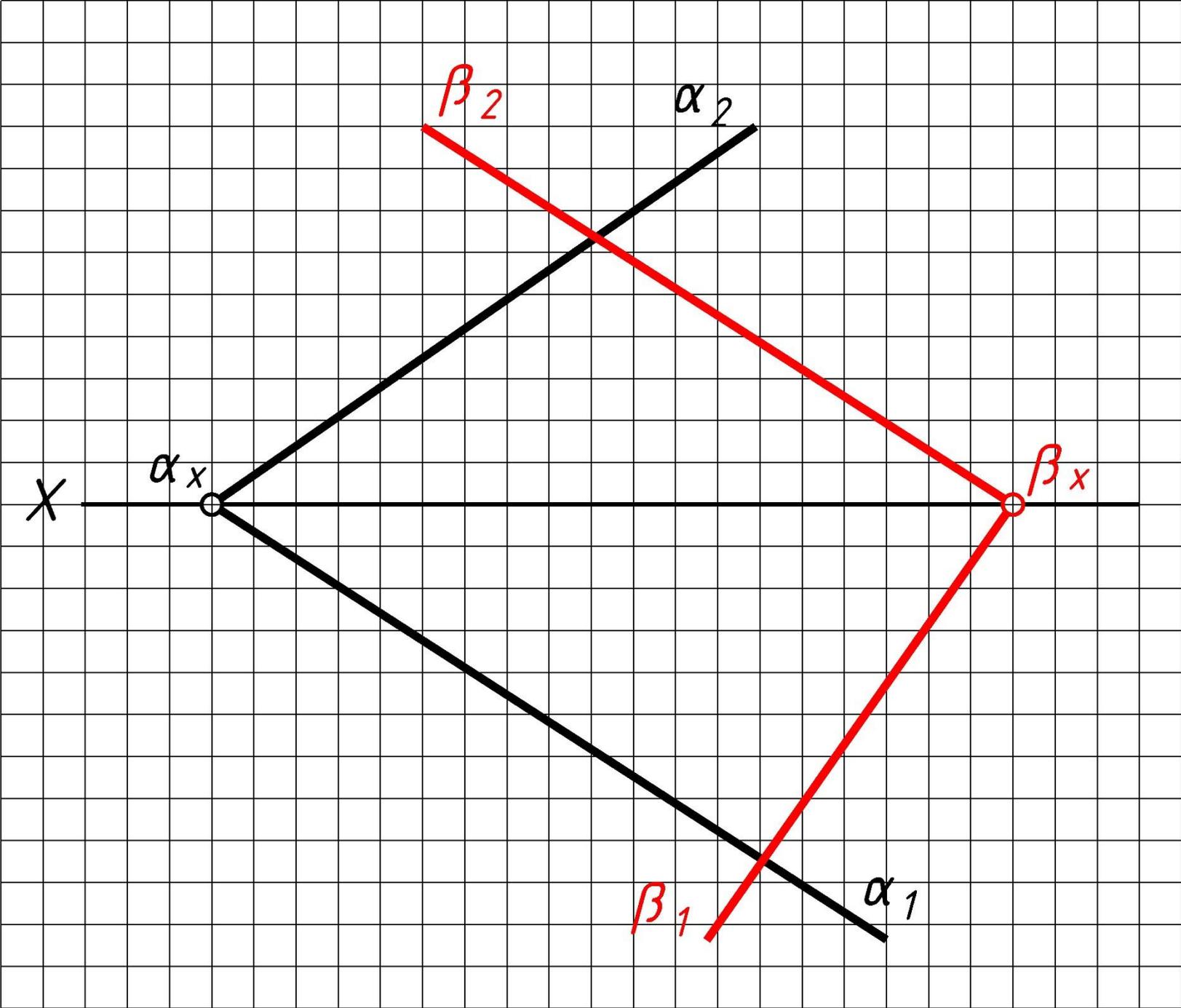


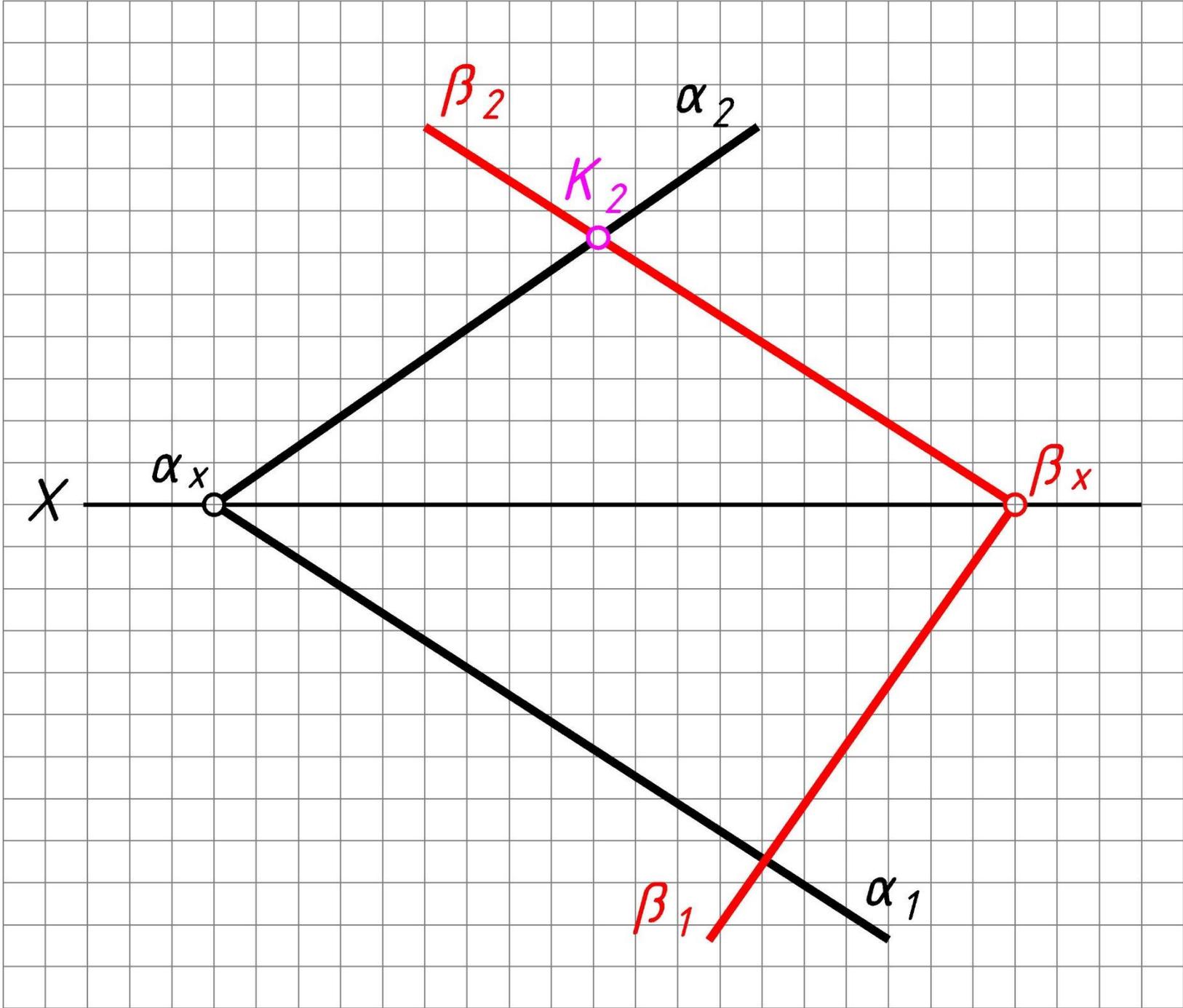


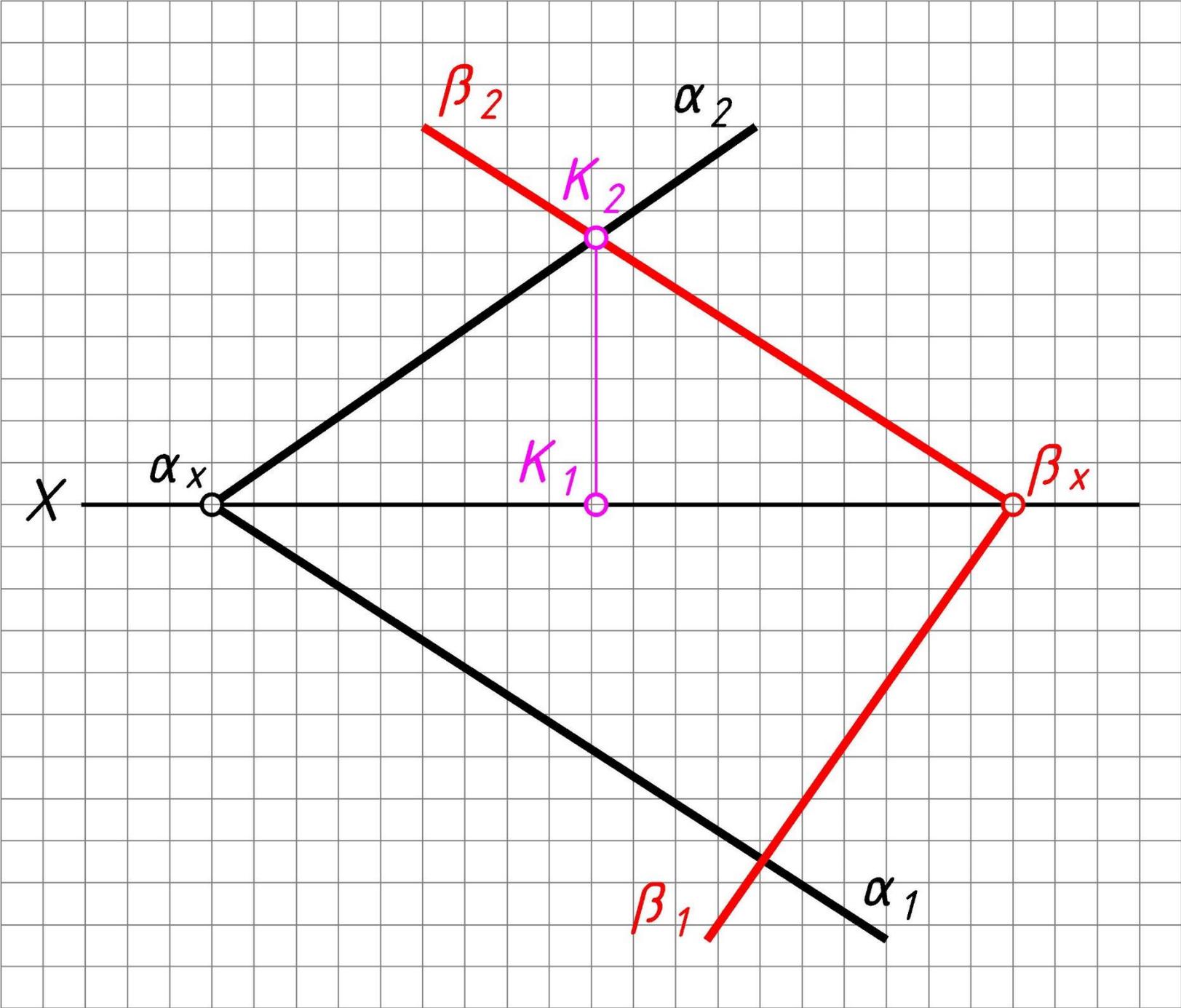
Если плоскости заданы следами.

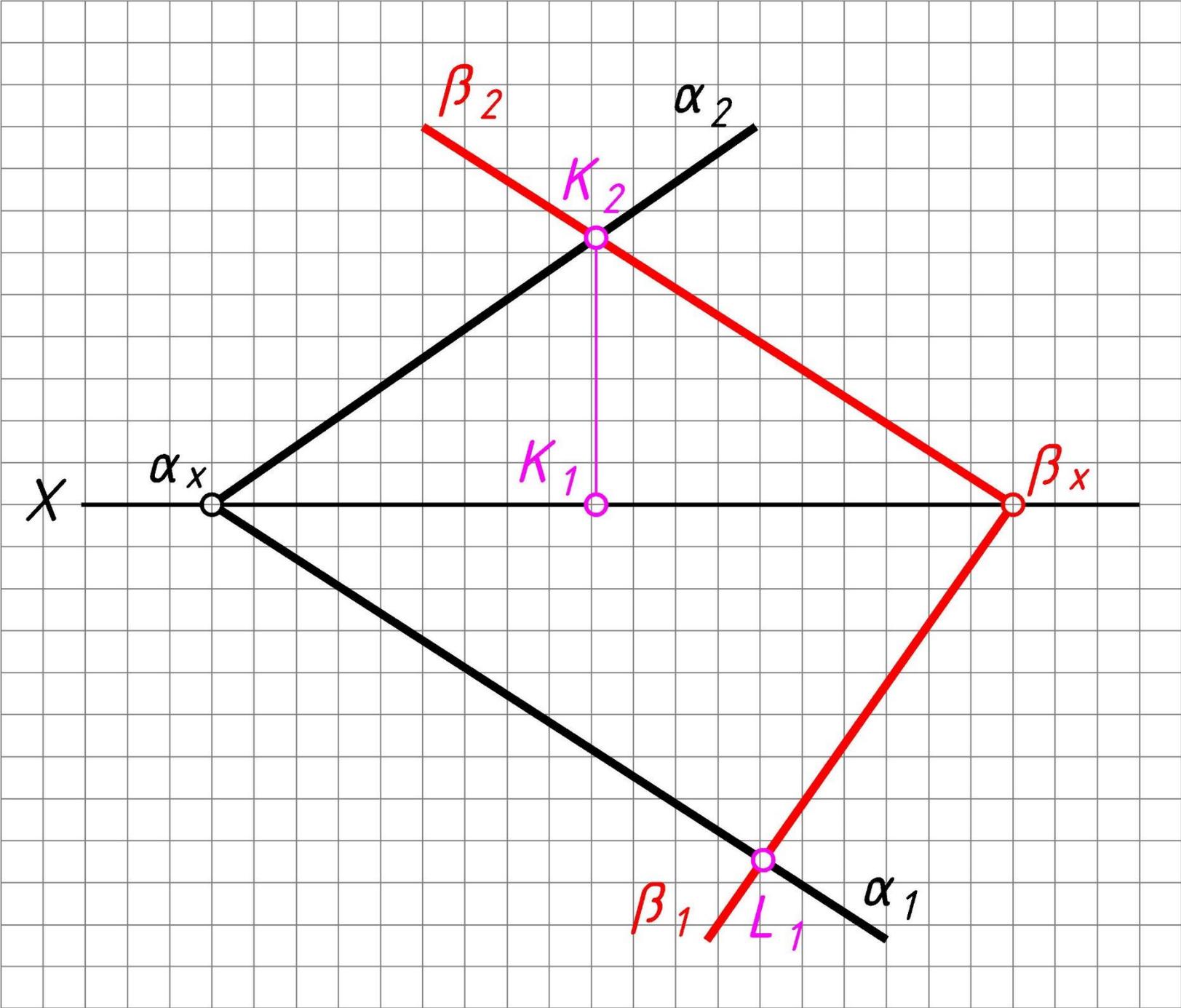
Алгоритм решения:

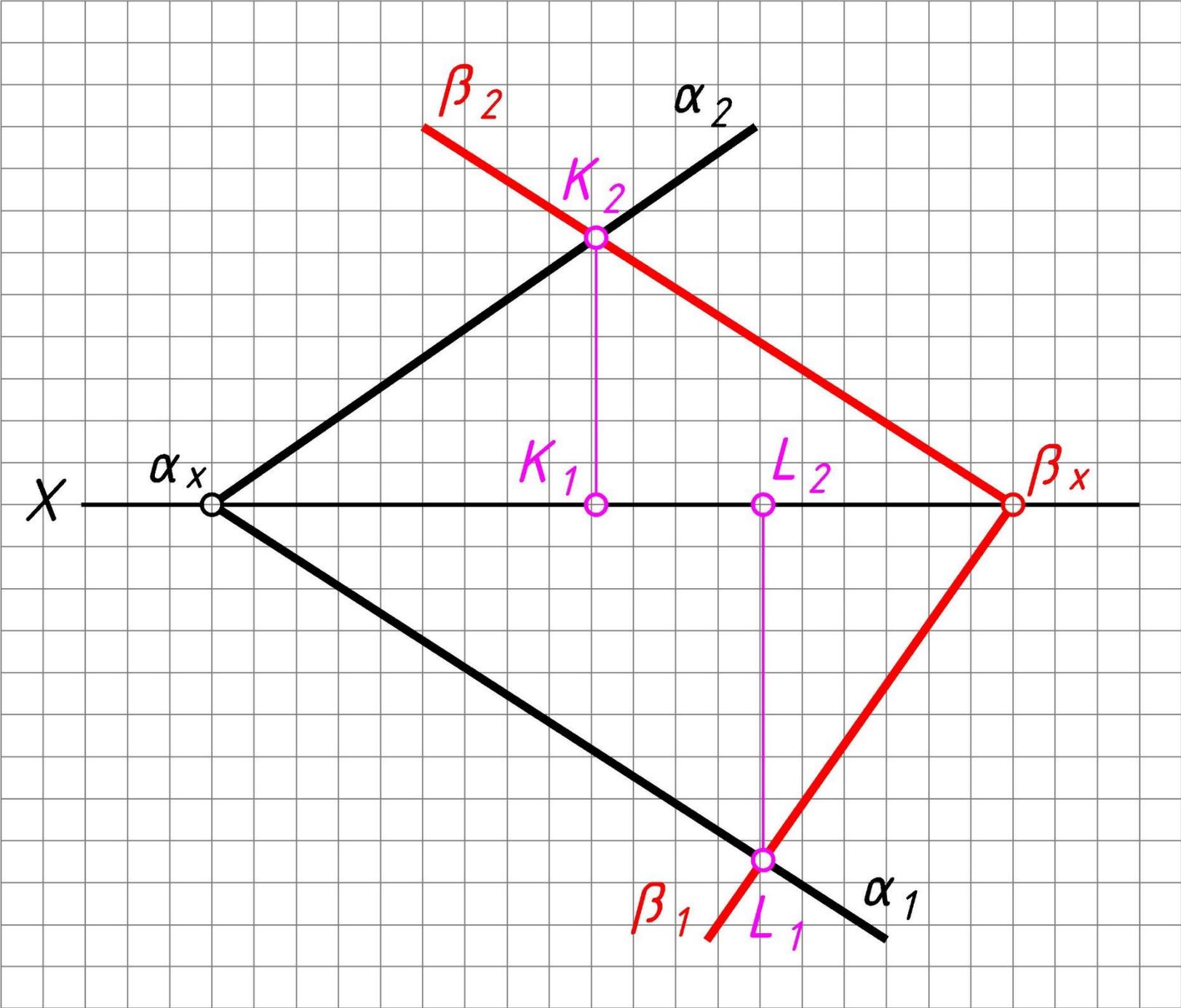
- 1. Определяем на чертеже точку K (K_2) пересечения фронтальных следов плоскостей α и β . Горизонтальная проекция точки K принадлежит оси X : $K_1 \in OX$.**
- 2. Определяем на чертеже точку L (L_1) пересечения горизонтальных следов плоскостей α и β . Фронтальная проекция точки L принадлежит оси X : $L_2 \in OX$.**
- 3. Одноименные проекции точек K и L соединяем прямыми. KL (K_1L_1, K_2L_2) – искомая линия пересечения плоскостей α и β .**

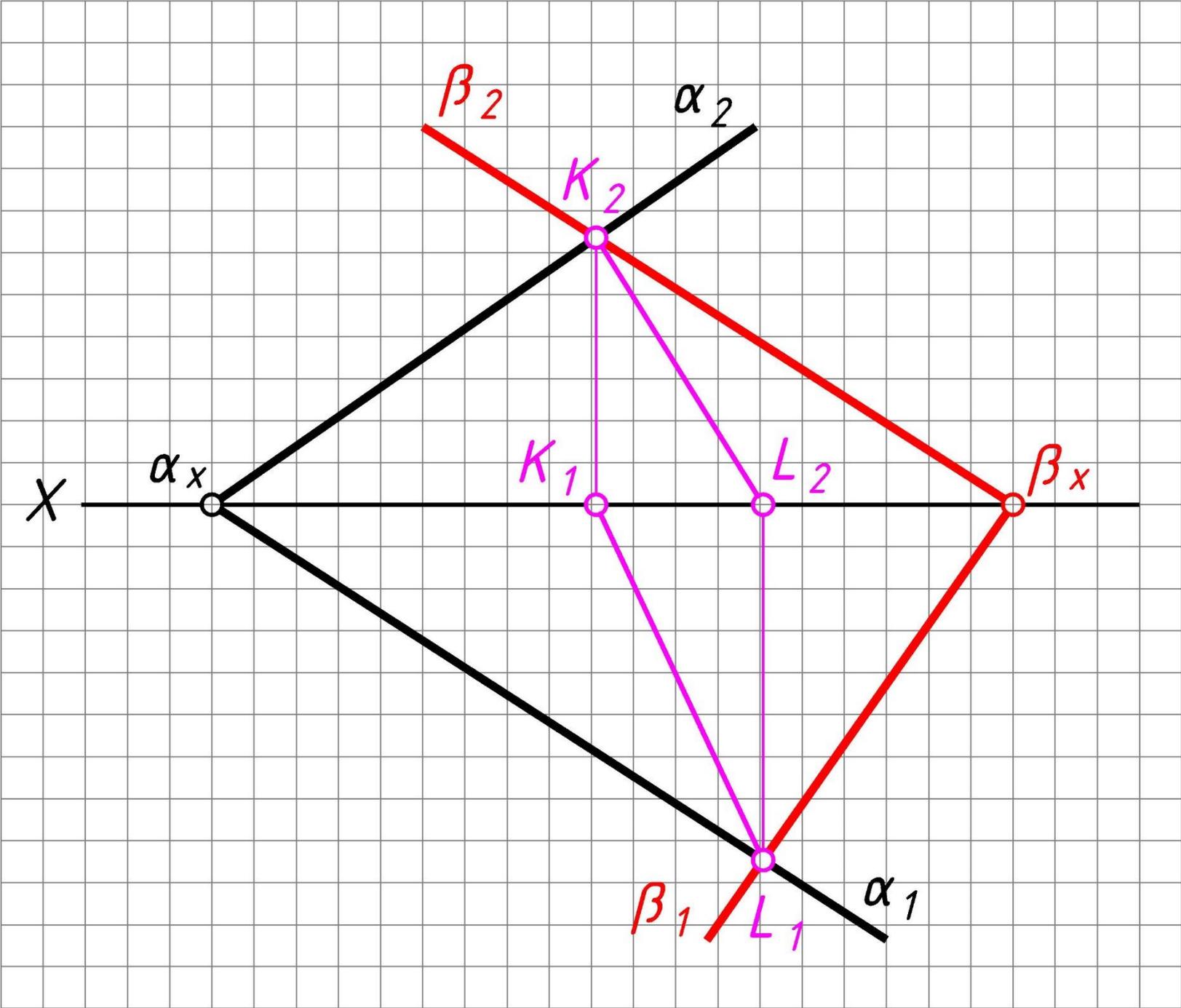












Частные случаи пересечения двух плоскостей

Одна, или обе плоскости занимают частное положение относительно плоскостей проекций. Используется свойство «собирательности» проецирующих ГО.

Дано: ABC – плоскость общего положения, α – горизонтально проецирующая плоскость.

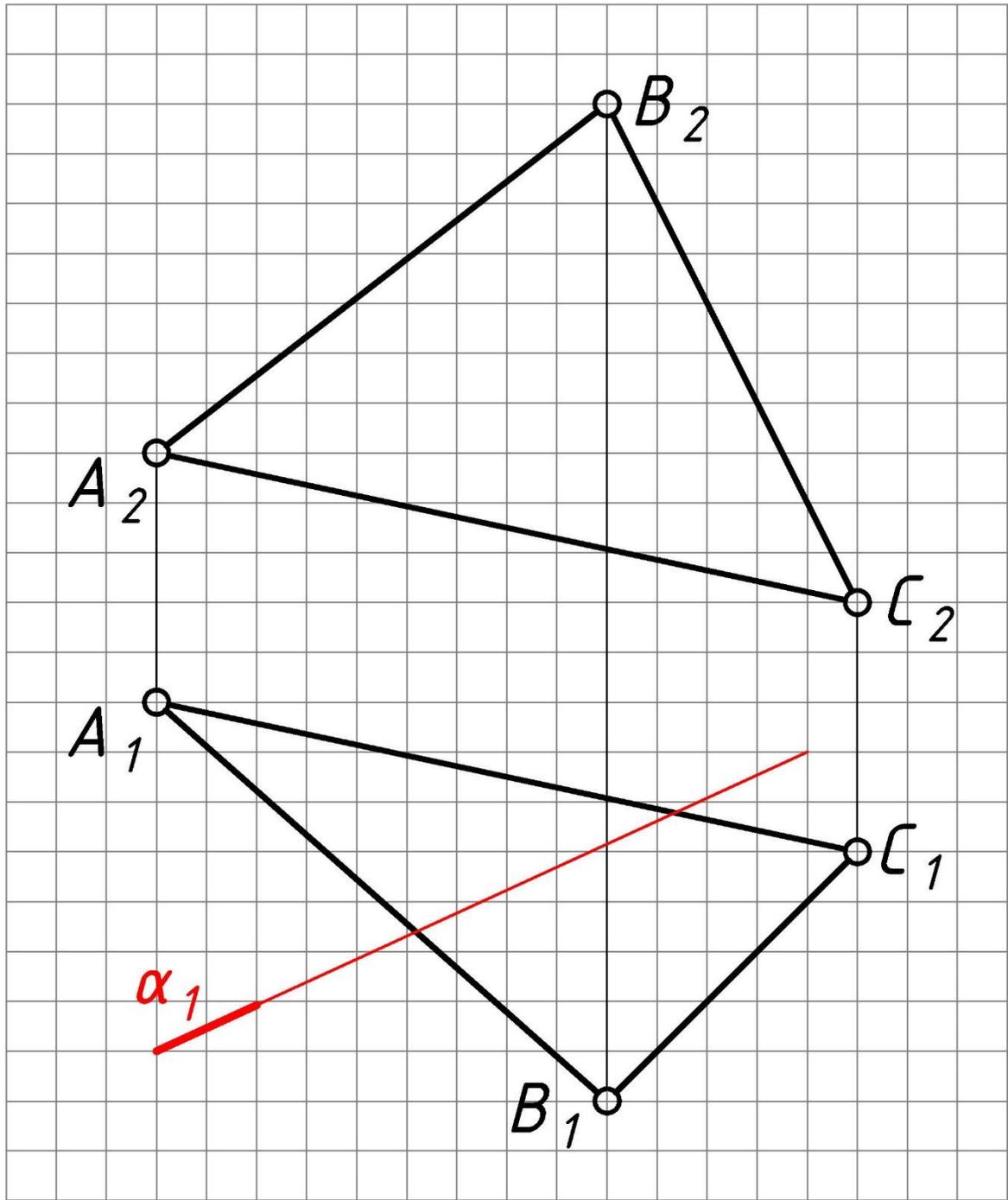
Найти: проекции прямой 12 пересечения плоскостей ABC и α .

