

# ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



## **Общий случай пересечения плоскостей**

**В результате пересечения двух плоскостей образуется прямая линия, которая одновременно принадлежит и одной и другой заданным плоскостям.**

**Алгоритм решения:**

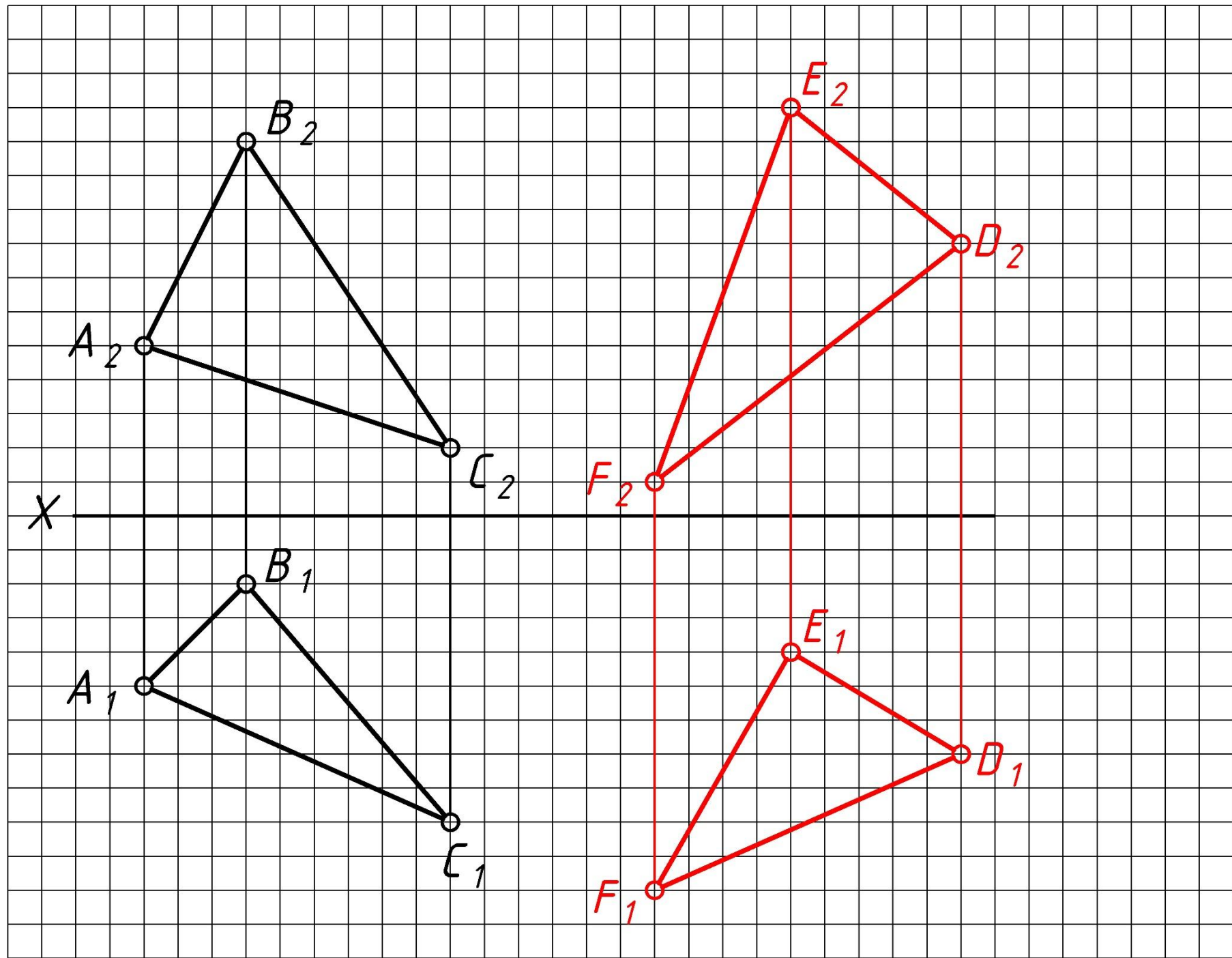
**1. Проводим вспомогательные плоскости-посредники частного положения (проецирующие, либо уровня)  $\alpha$  и  $\beta$  (горизонтального уровня).**