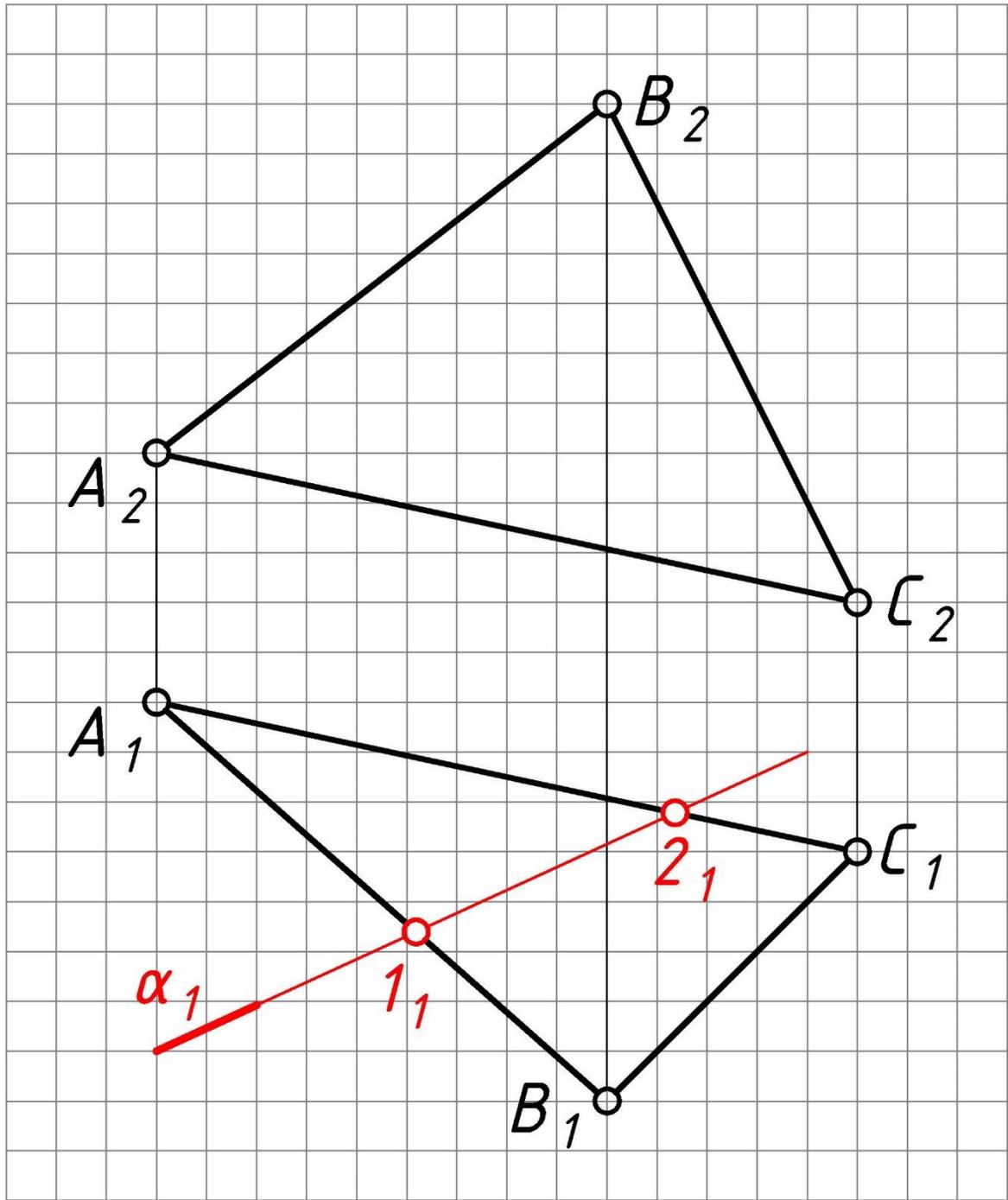
Решение:

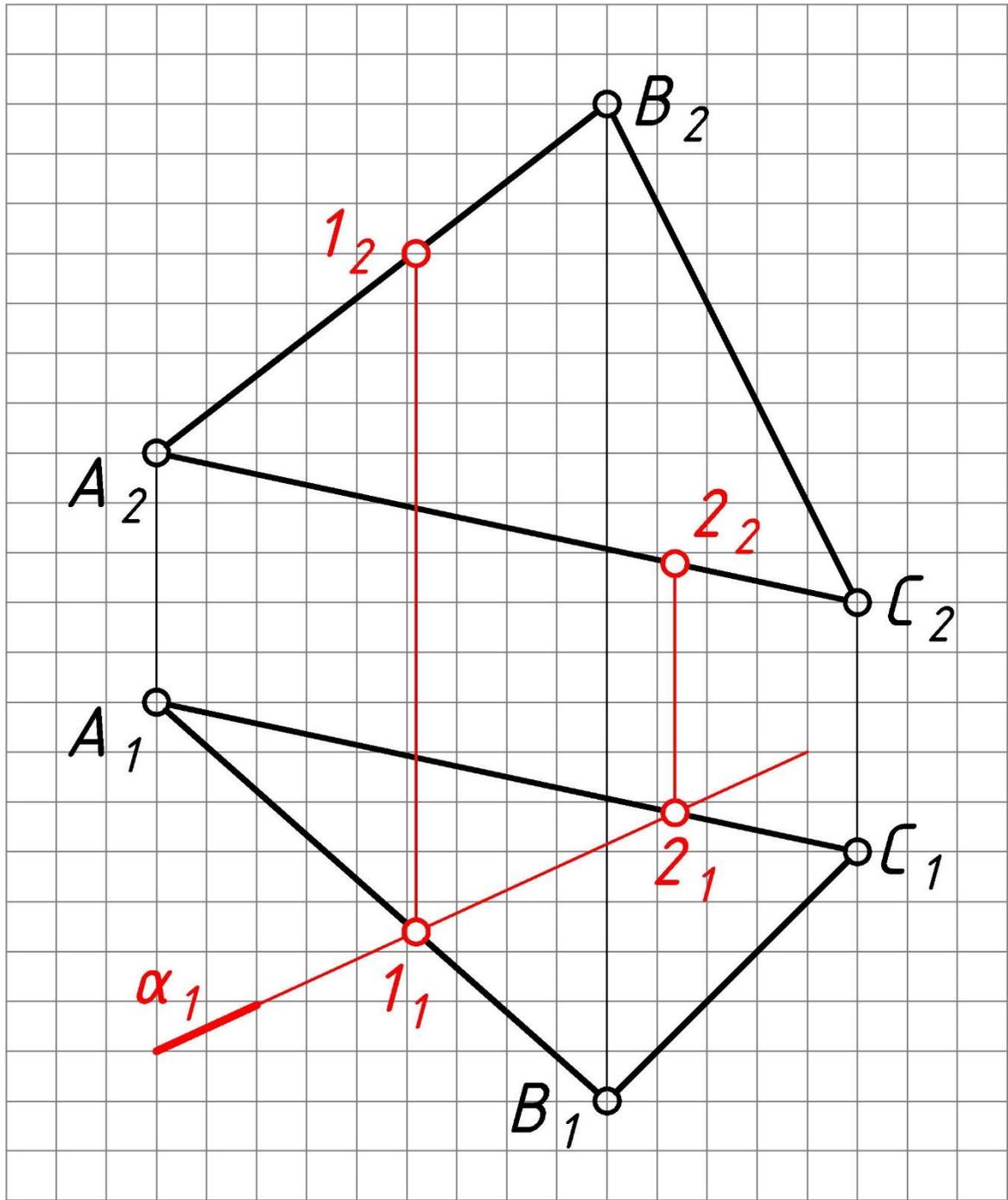
1. $1_1 = A_1B_1 \cap \alpha_1, 2_1 = A_1C_1 \cap \alpha_1.$

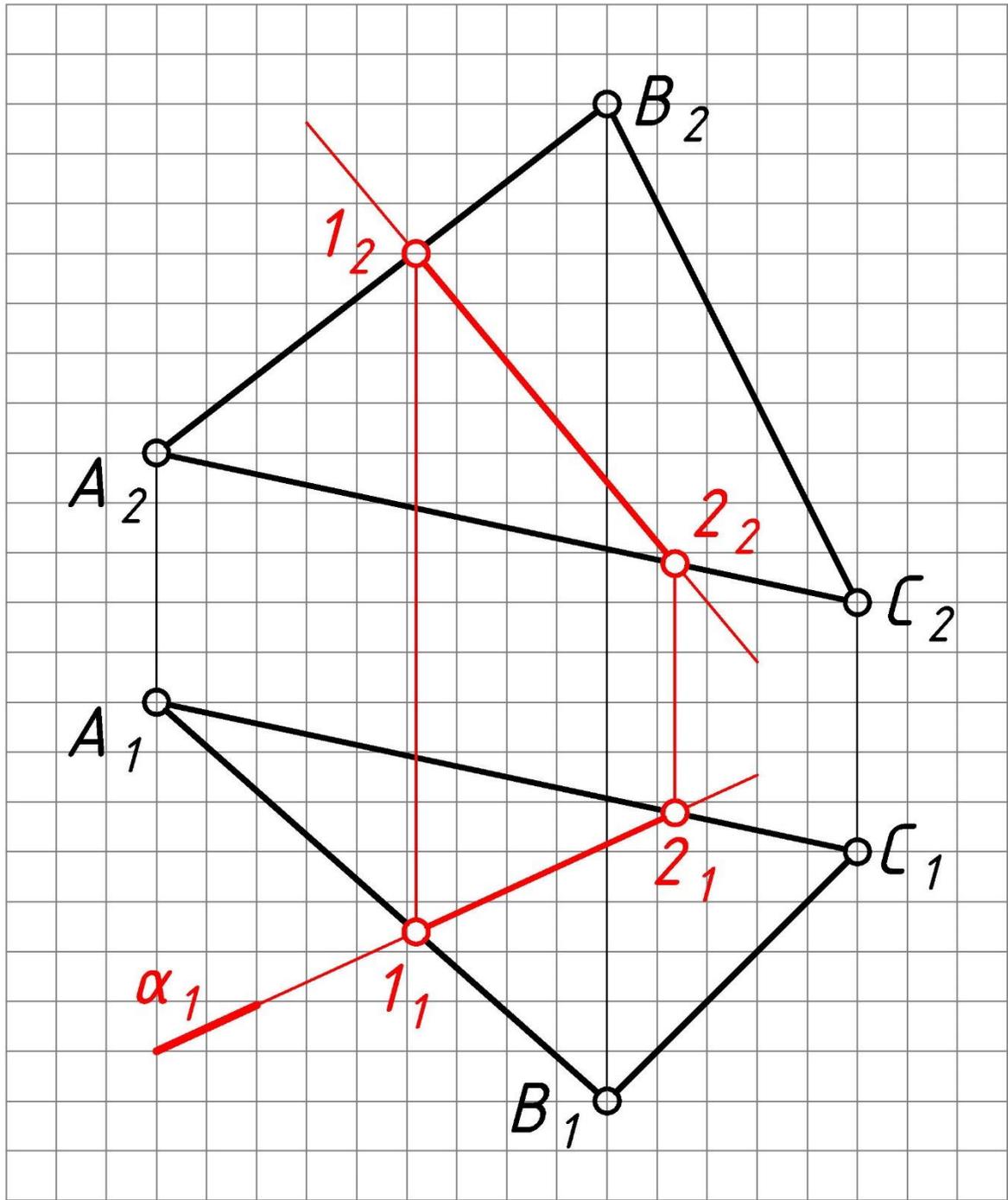
2. $1_2 \in A_2B_2, 2_2 \in A_2C_2$

3. $12 (1_12_1, 1_22_2)$ – искомая линия пересечения плоскостей.







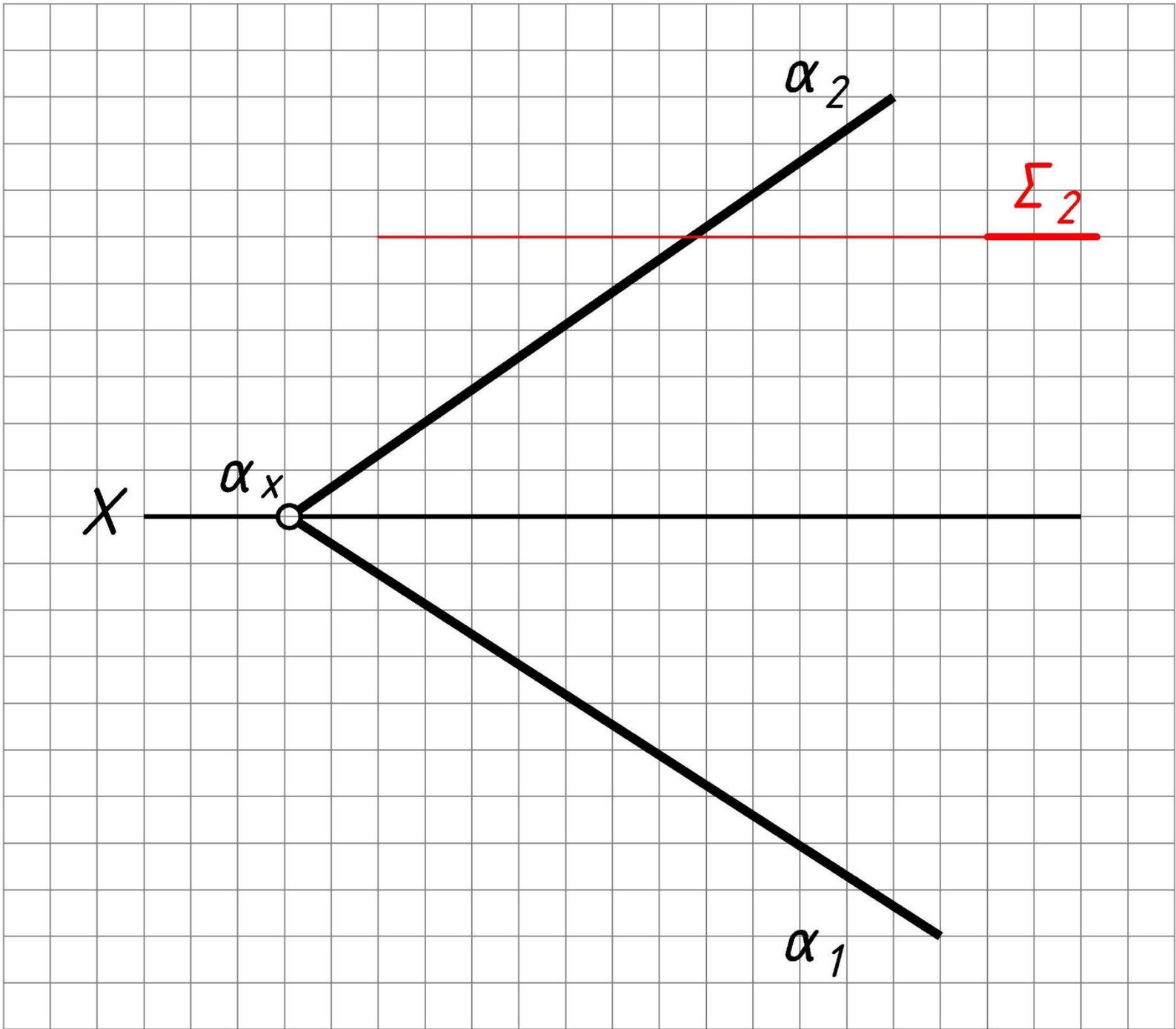


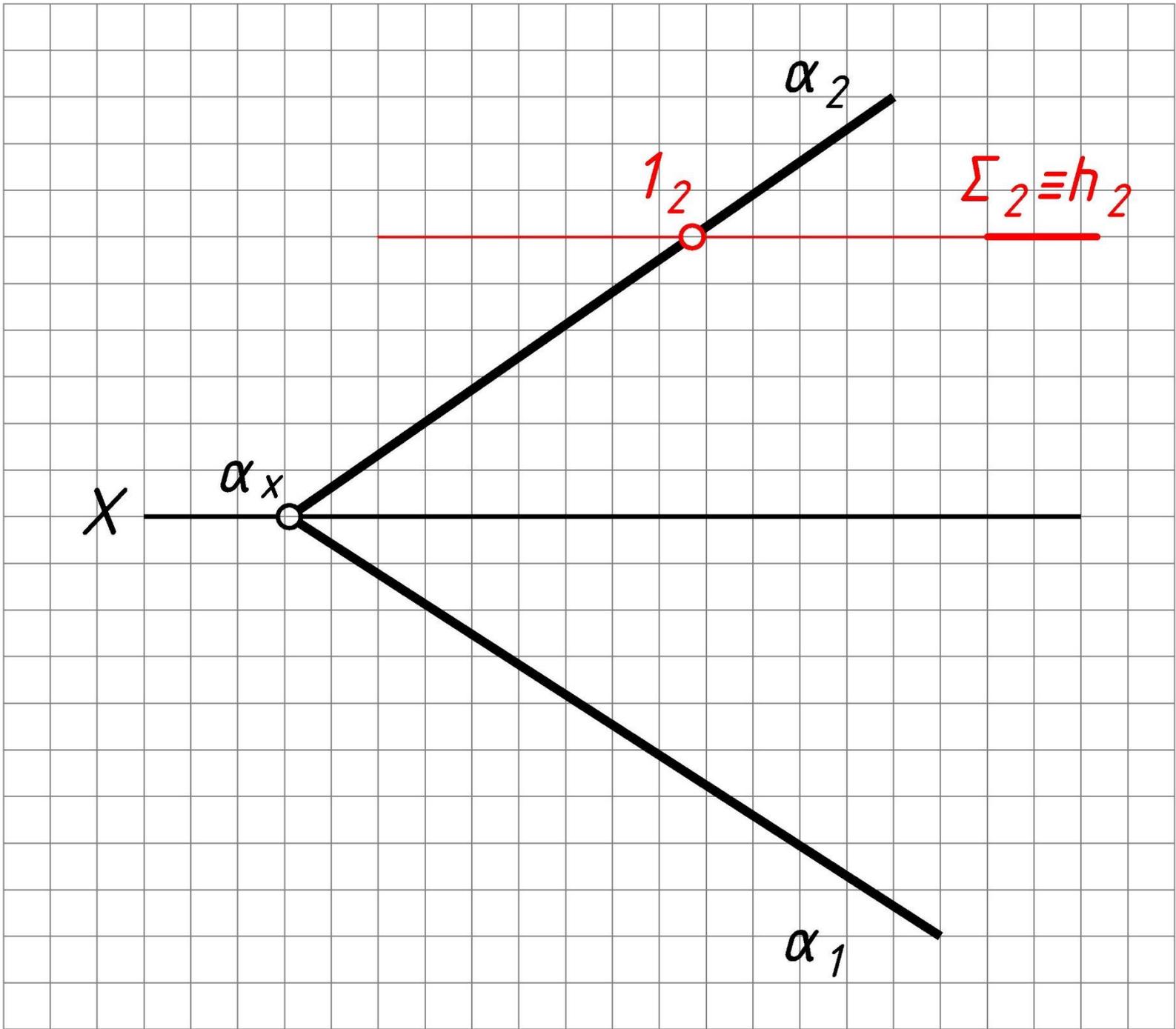
Дано: α – плоскость общего положения, Σ – плоскость горизонтального уровня.

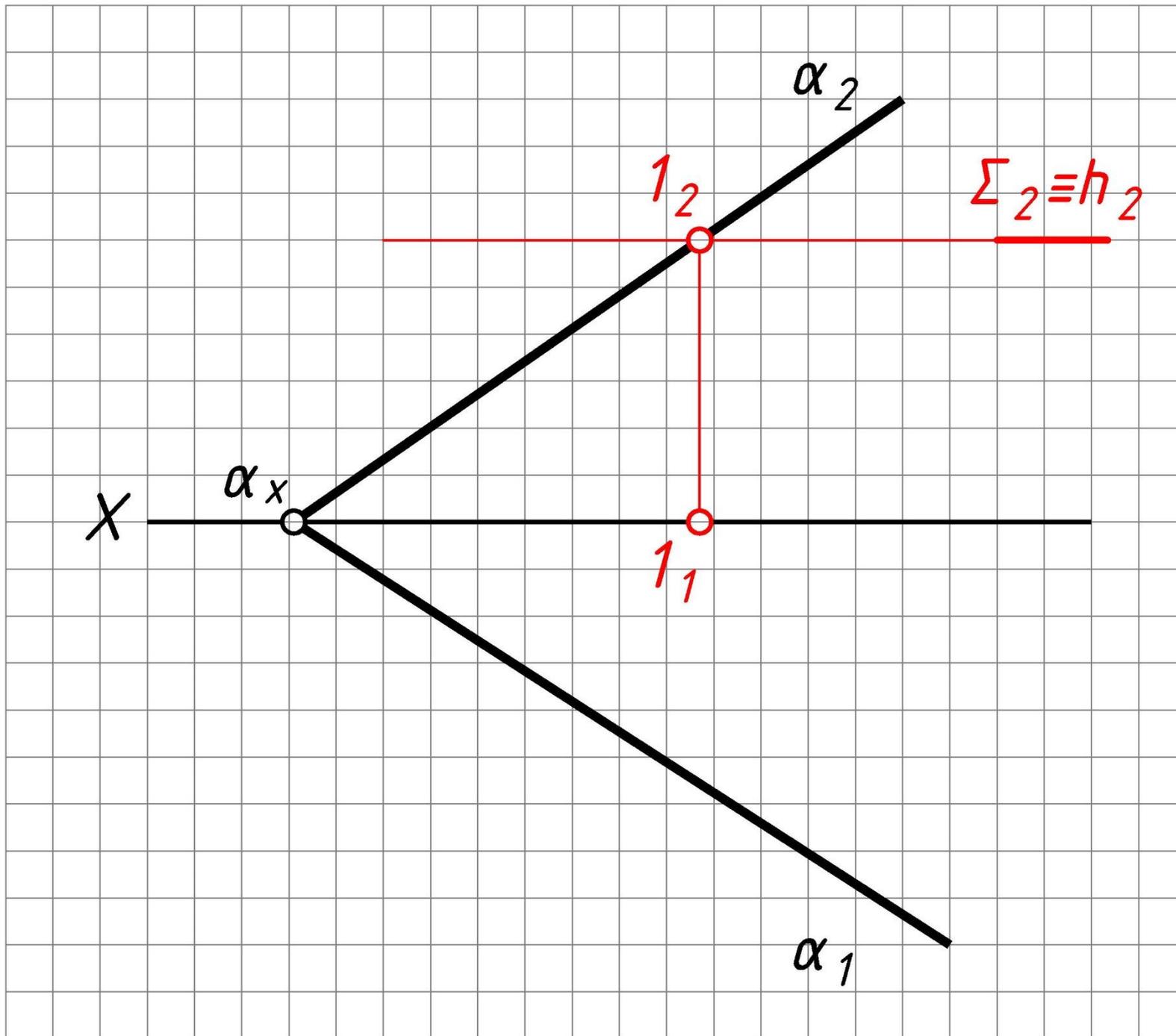
Найти: проекции прямой пересечения плоскостей α и Σ .

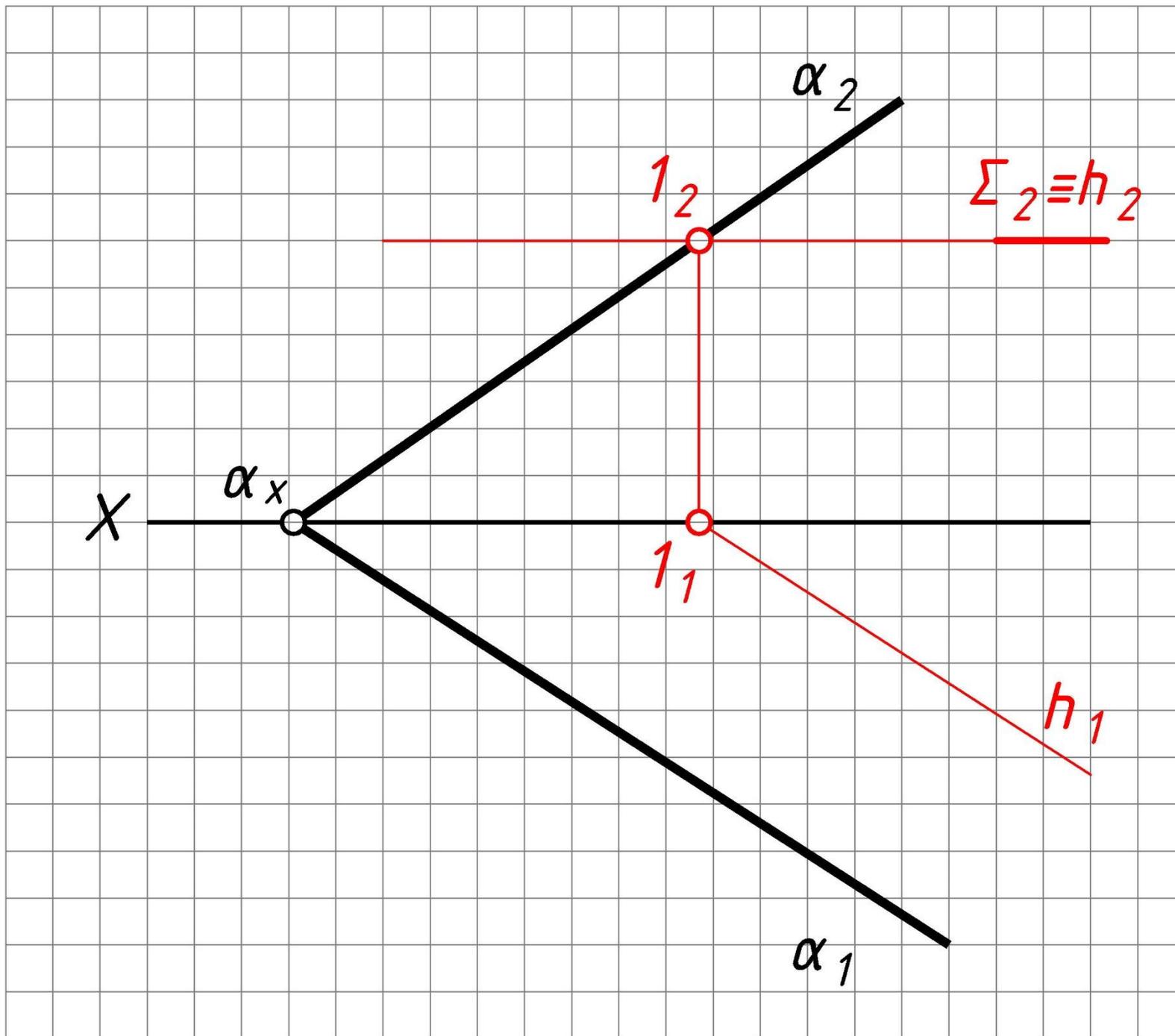
Решение:

- 1. Плоскость уровня пересекает плоскость общего положения по горизонтали h .**
- 2. $h_2 \equiv \Sigma_2$.**
- 3. $1_2 = h_2 \cap \alpha_2$.**
- 4. $1_1 \in OX$.**
- 5. Через 1_1 проводим h_1 , $h_1 // \alpha_1$.**
- 6. $h (h_1, h_2)$ – искомая линия пересечения плоскостей.**









Общий случай пересечения прямой и плоскости

В результате пересечения прямой с плоскостью образуется точка, которая одновременно принадлежит и прямой и плоскости.

Алгоритм решения:

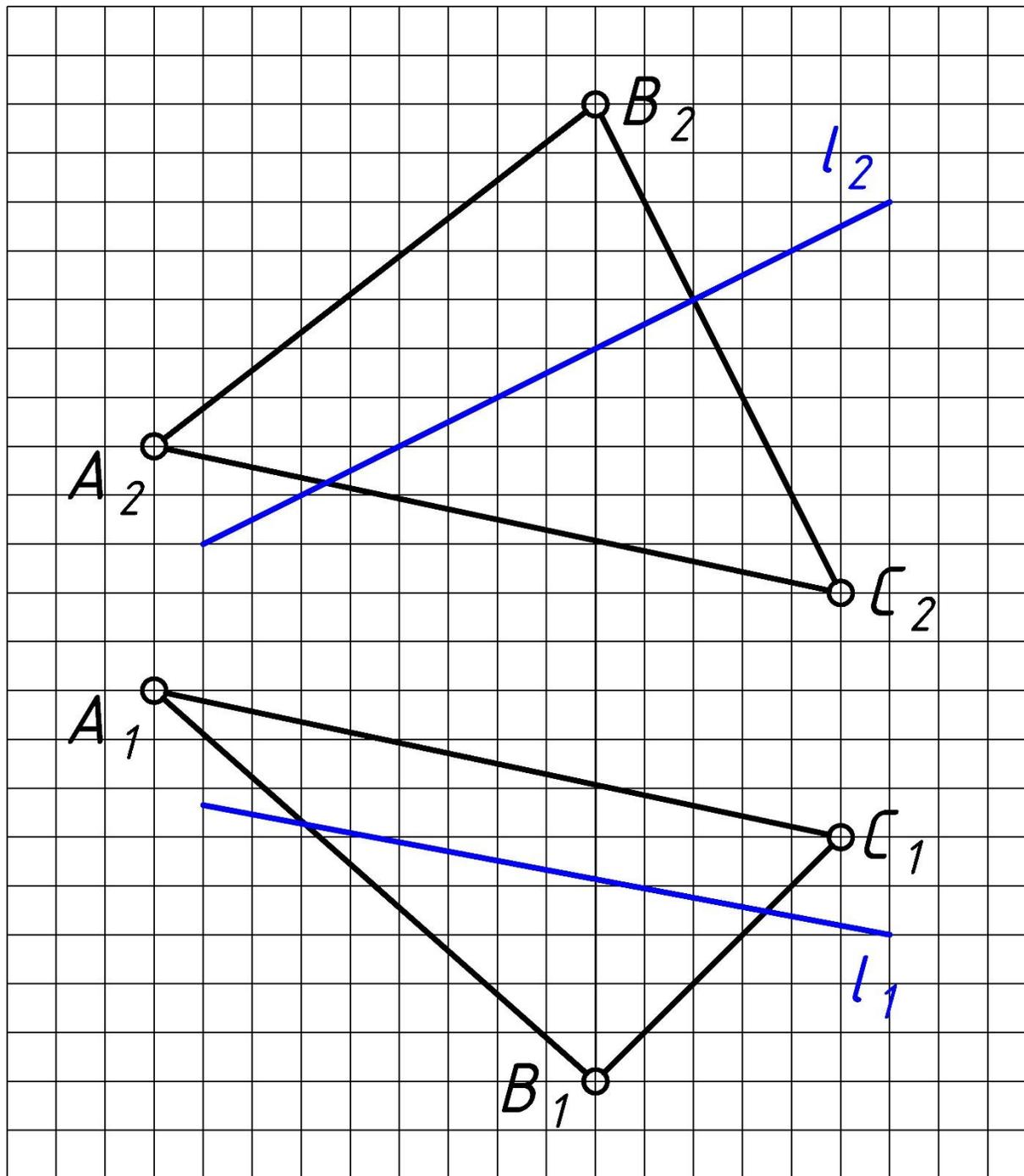
1. Заключаем прямую l во вспомогательную плоскость-посредник частного положения (проецирующую, либо уровня) γ (фронтально проецирующую).

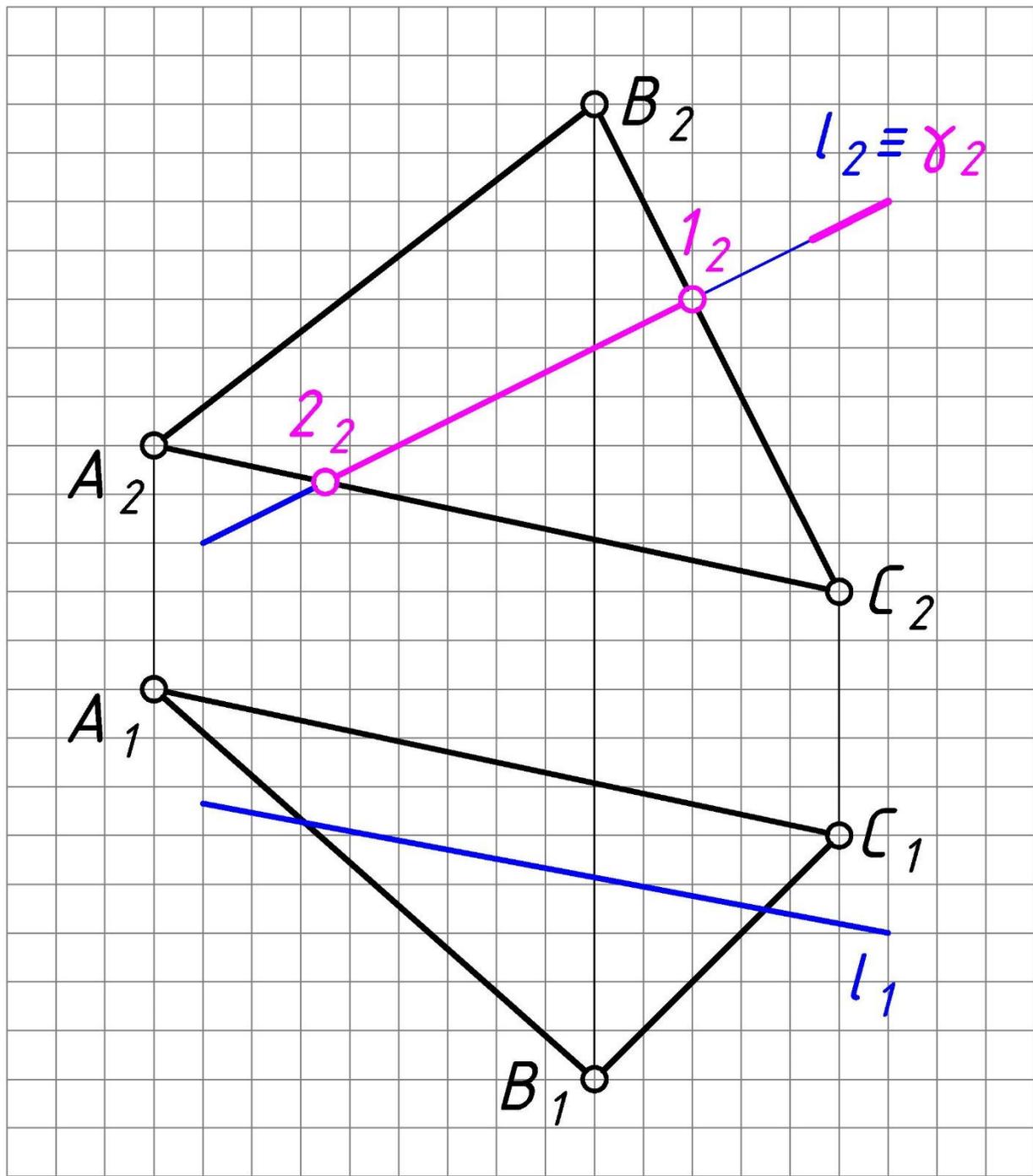
2. Определяем линию пересечения l_2 заданной плоскости ABC со вспомогательной плоскостью-посредником γ .

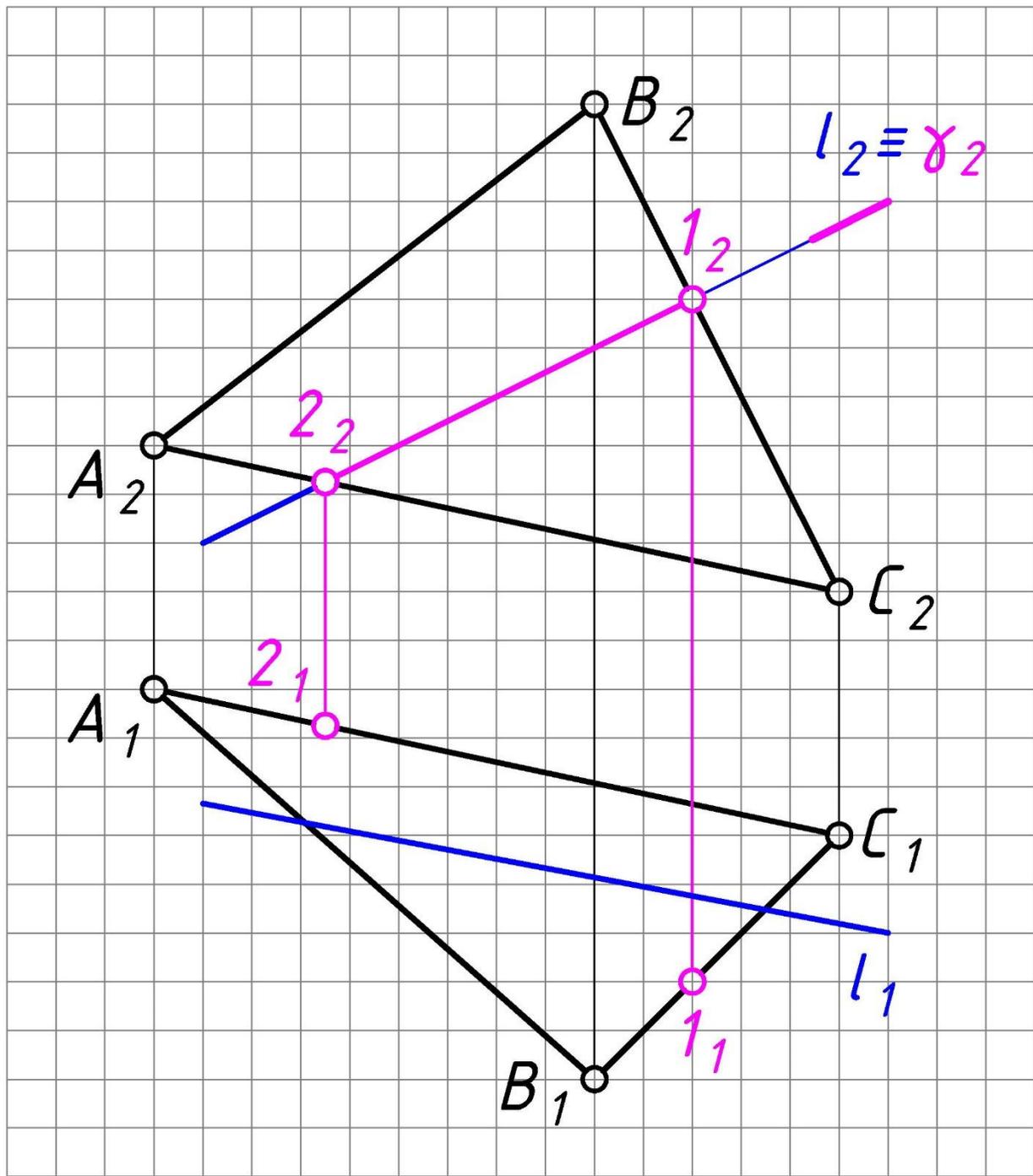
3. Определяем точку пересечения заданной прямой l с заданной плоскостью ABC , как точку пересечения этой прямой с линией пересечения плоскостей:

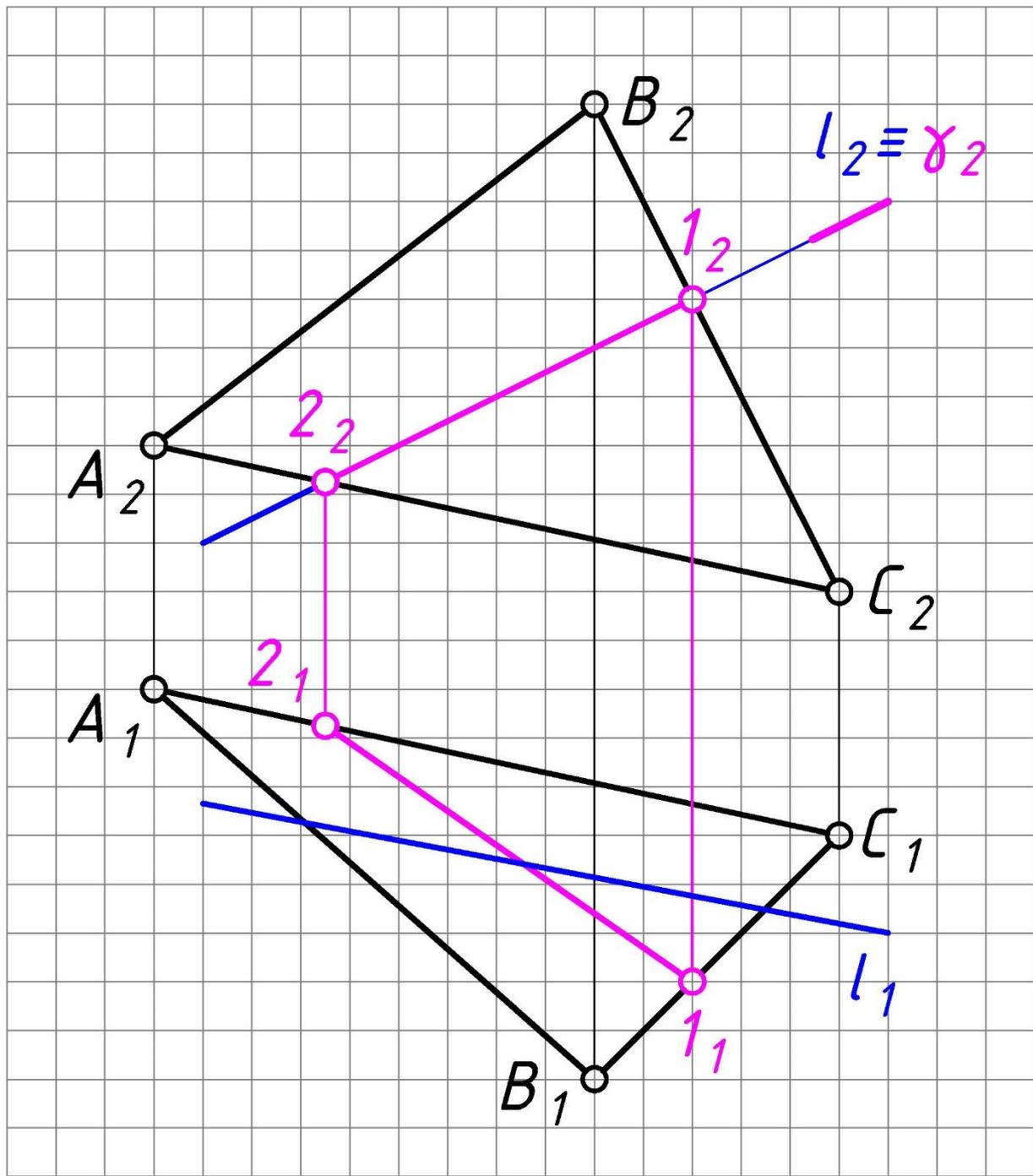
$$K_1 = l_1 \cap l_2,$$

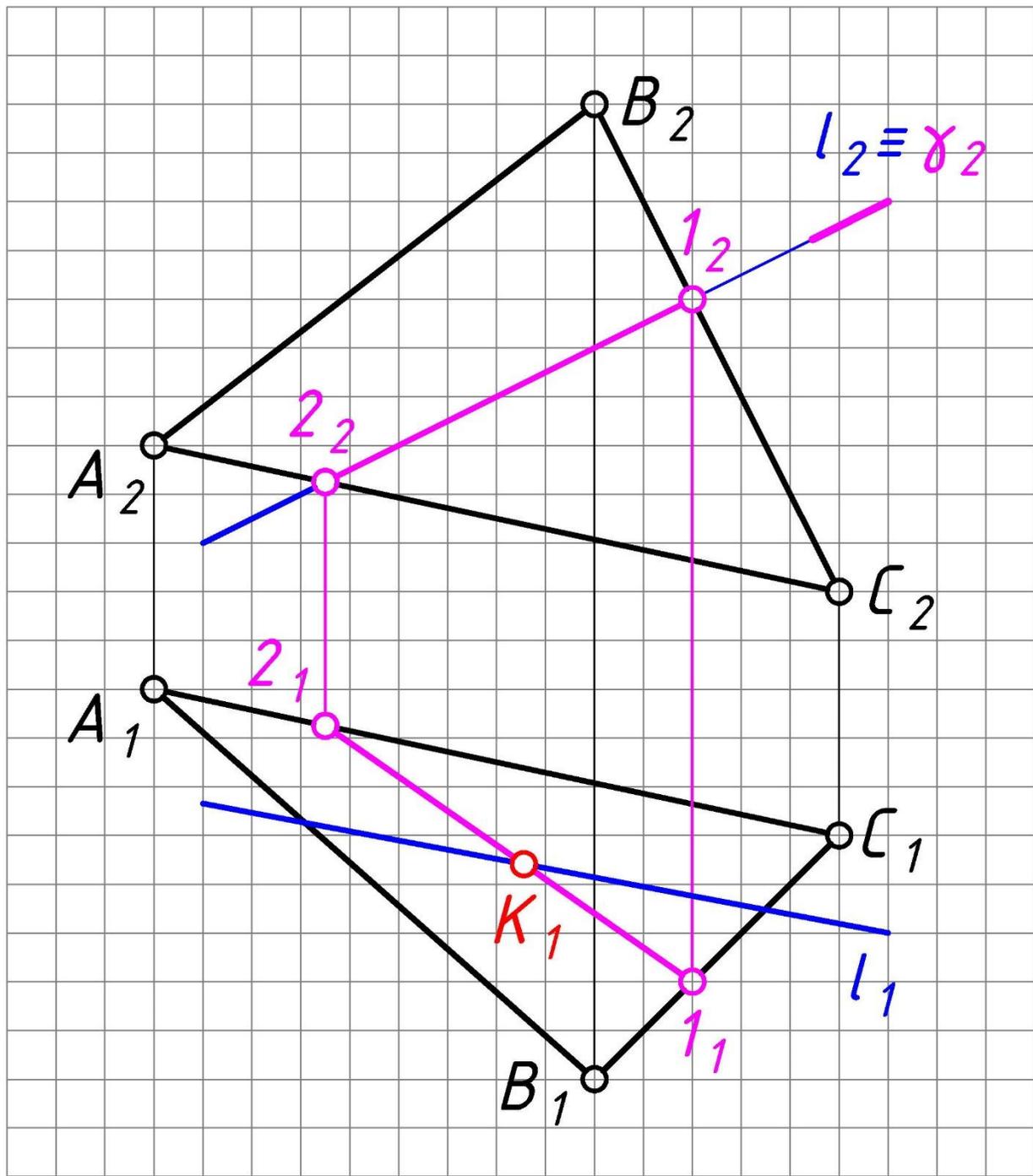
$$K \in l$$

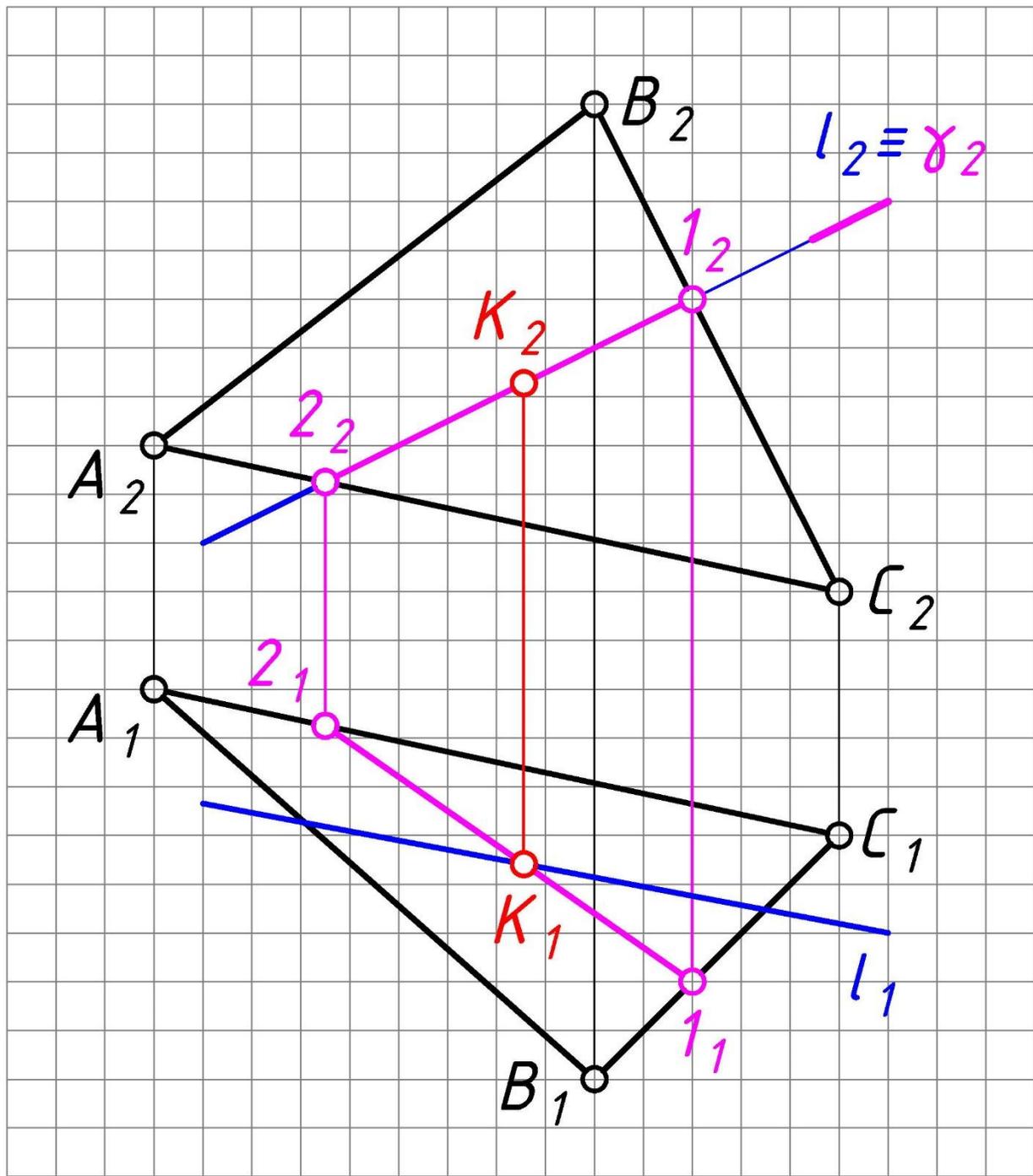


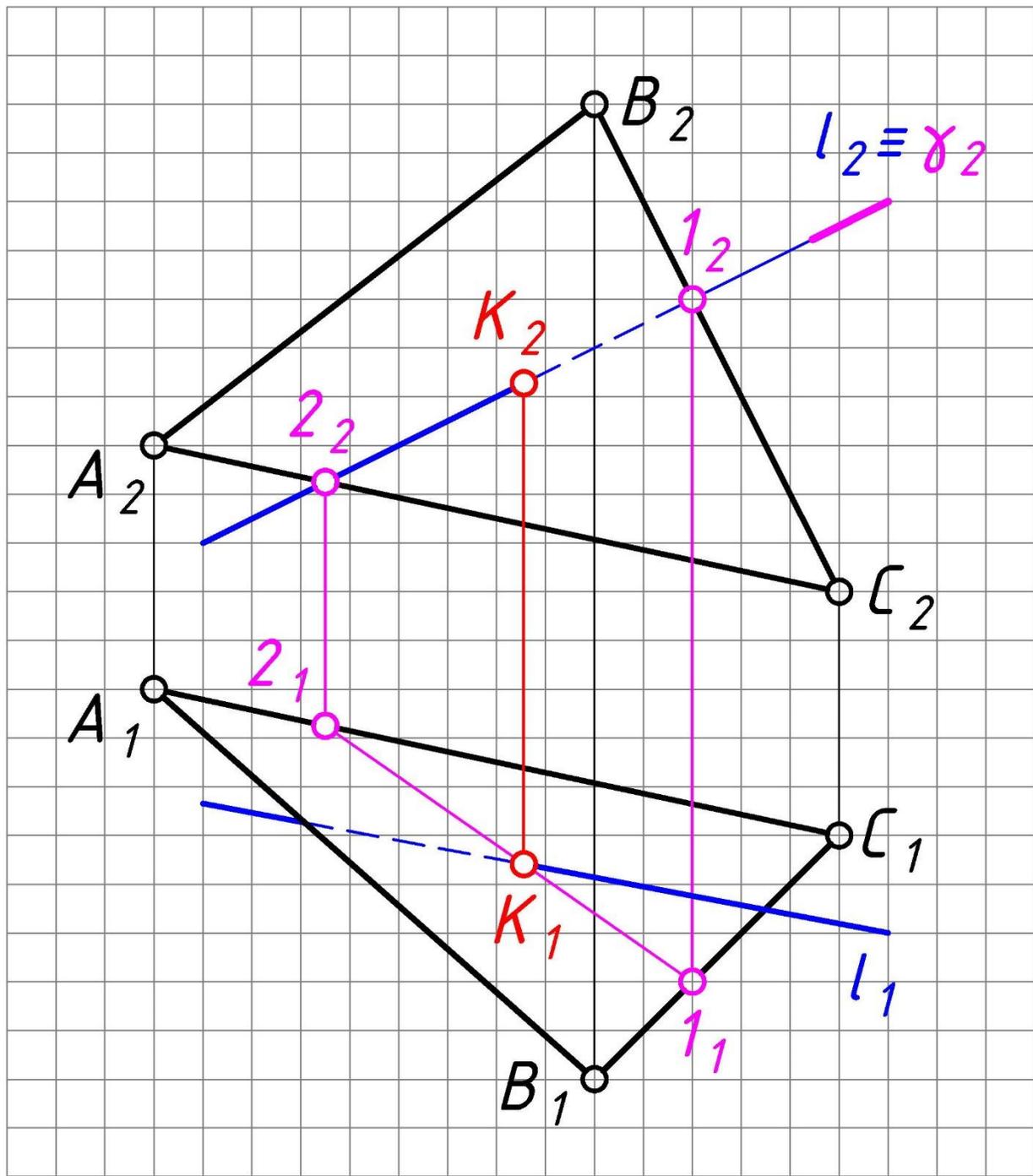












Частные случаи пересечения прямой и плоскости

Один, или оба ГО занимают частное положение относительно плоскостей проекций.

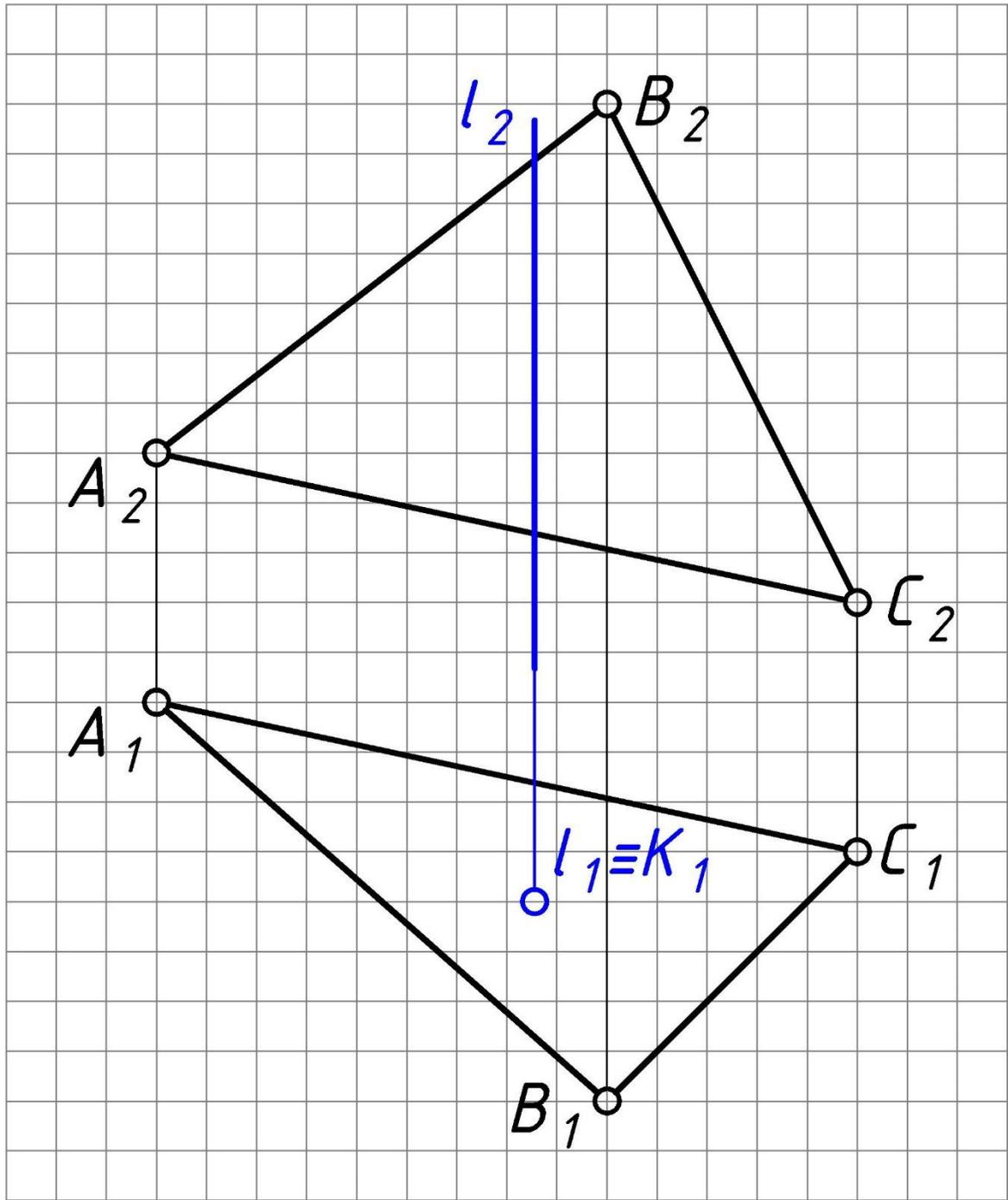
Используется свойство «собирательности» проецирующих ГО.

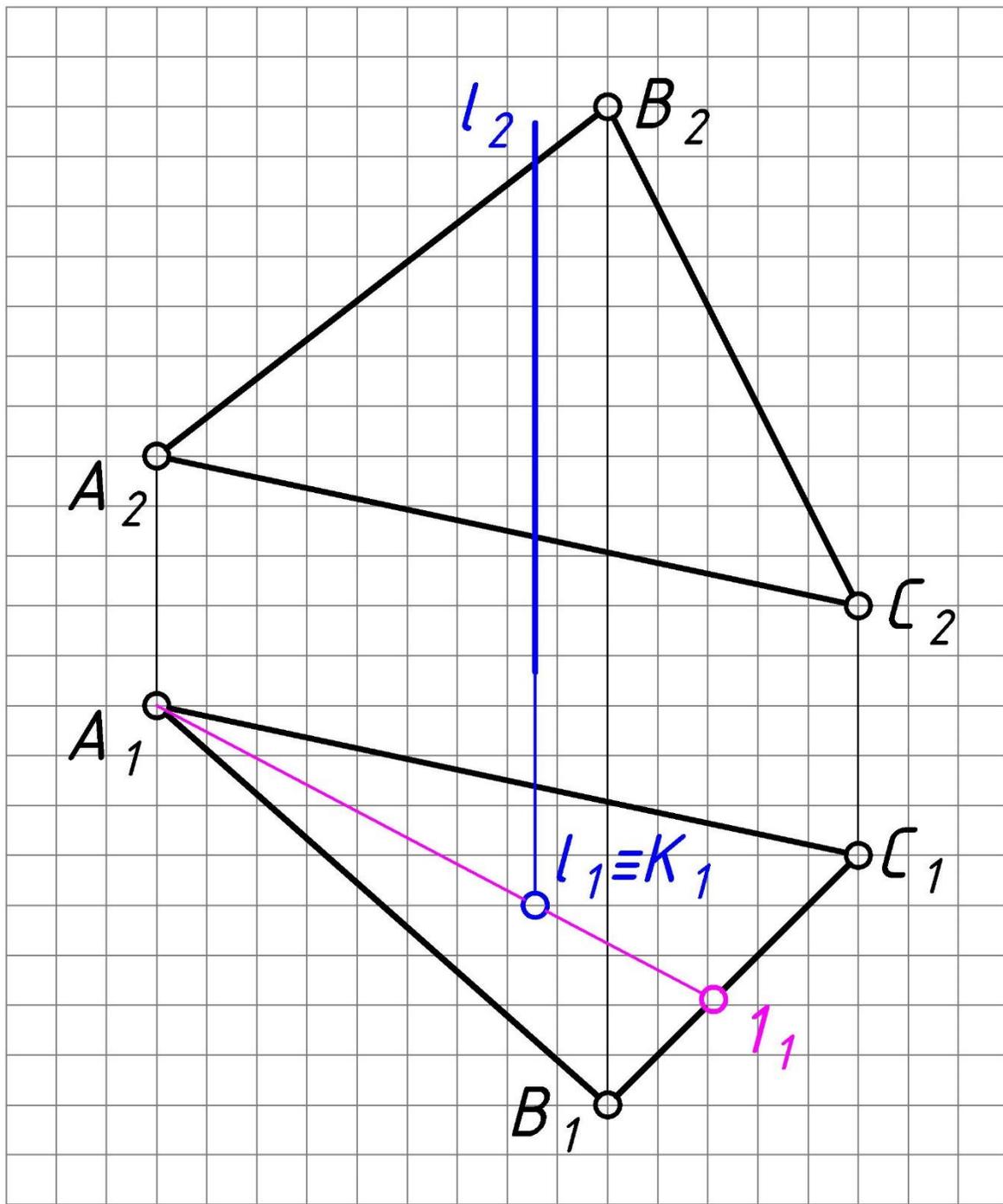
Дано: ABC – плоскость общего положения, l – горизонтально проецирующая прямая.

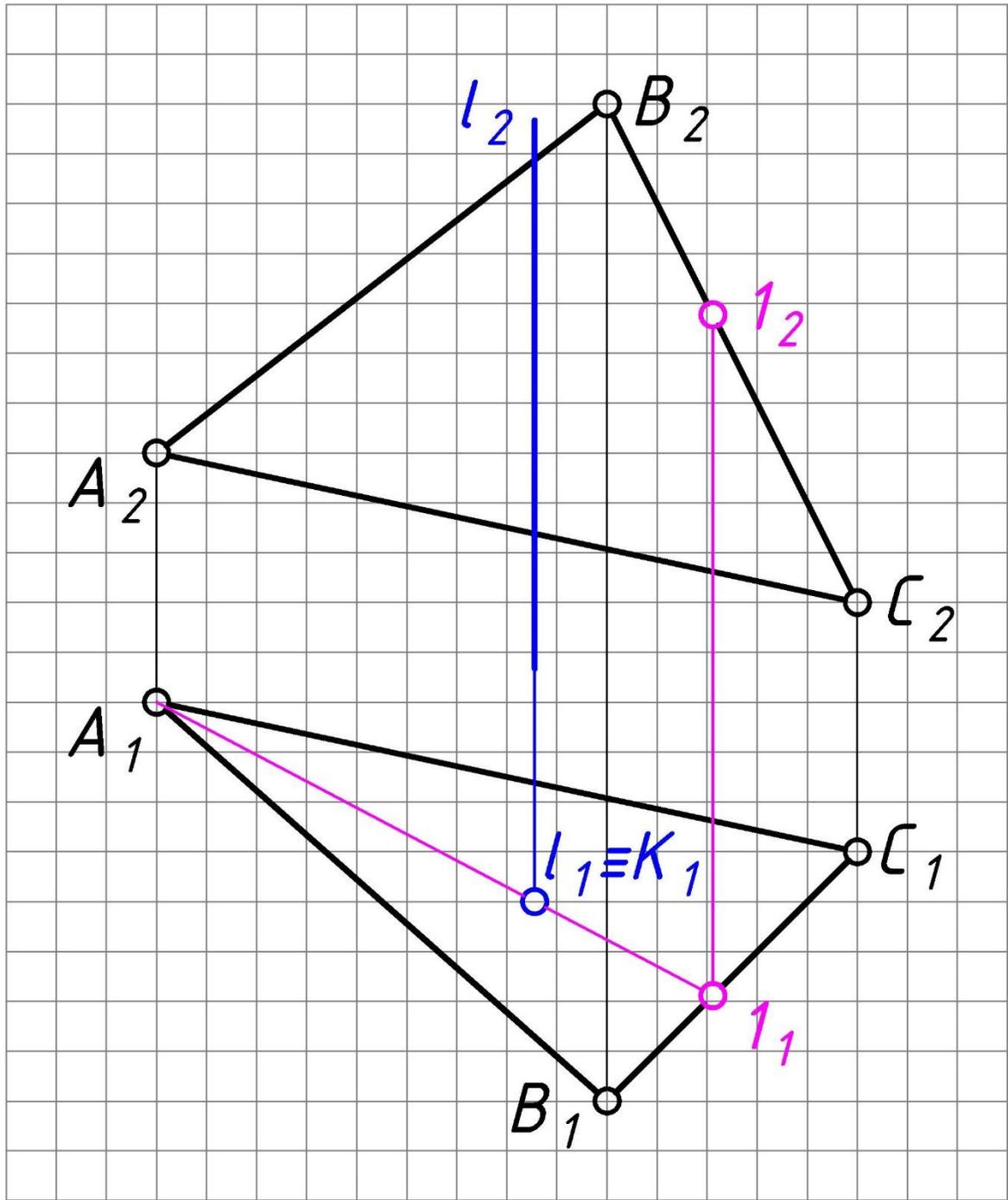
Найти: проекции точки K пересечения плоскости ABC с прямой l .

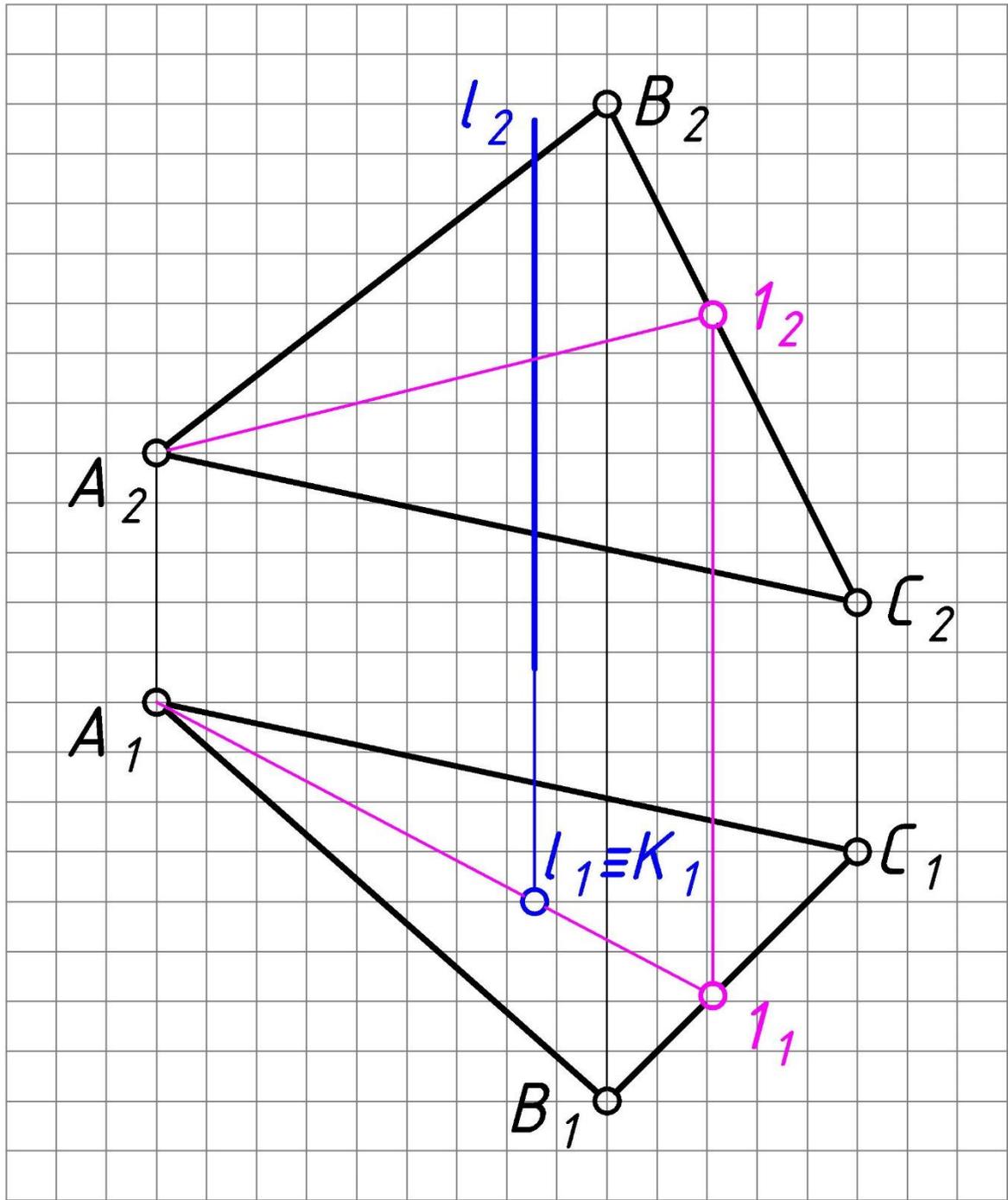
Решение:

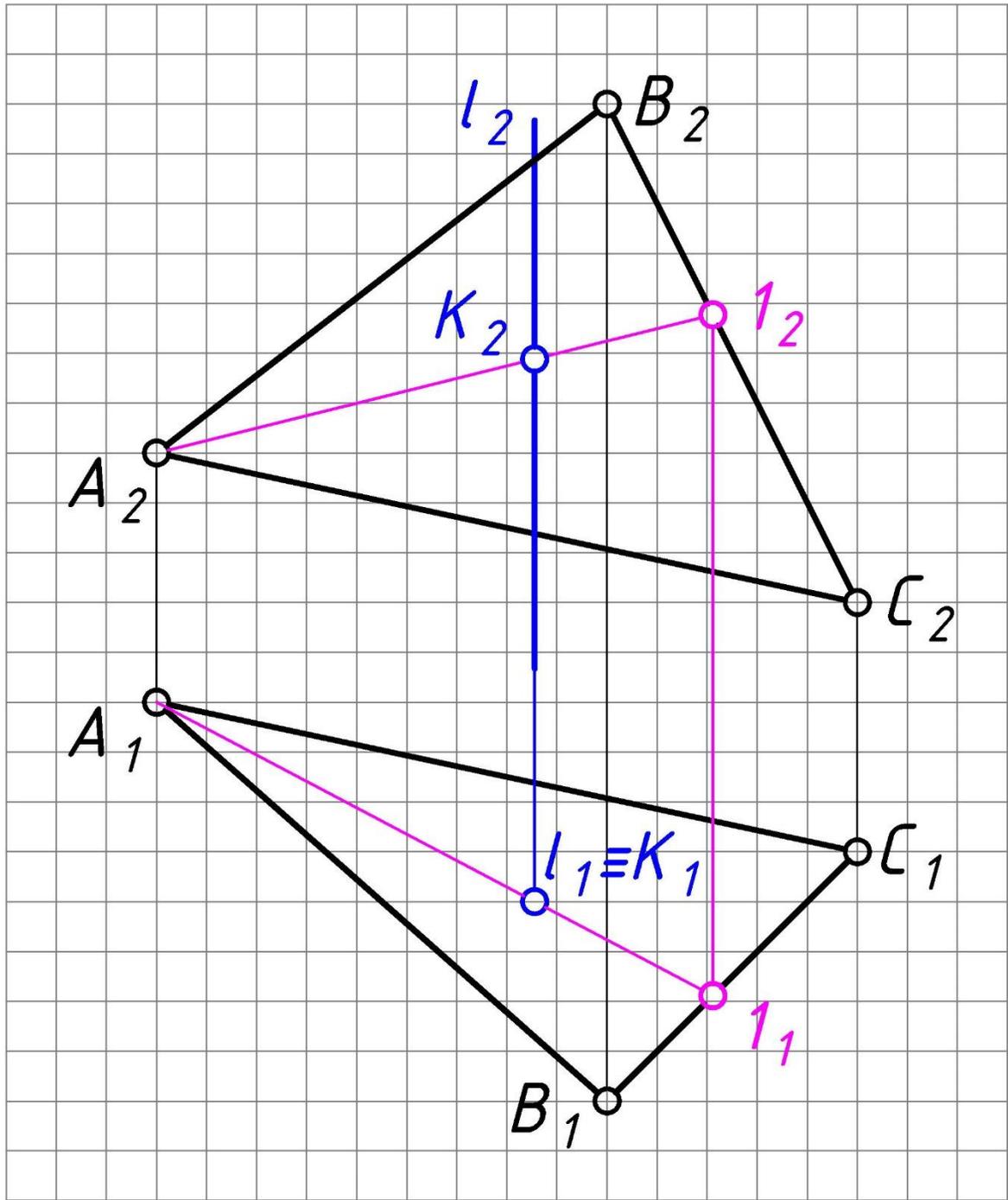
1. $K_1 \equiv l_1$.

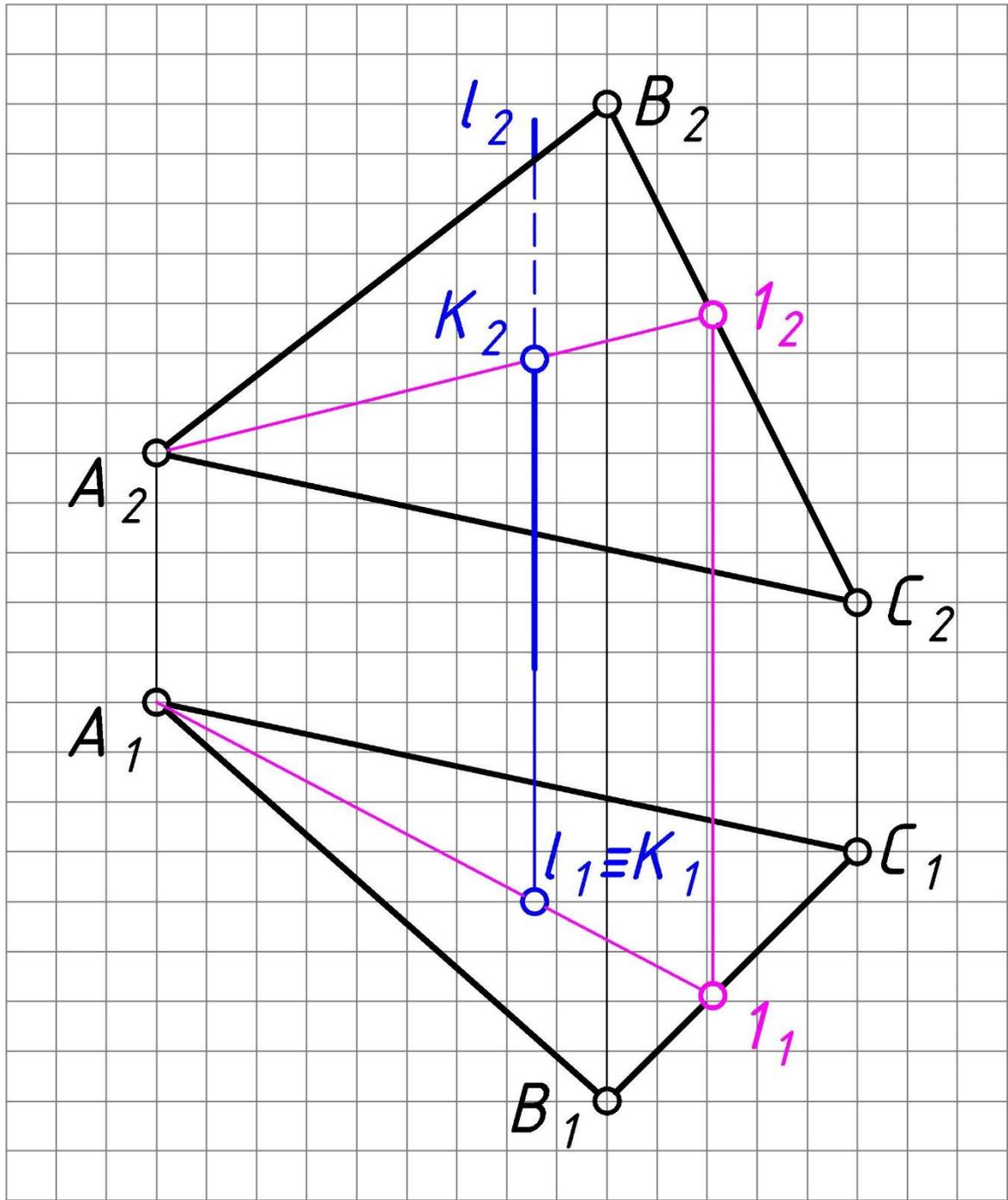










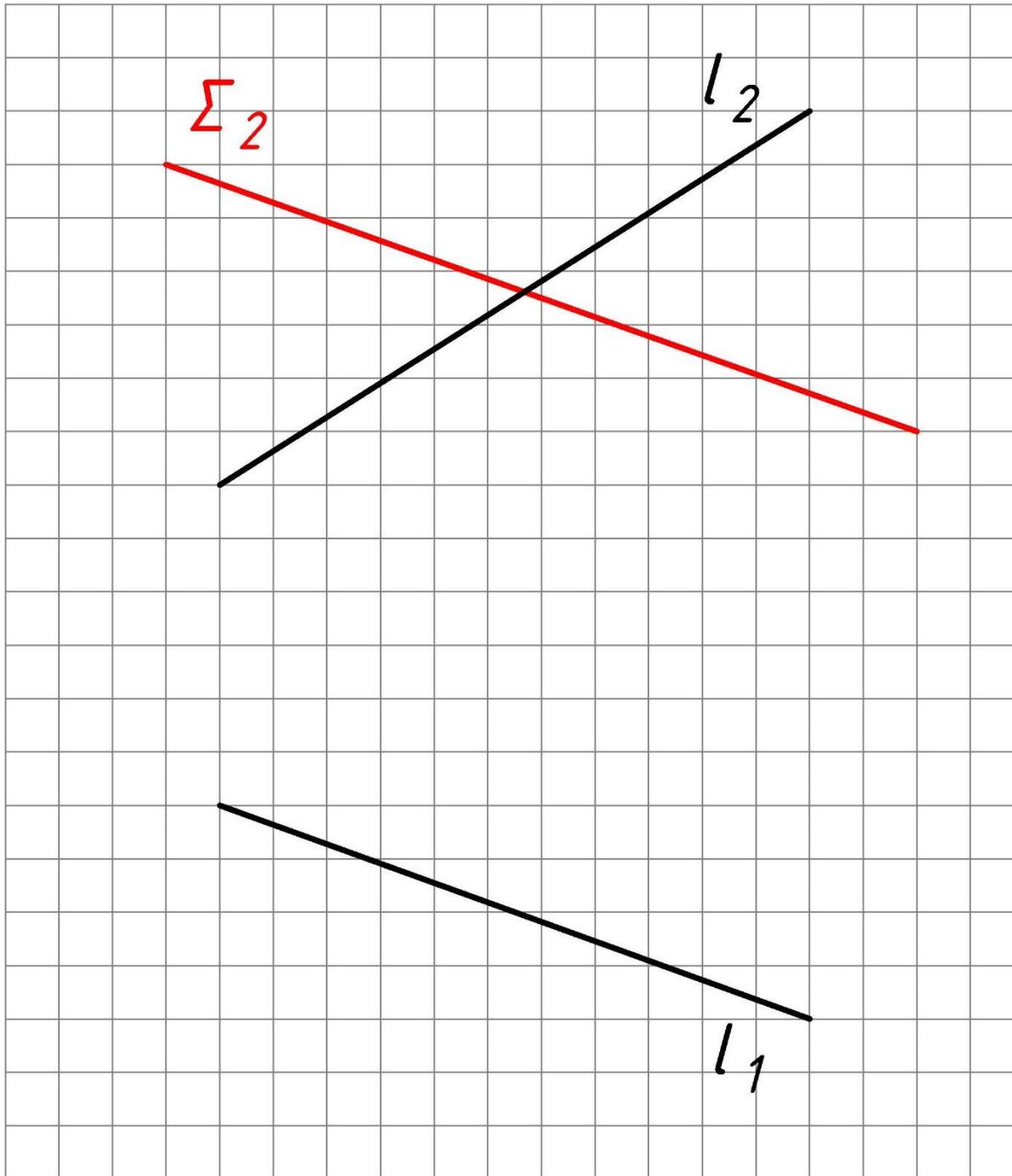


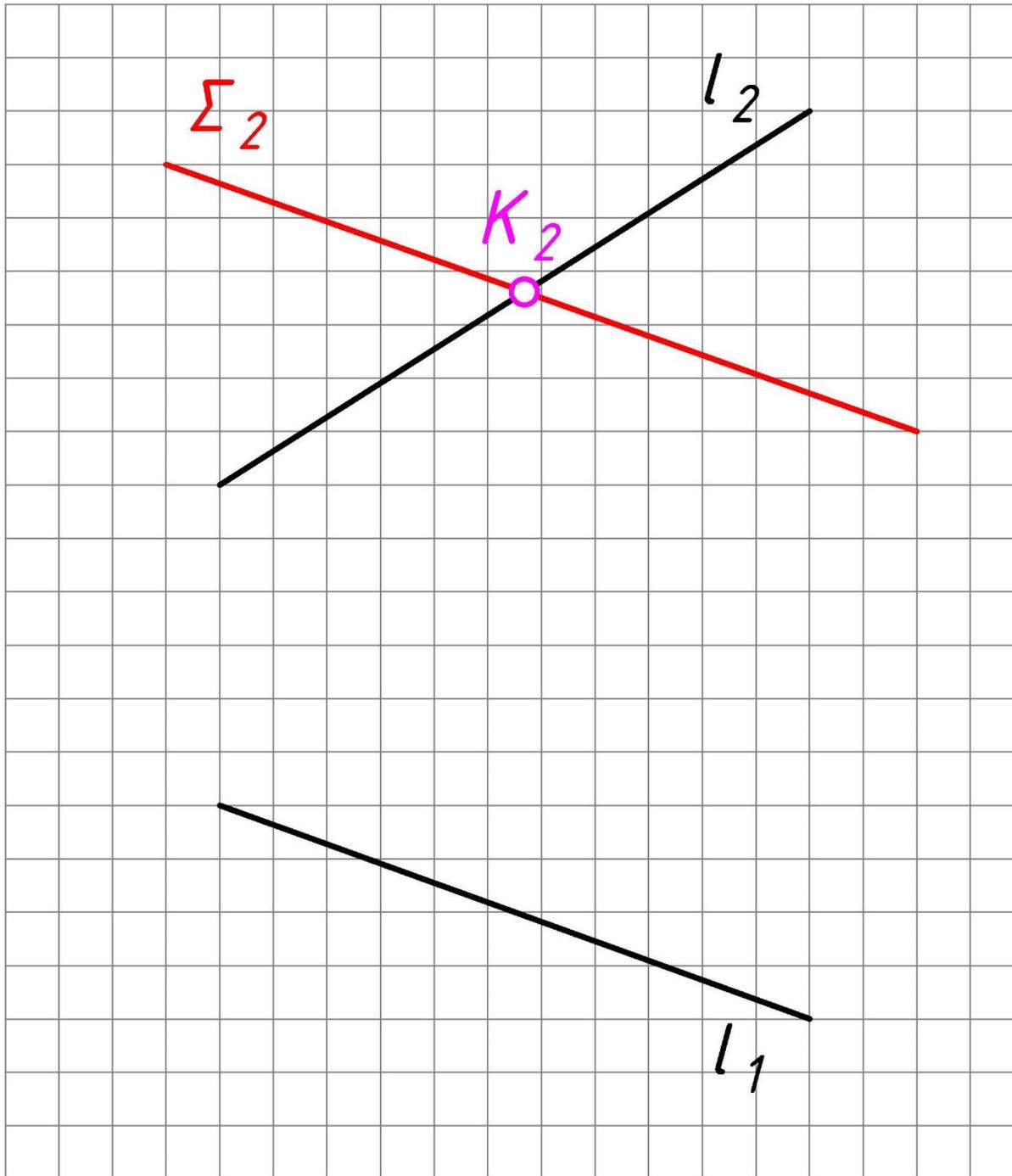
Дано: Σ – фронтально проецирующая плоскость, l – прямая общего положения.

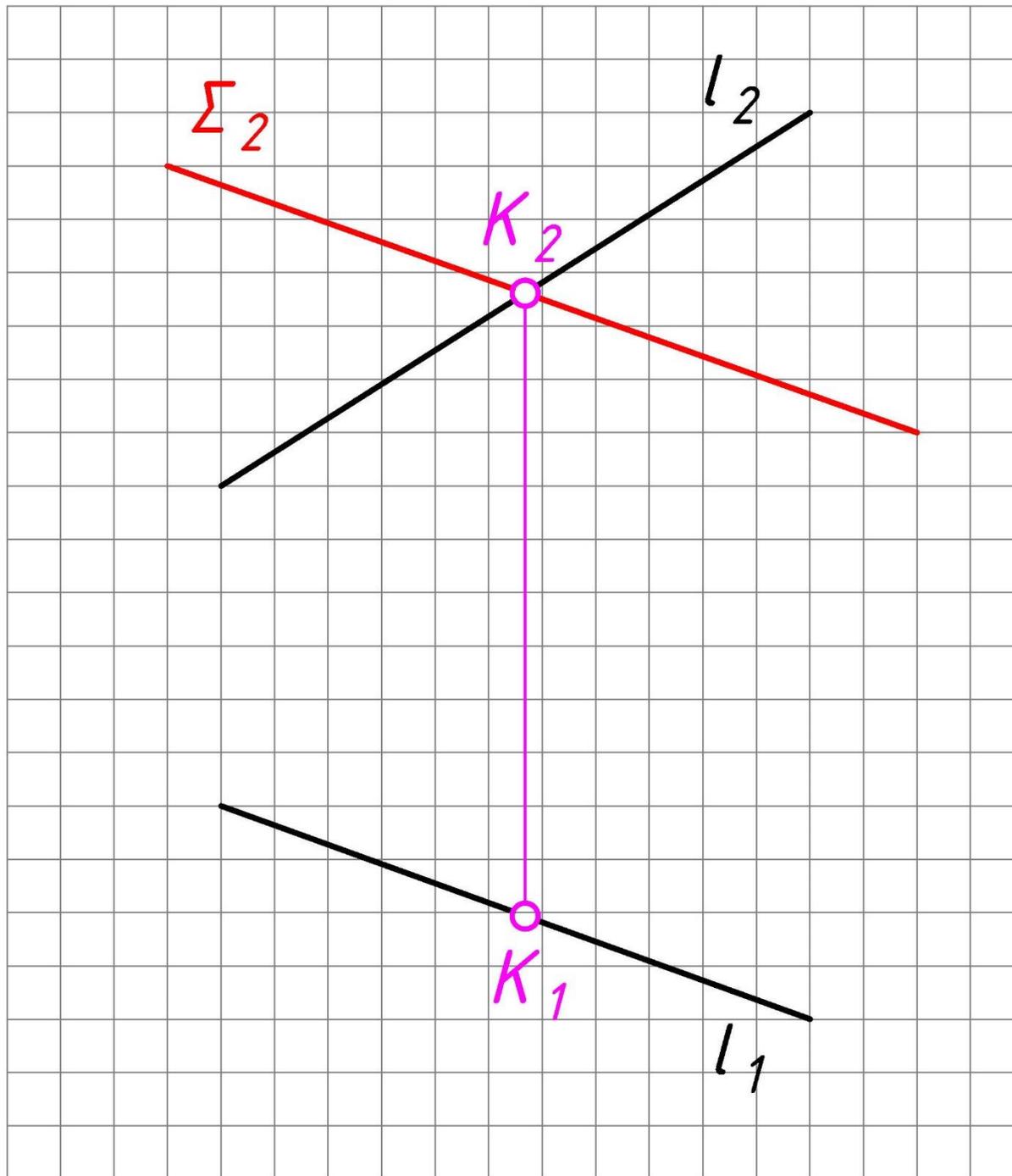
Найти: проекции точки K пересечения плоскости Σ с прямой l .

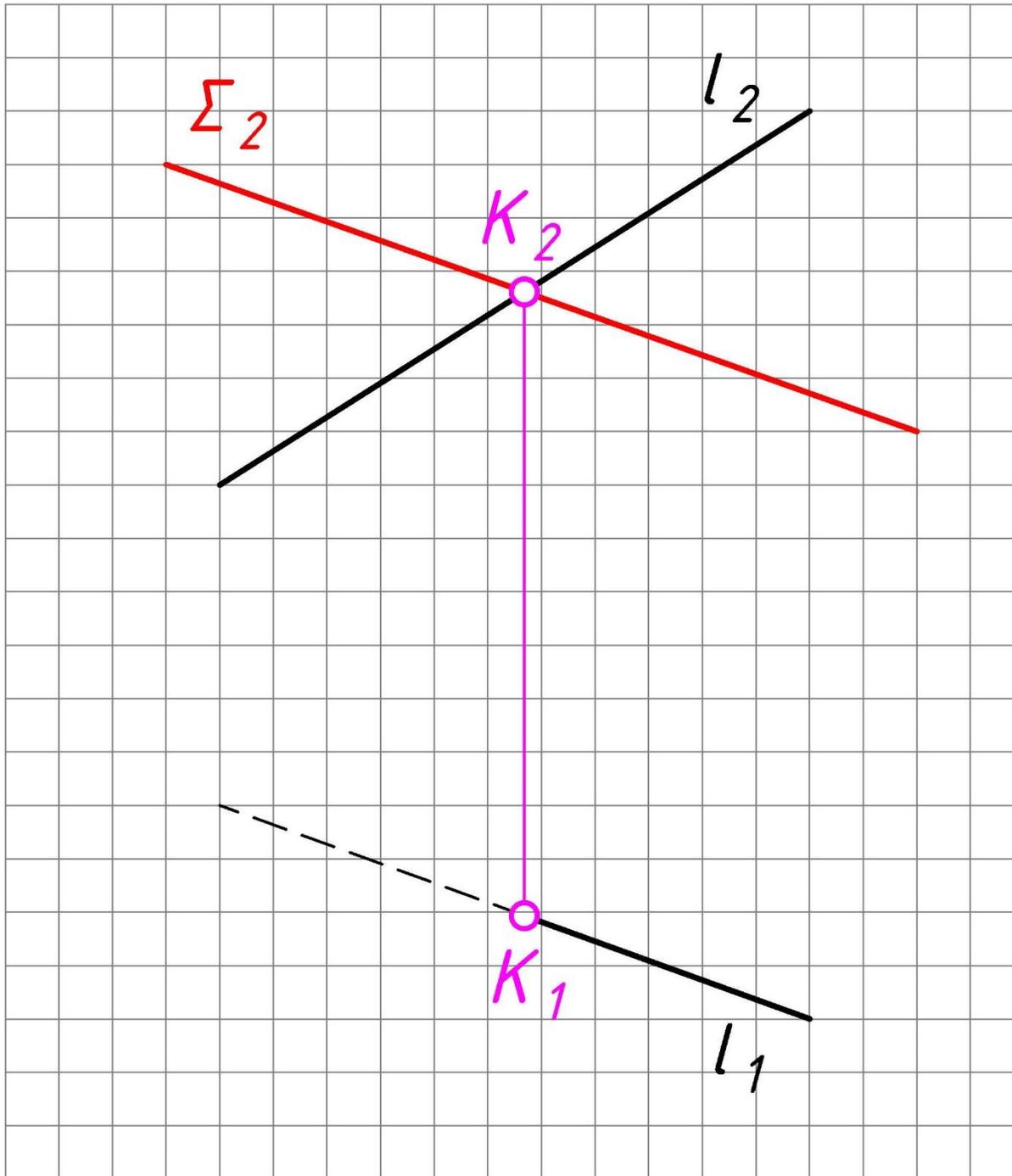
Решение:

1. $K_2 = \Sigma_2 \cap l_2$.
2. $K_1 \in l_1$.
3. Определяем видимость прямой l .



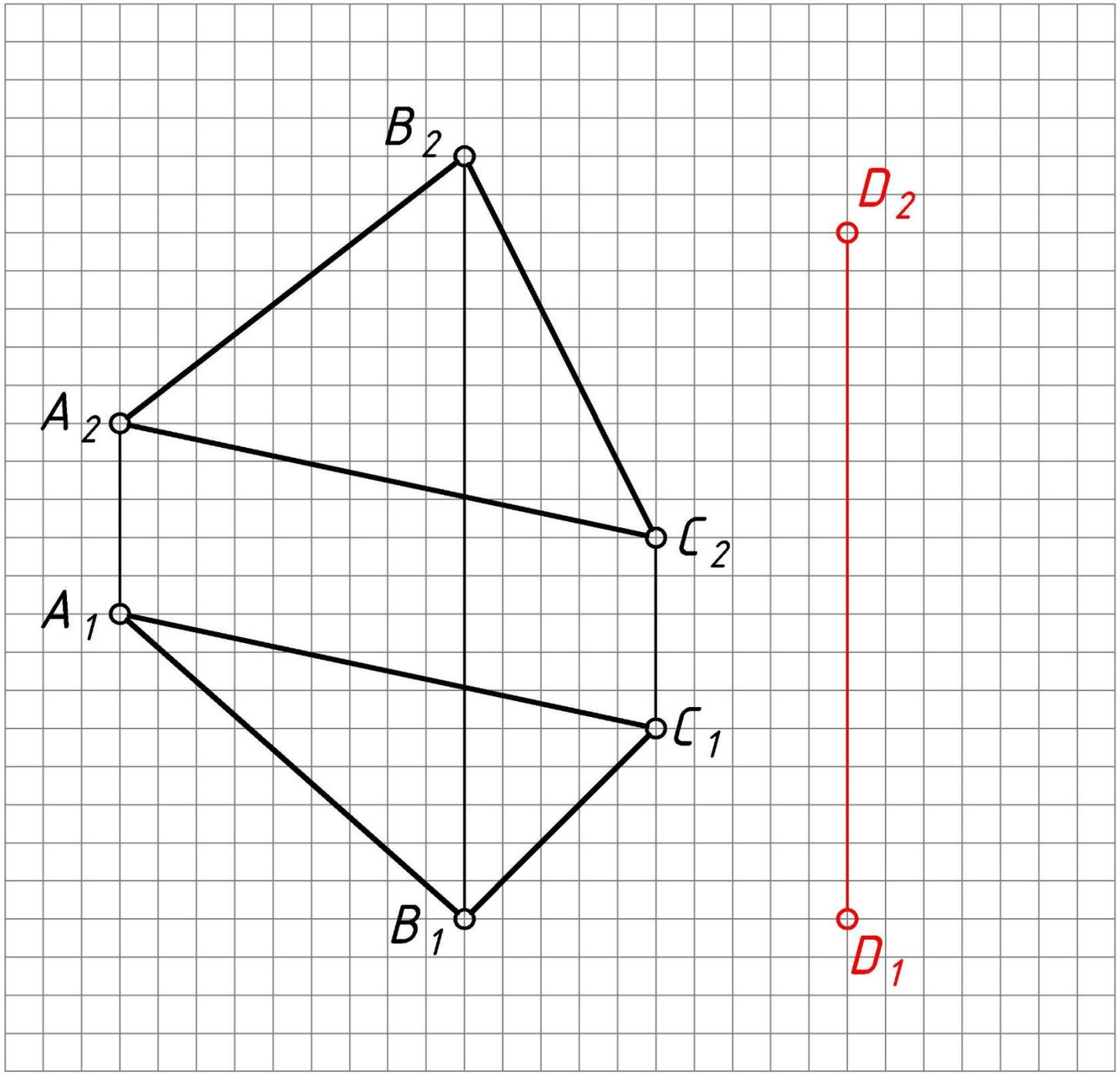


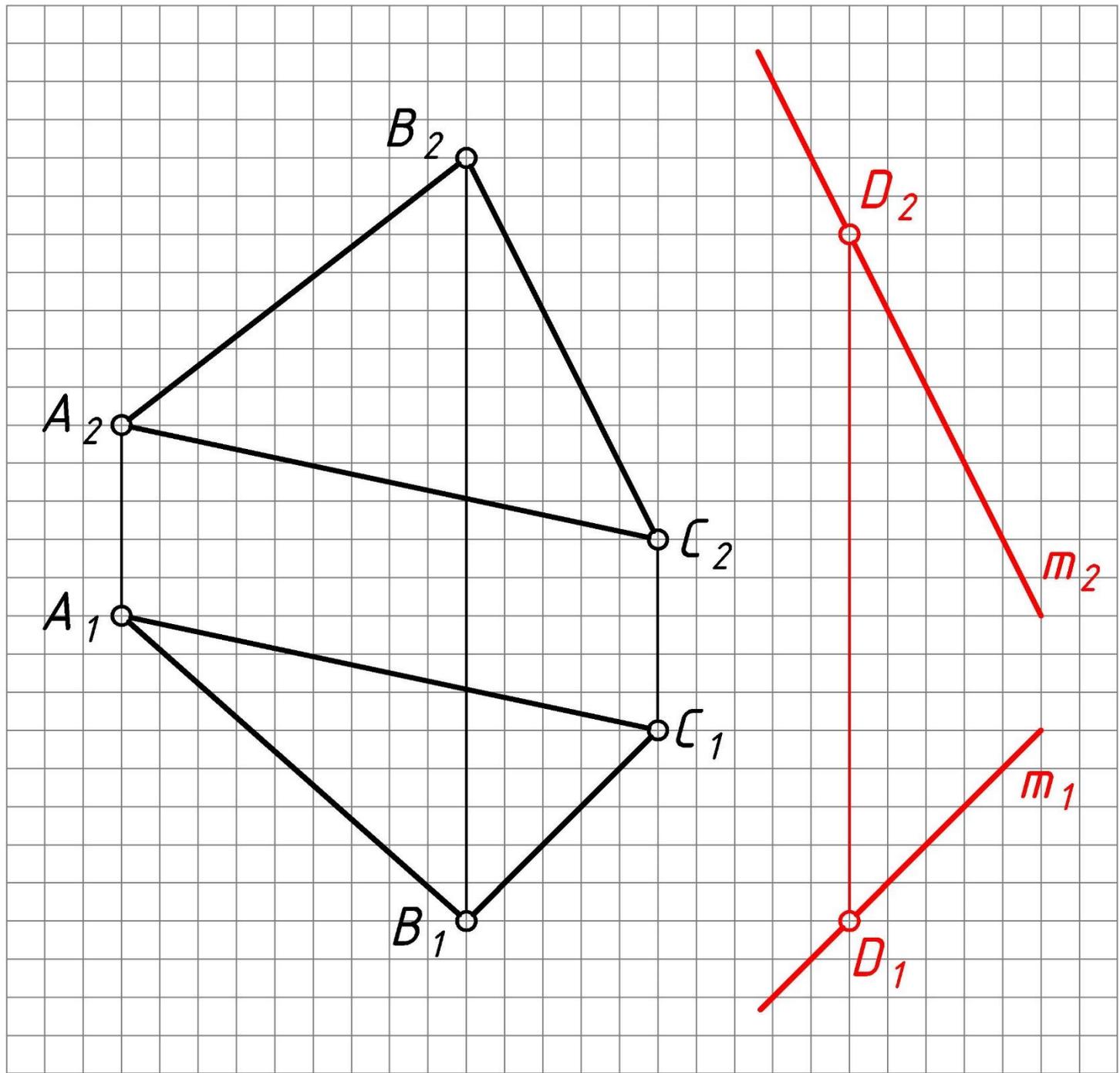


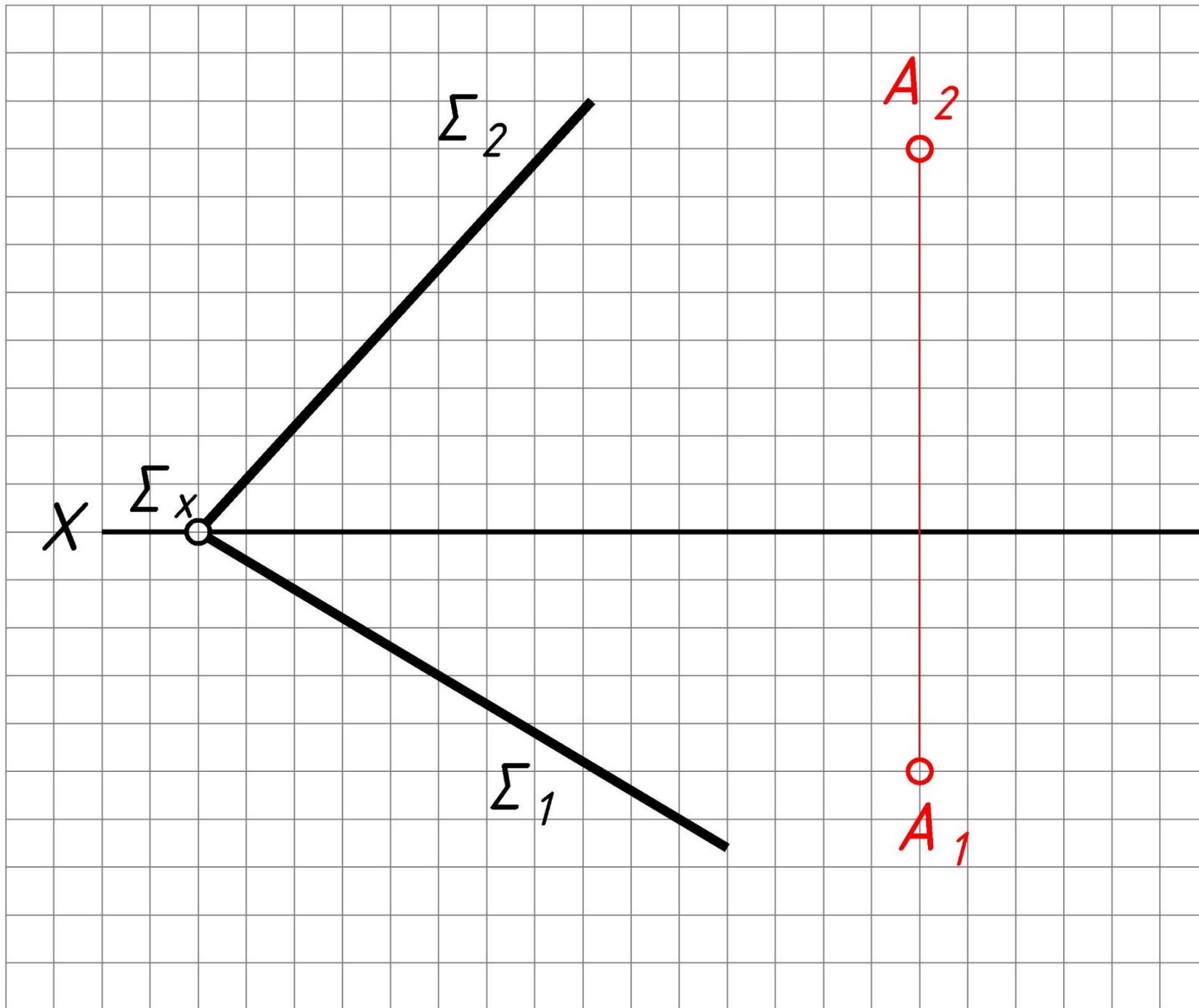


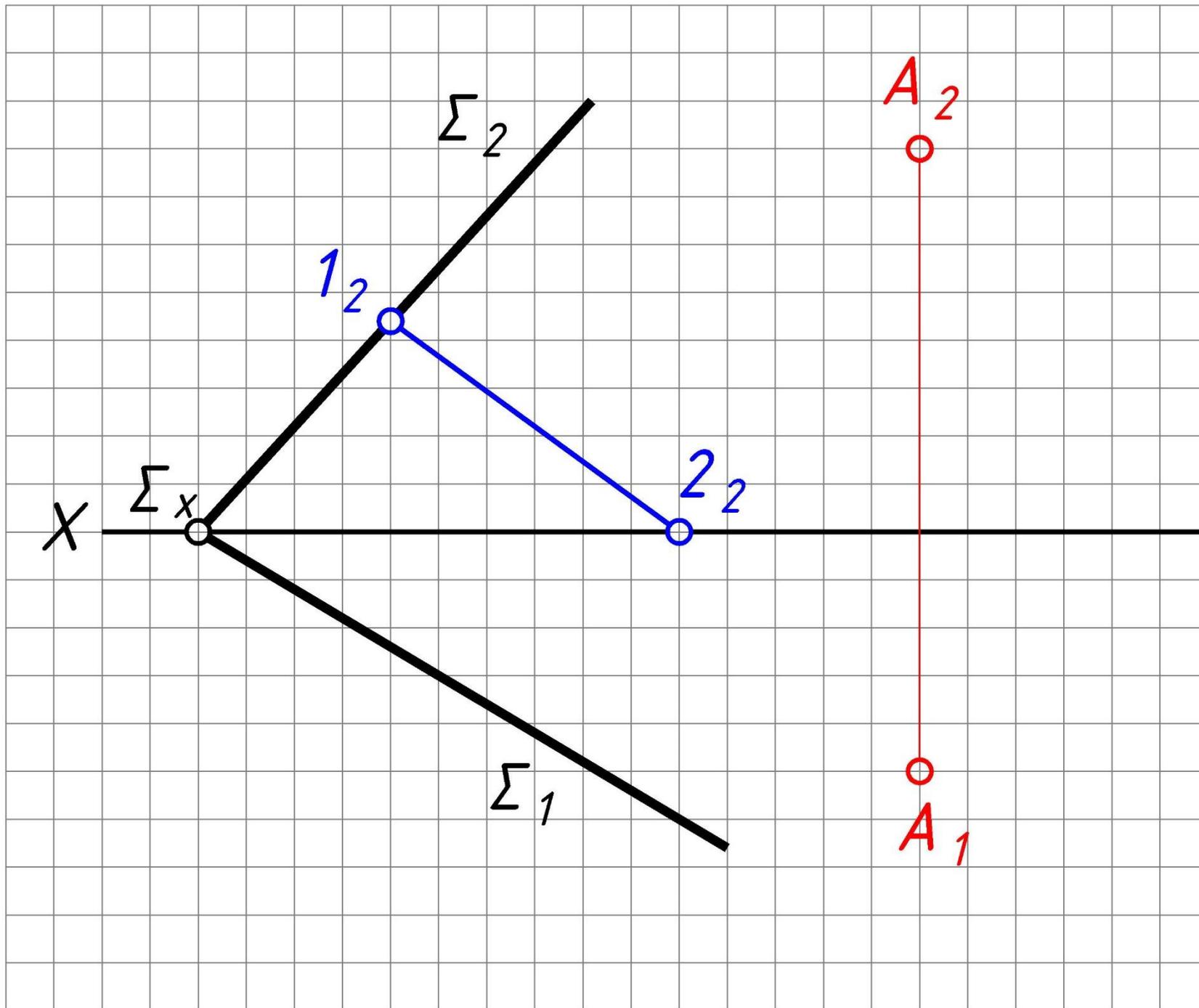
Параллельность плоскостей, прямой и плоскости

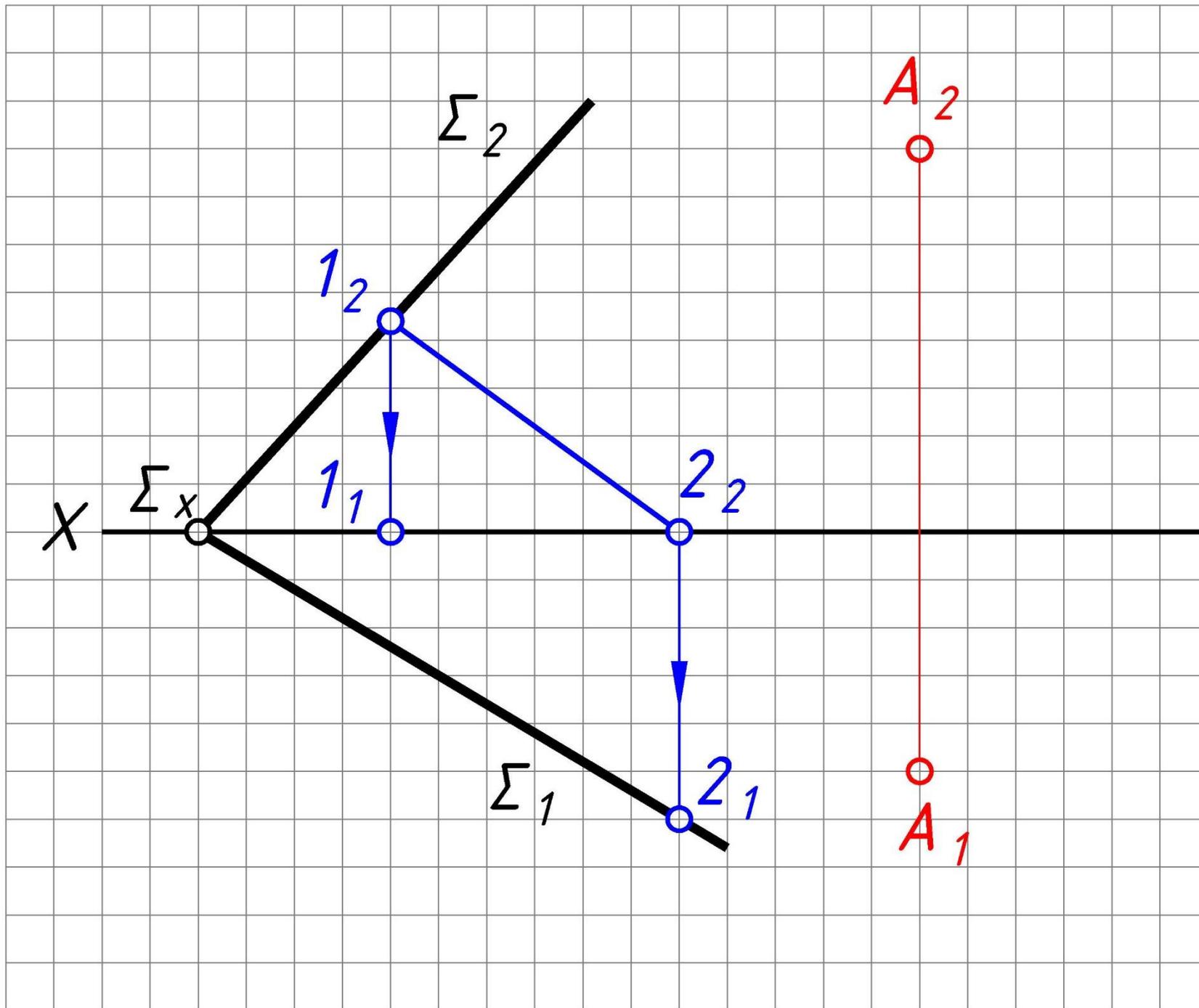
Теорема: Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, принадлежащей этой плоскости.

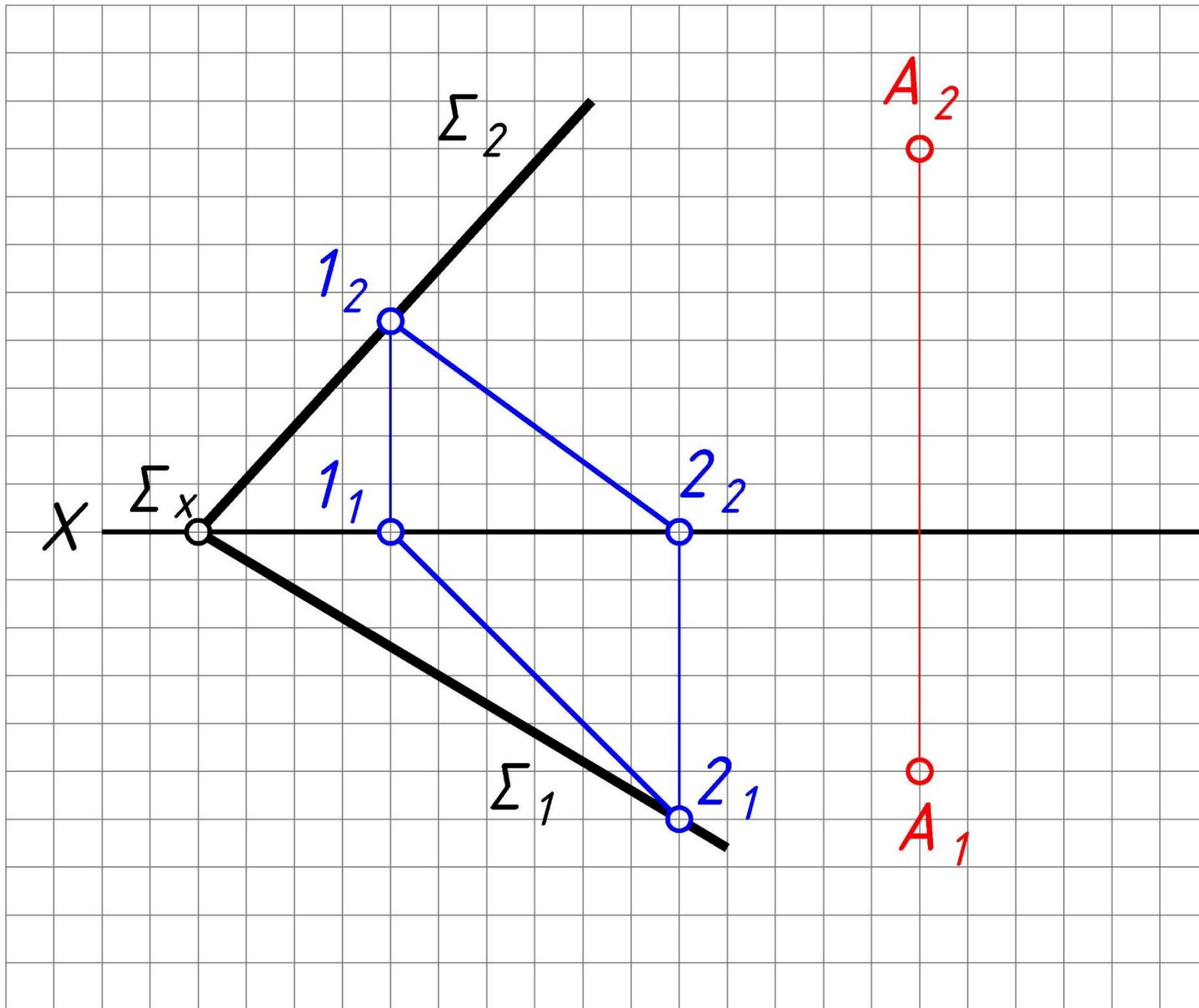


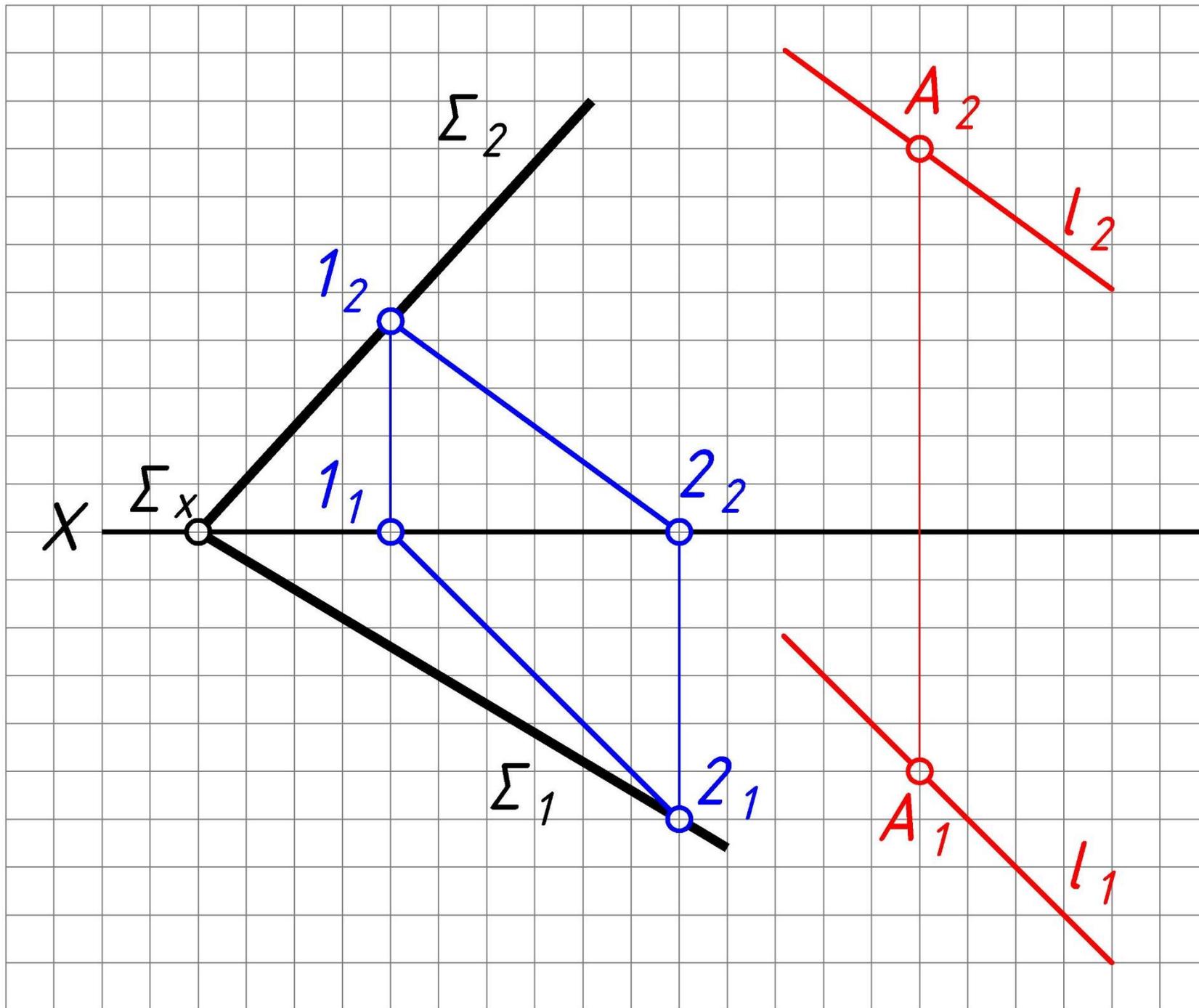




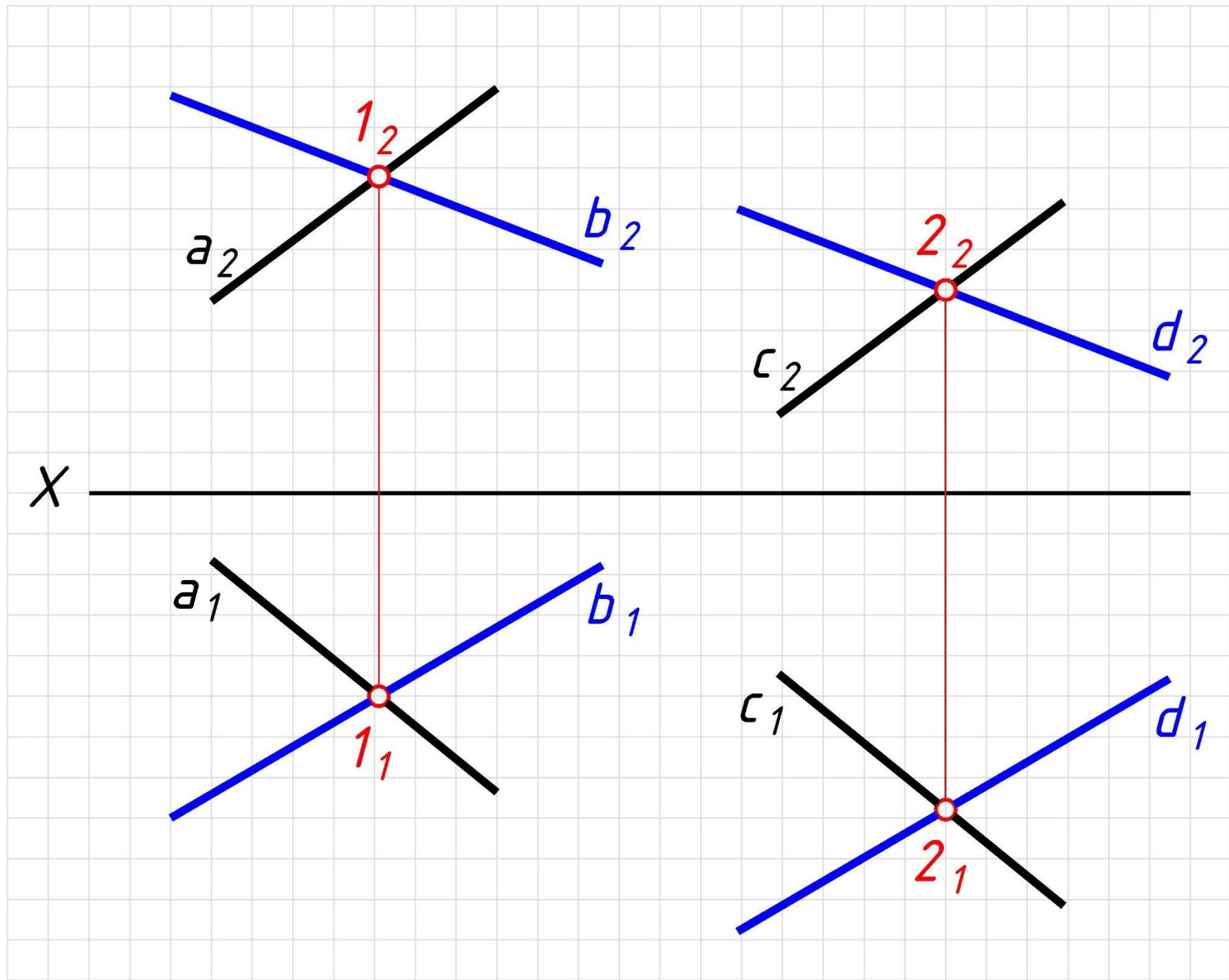


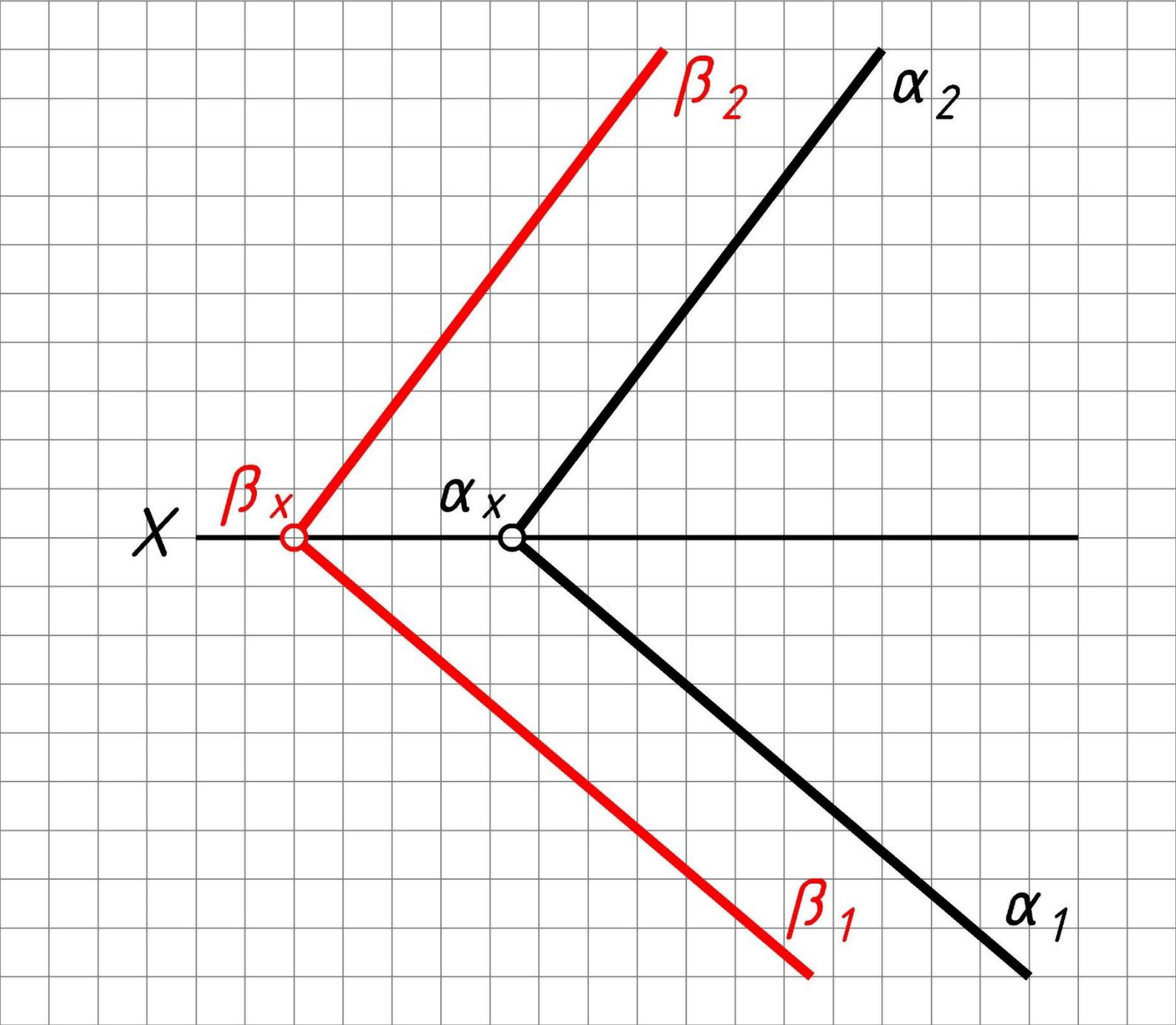






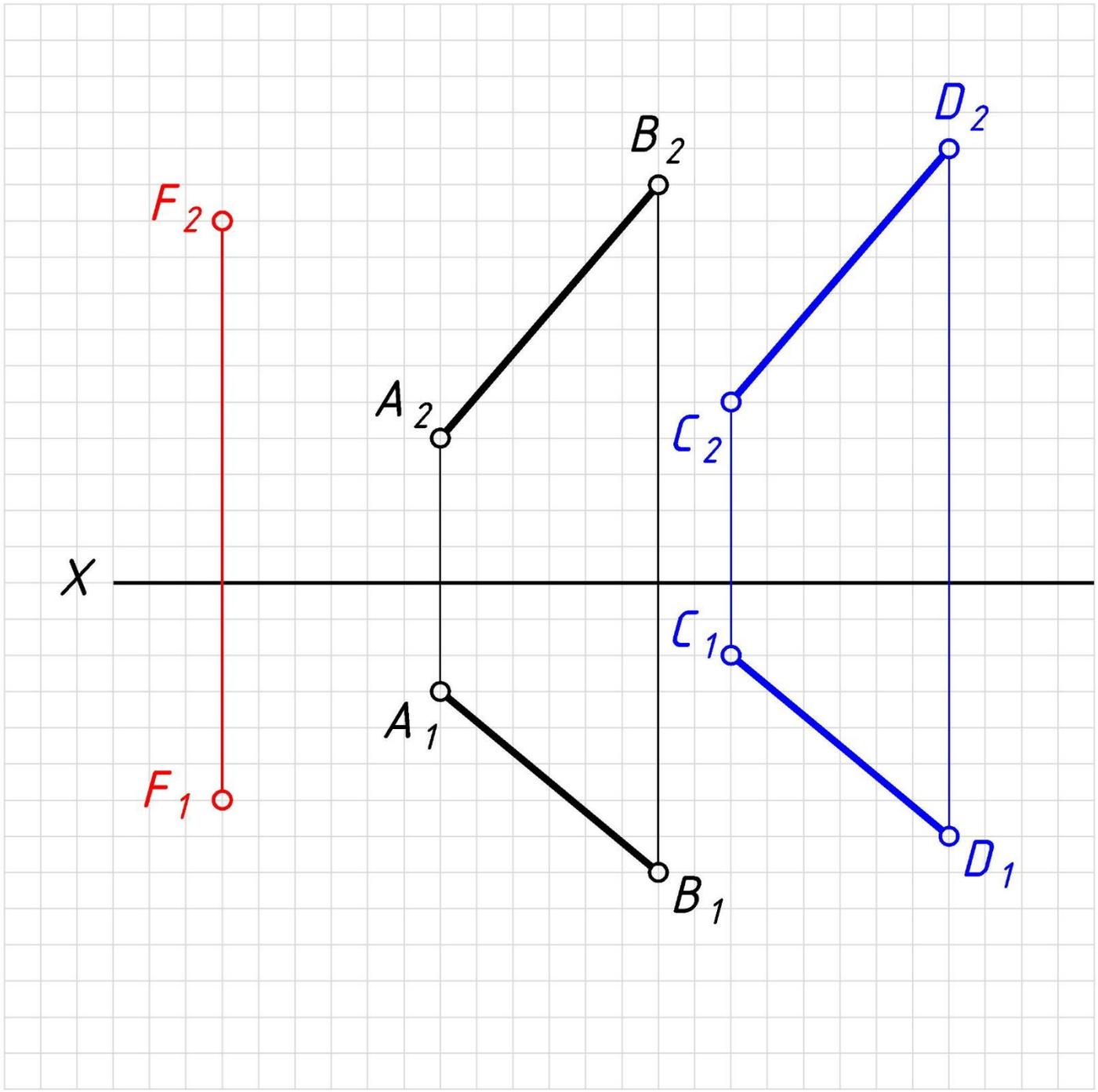
Теорема: Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. Если плоскости заданы следами, то на чертеже параллельны их следы.

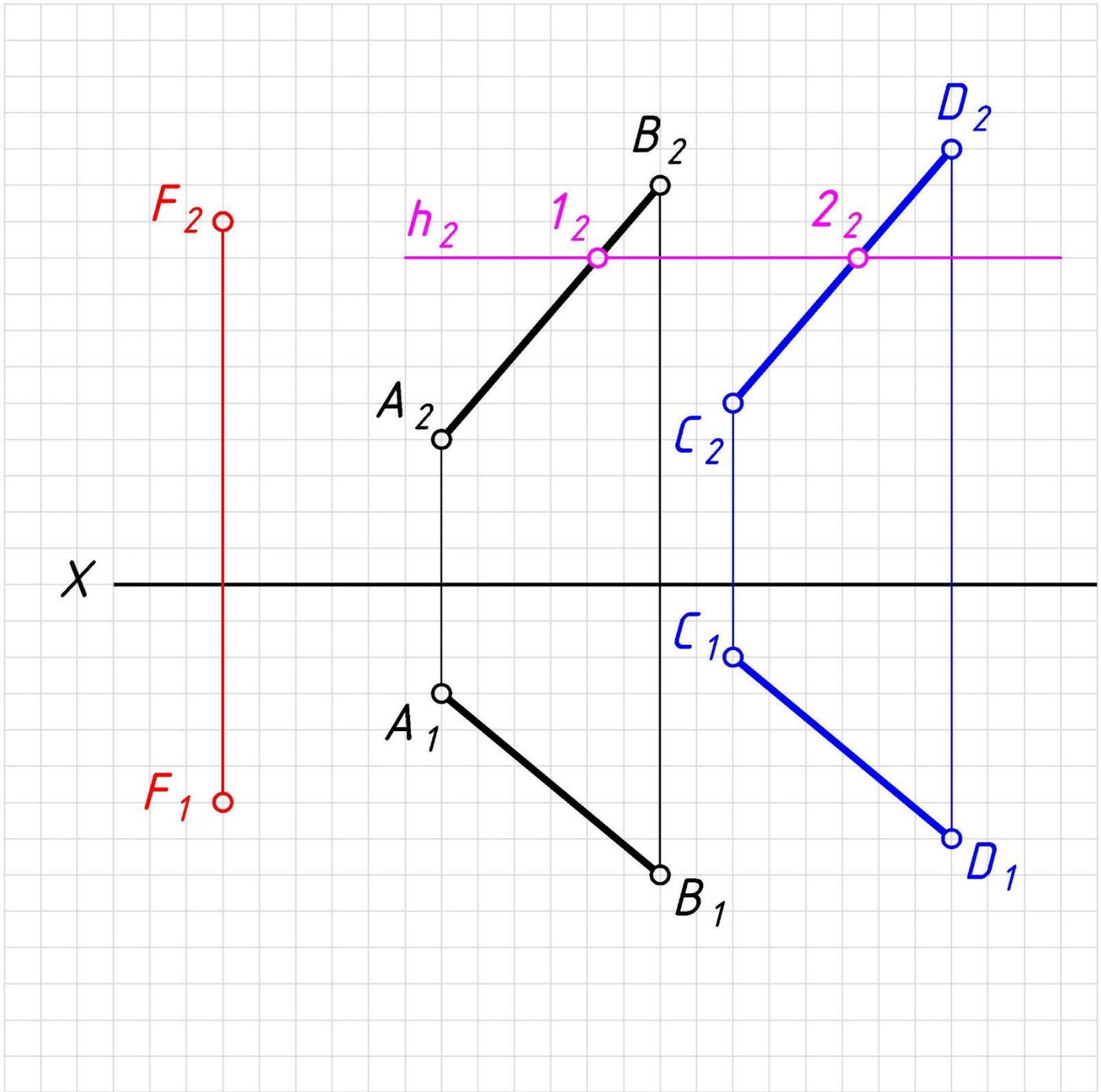


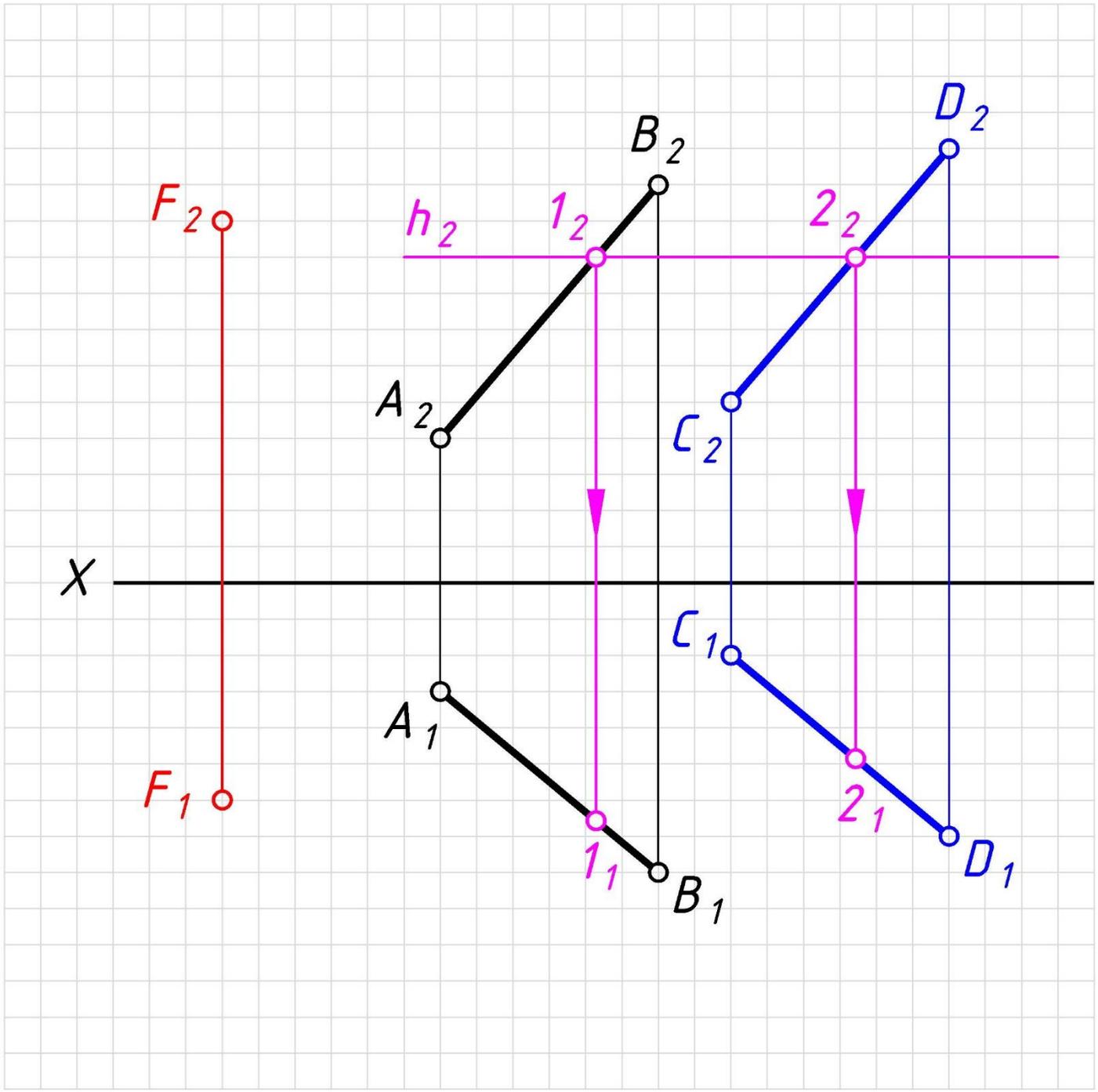


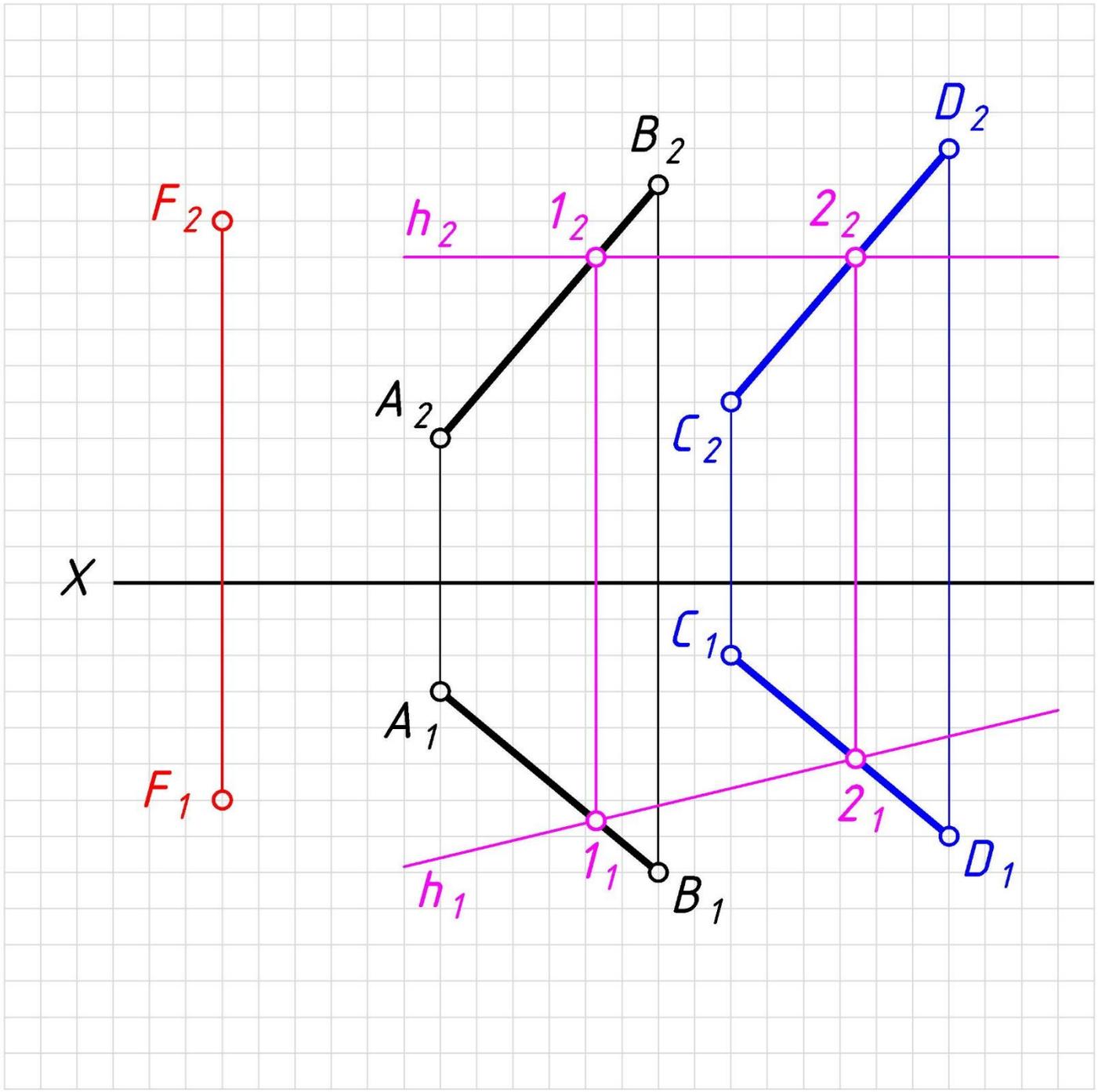
Перпендикулярность плоскостей, прямой и плоскости

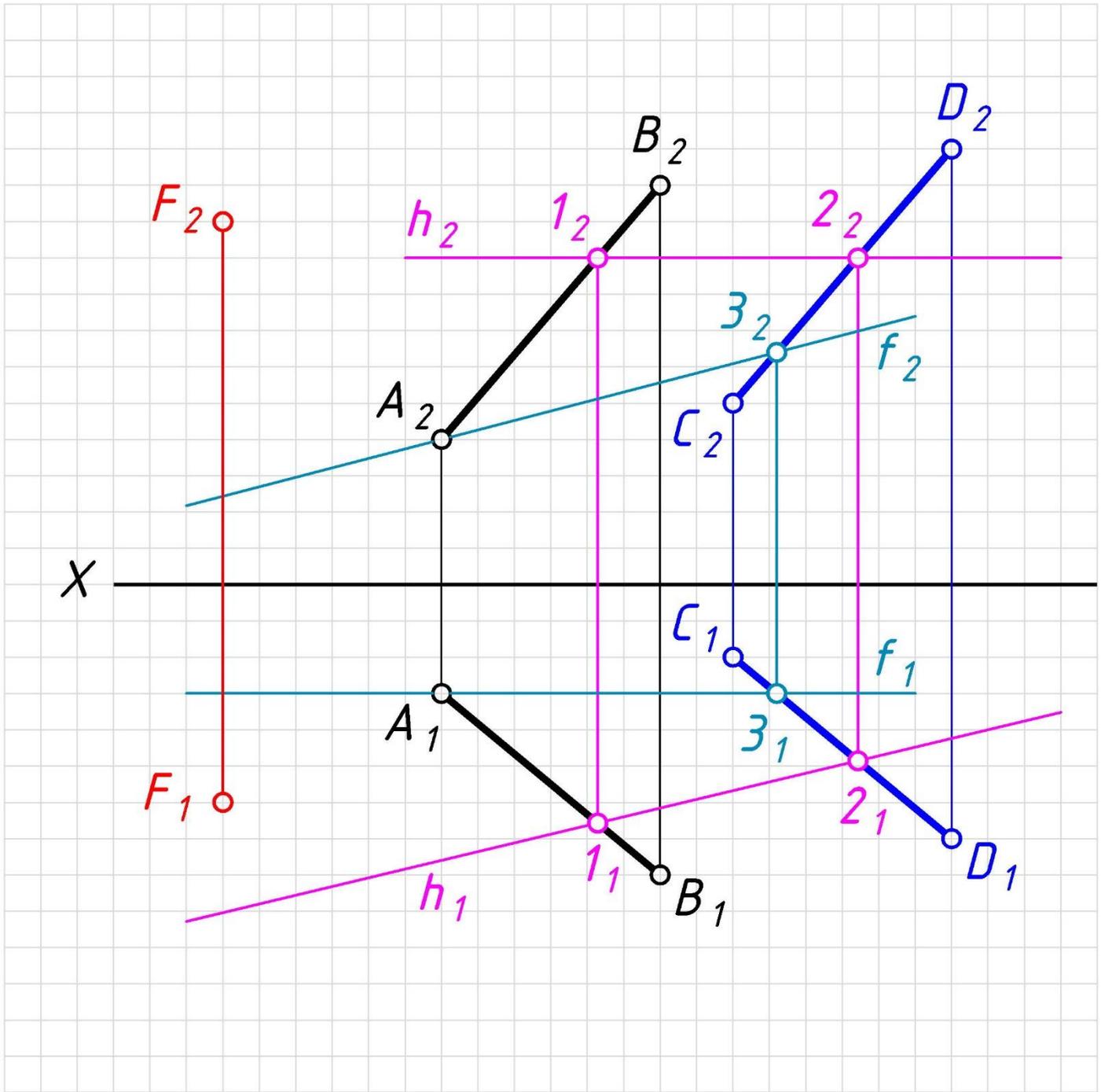
Теорема: Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.

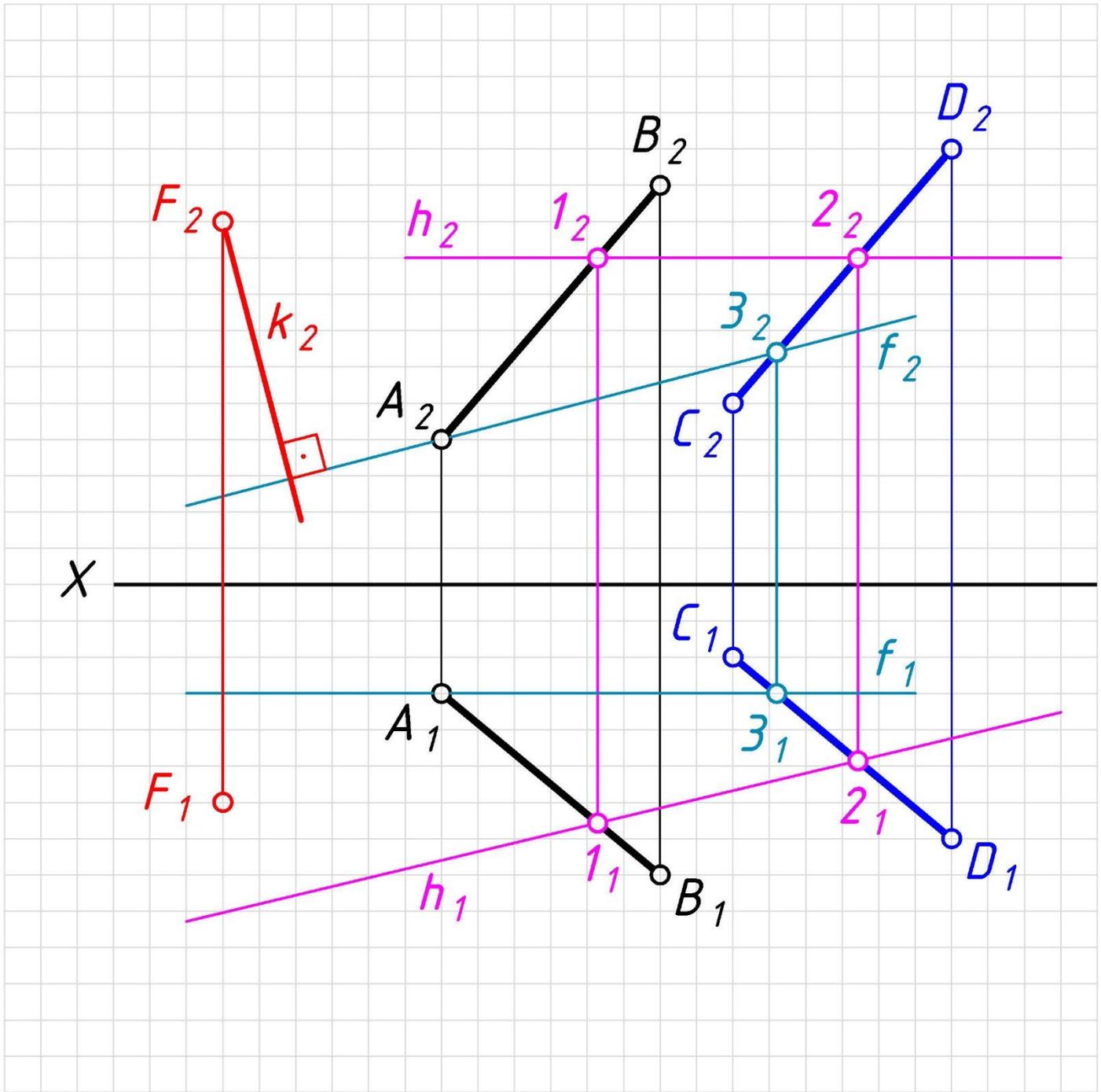


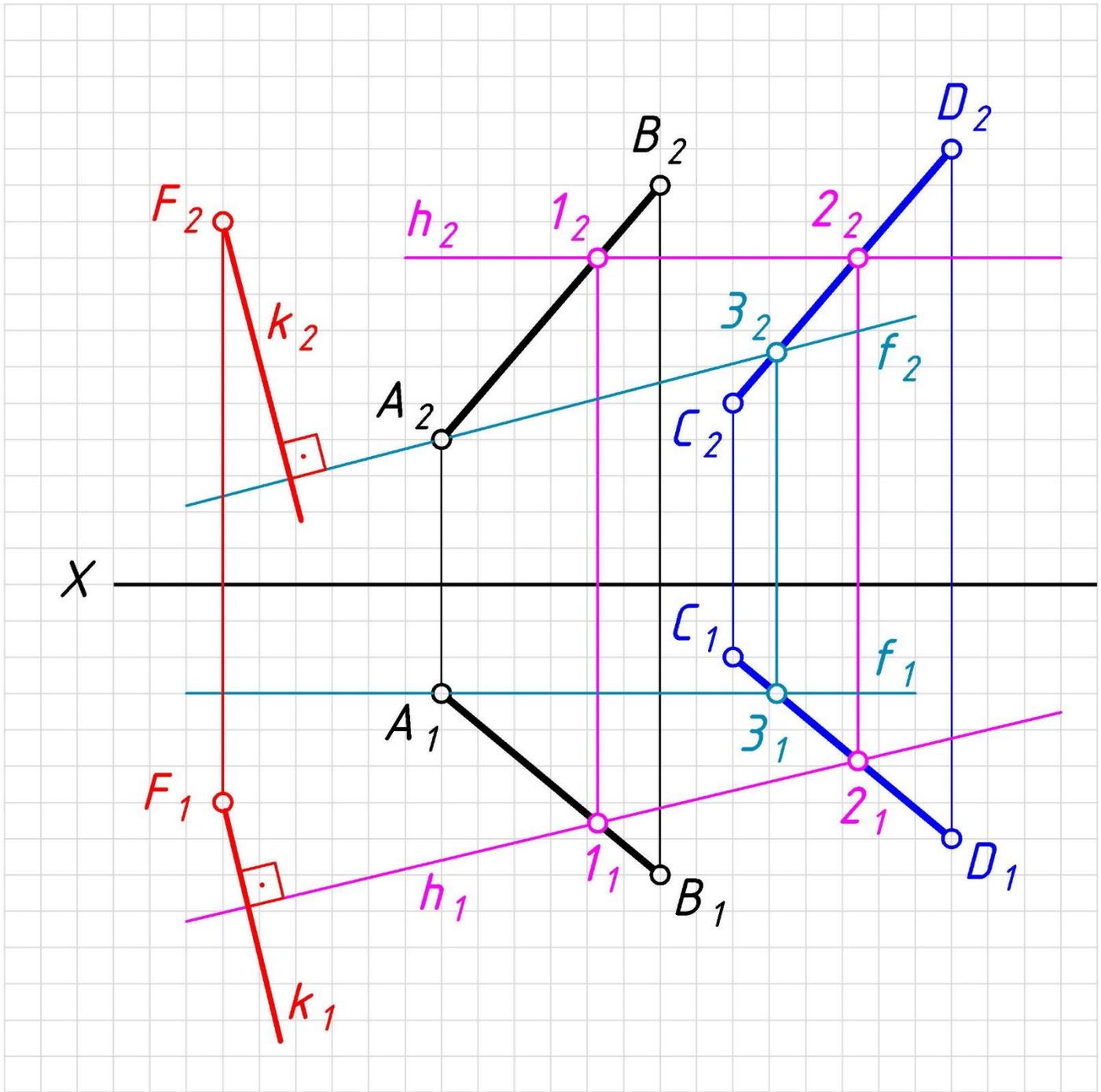


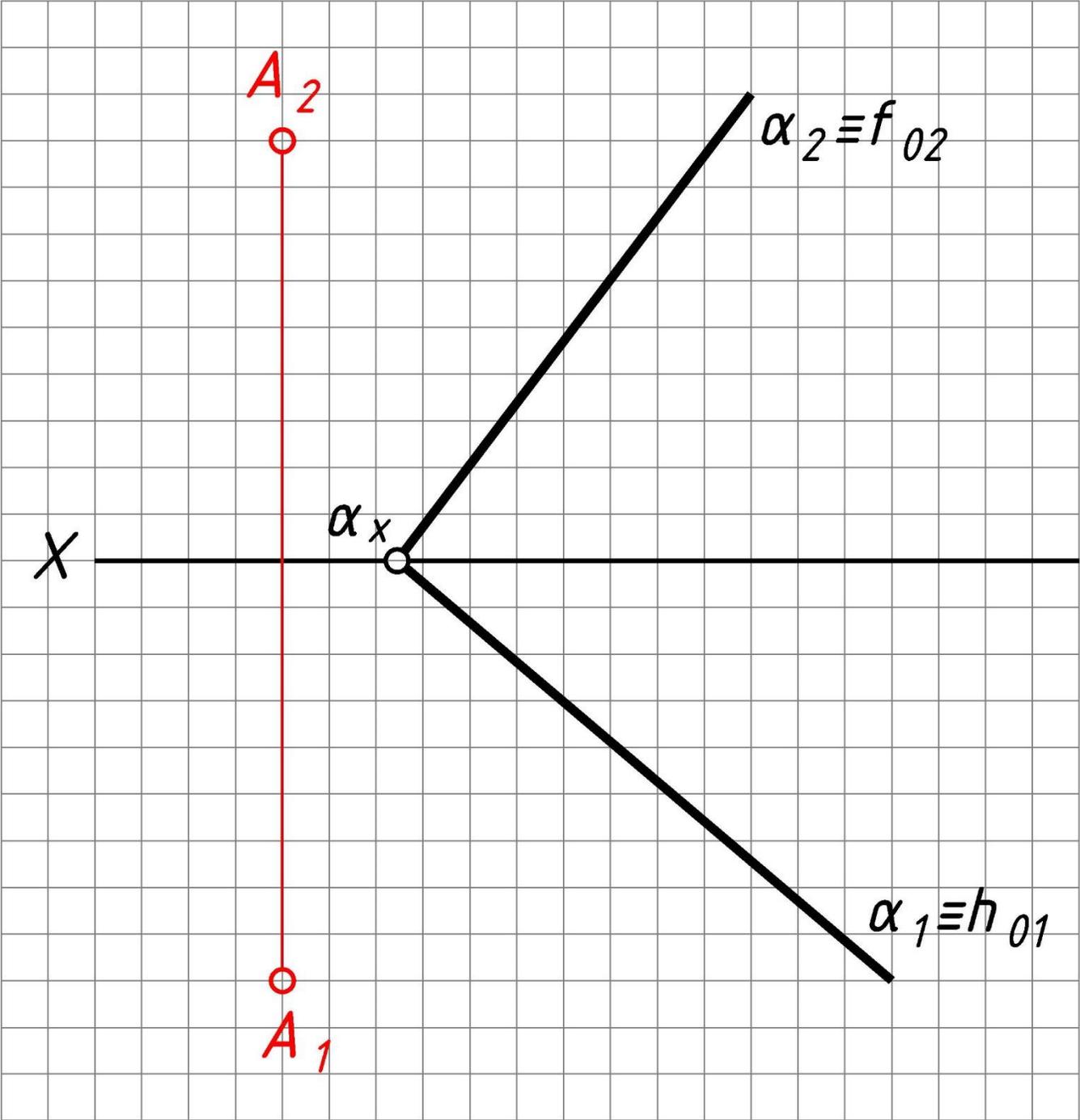


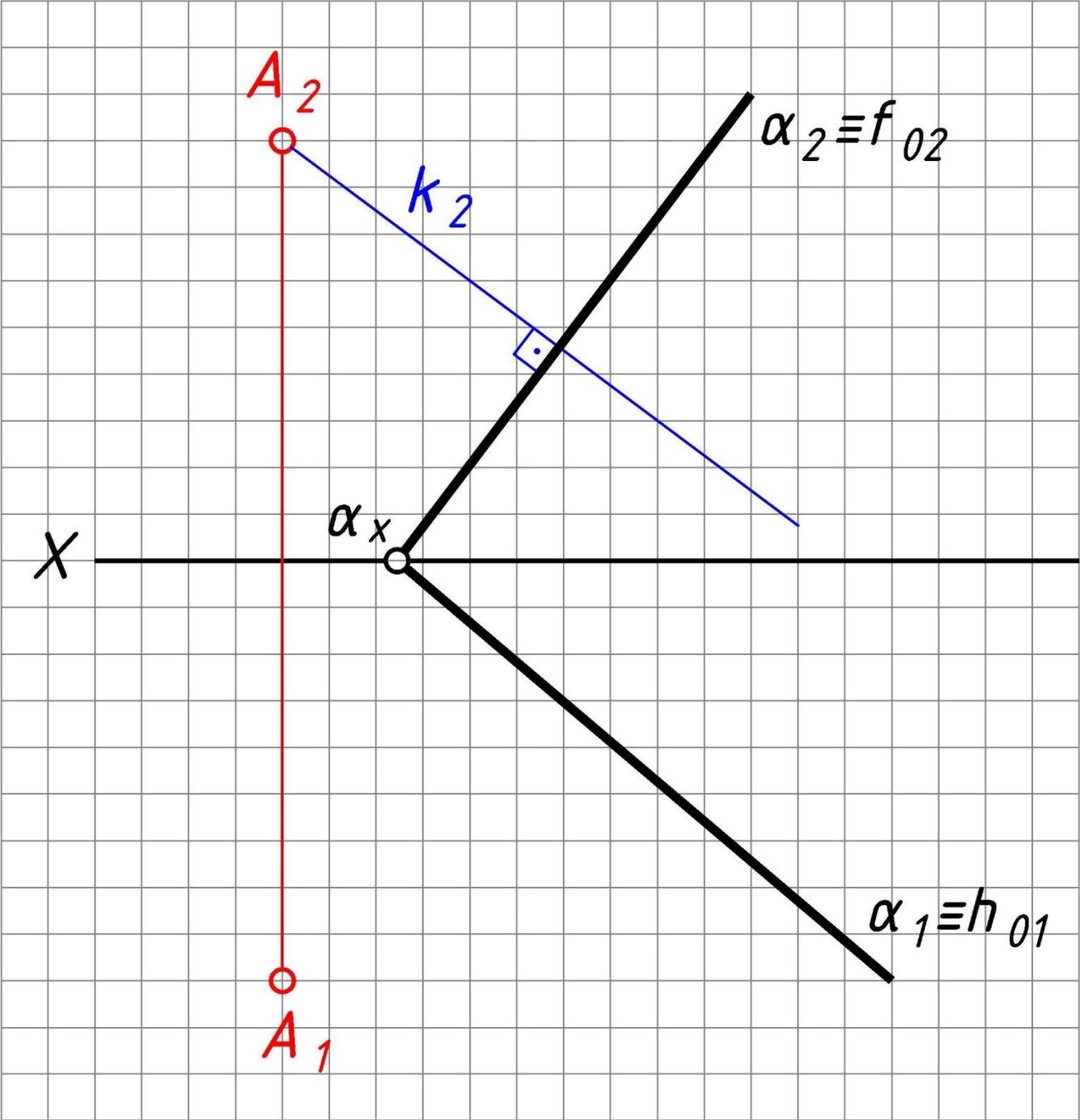


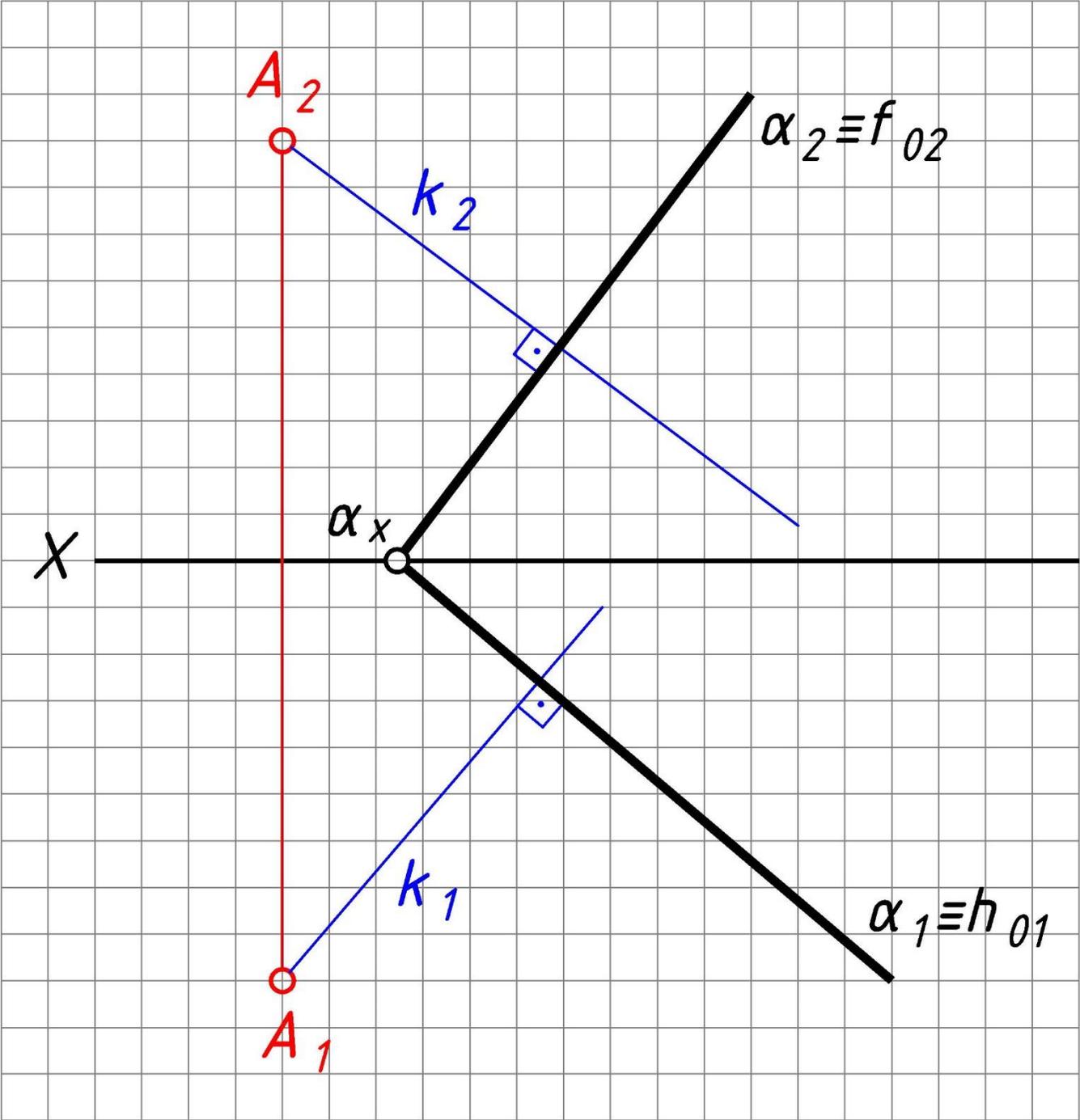


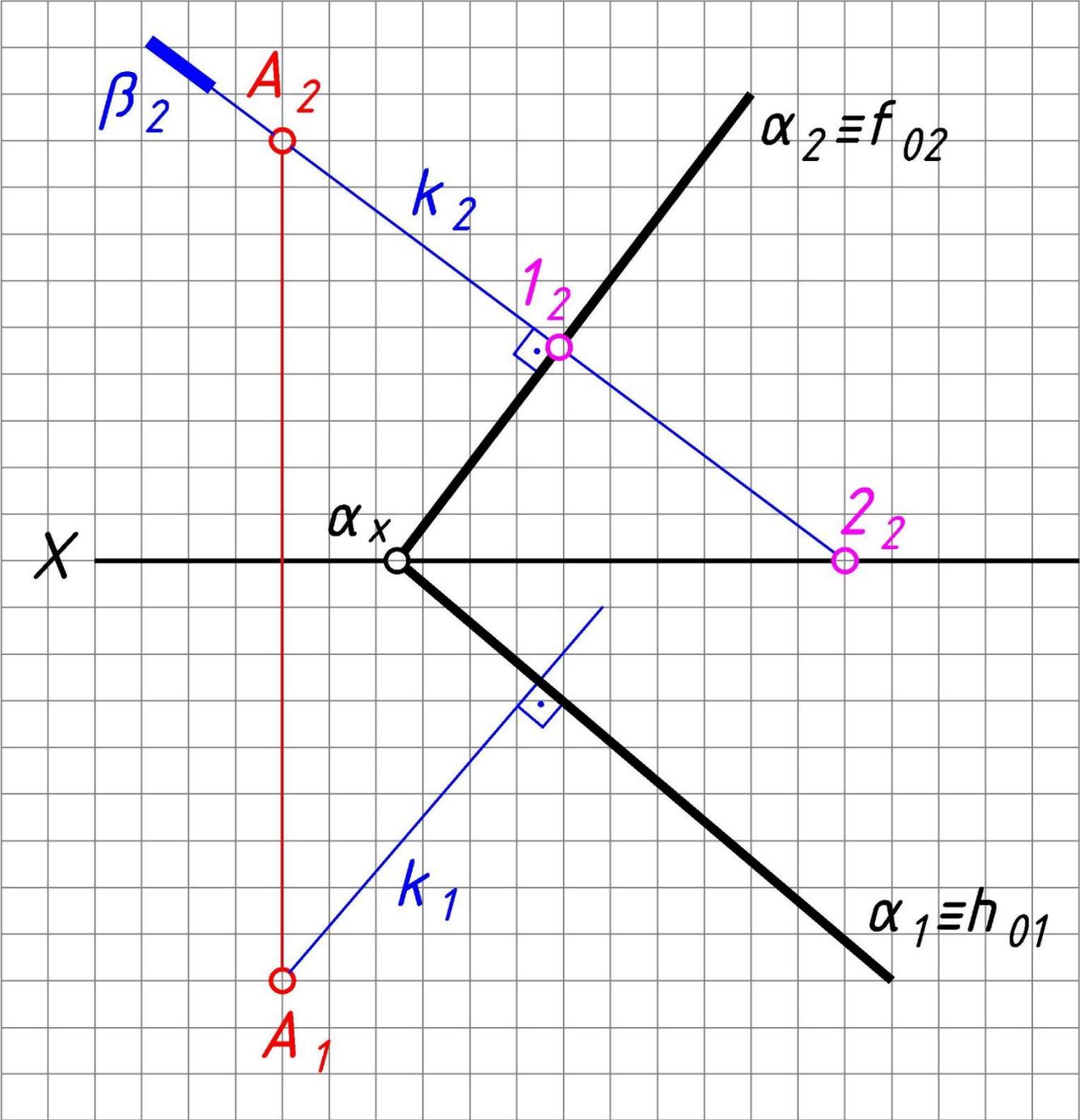


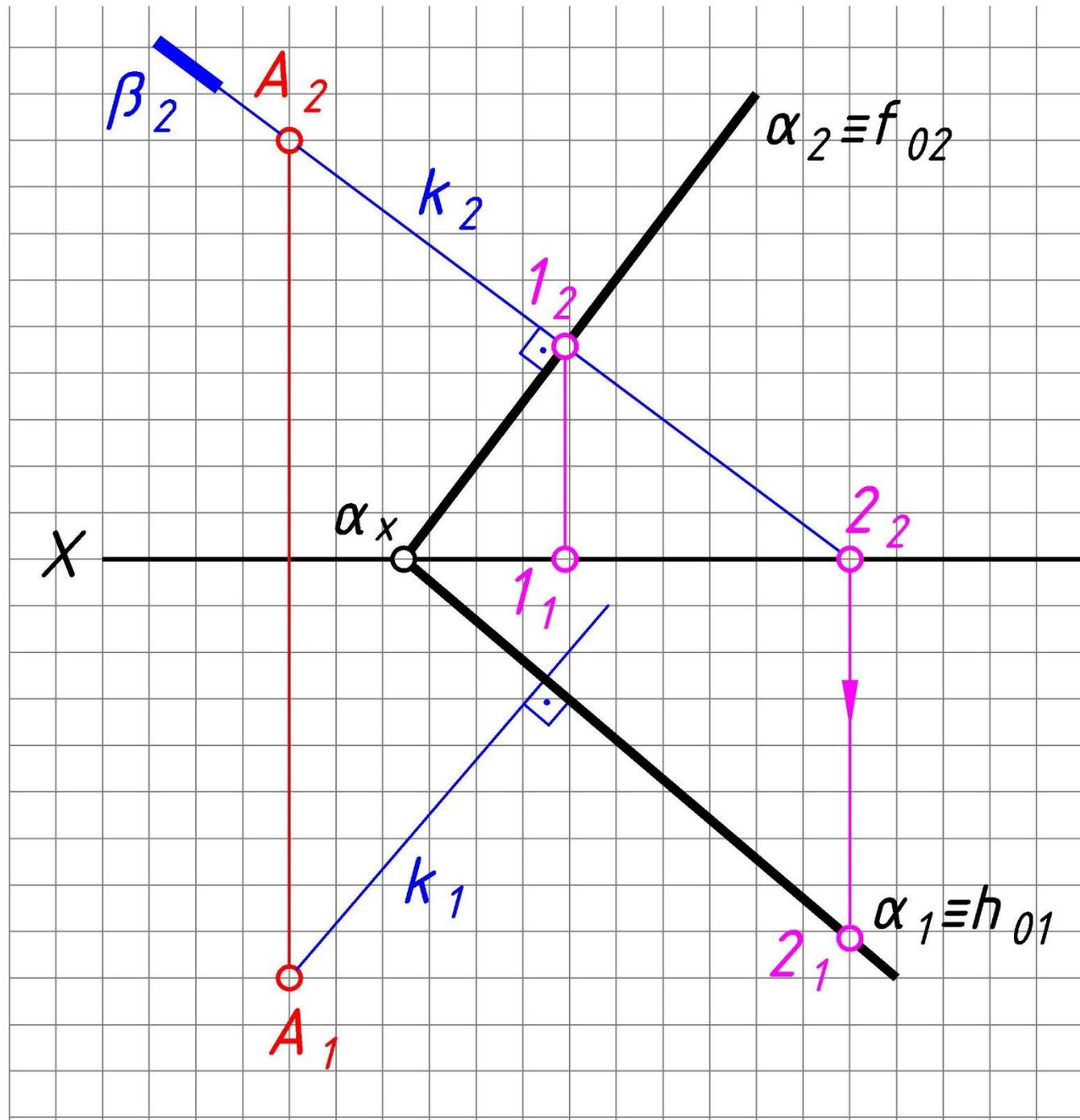


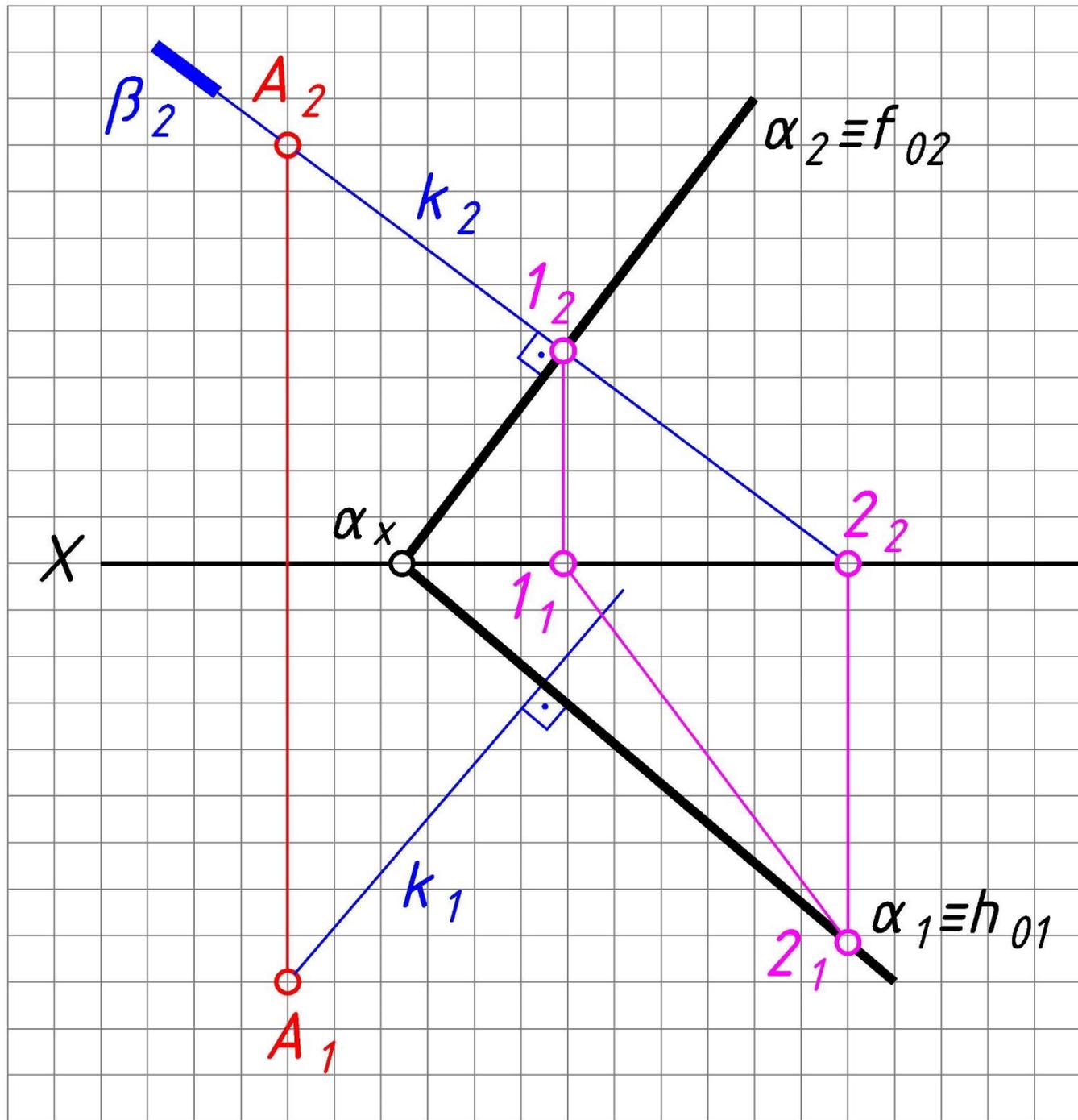


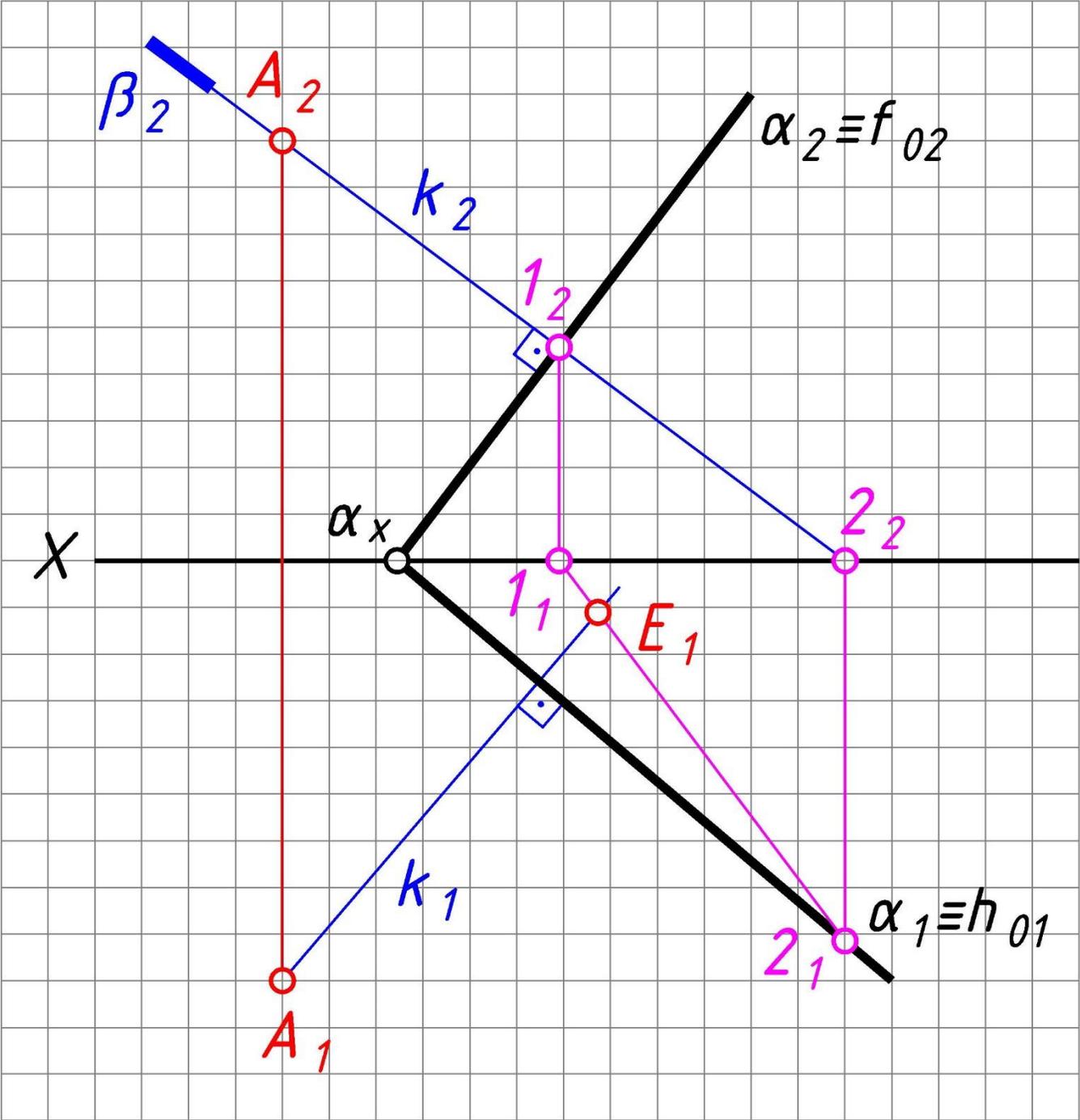


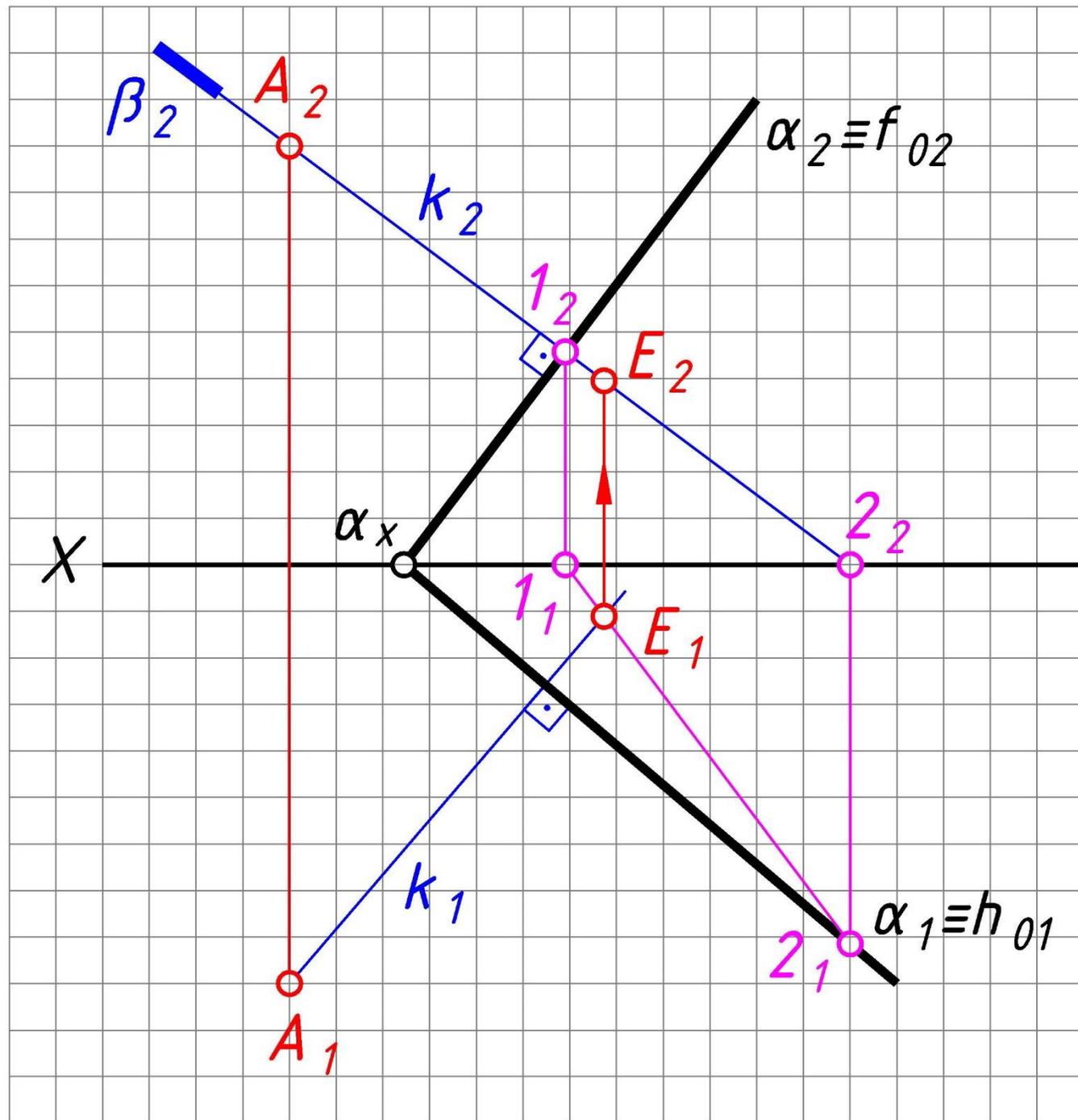












Теорема: Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости.

Взаимно перпендикулярные прямые принадлежат взаимно перпендикулярным плоскостям.

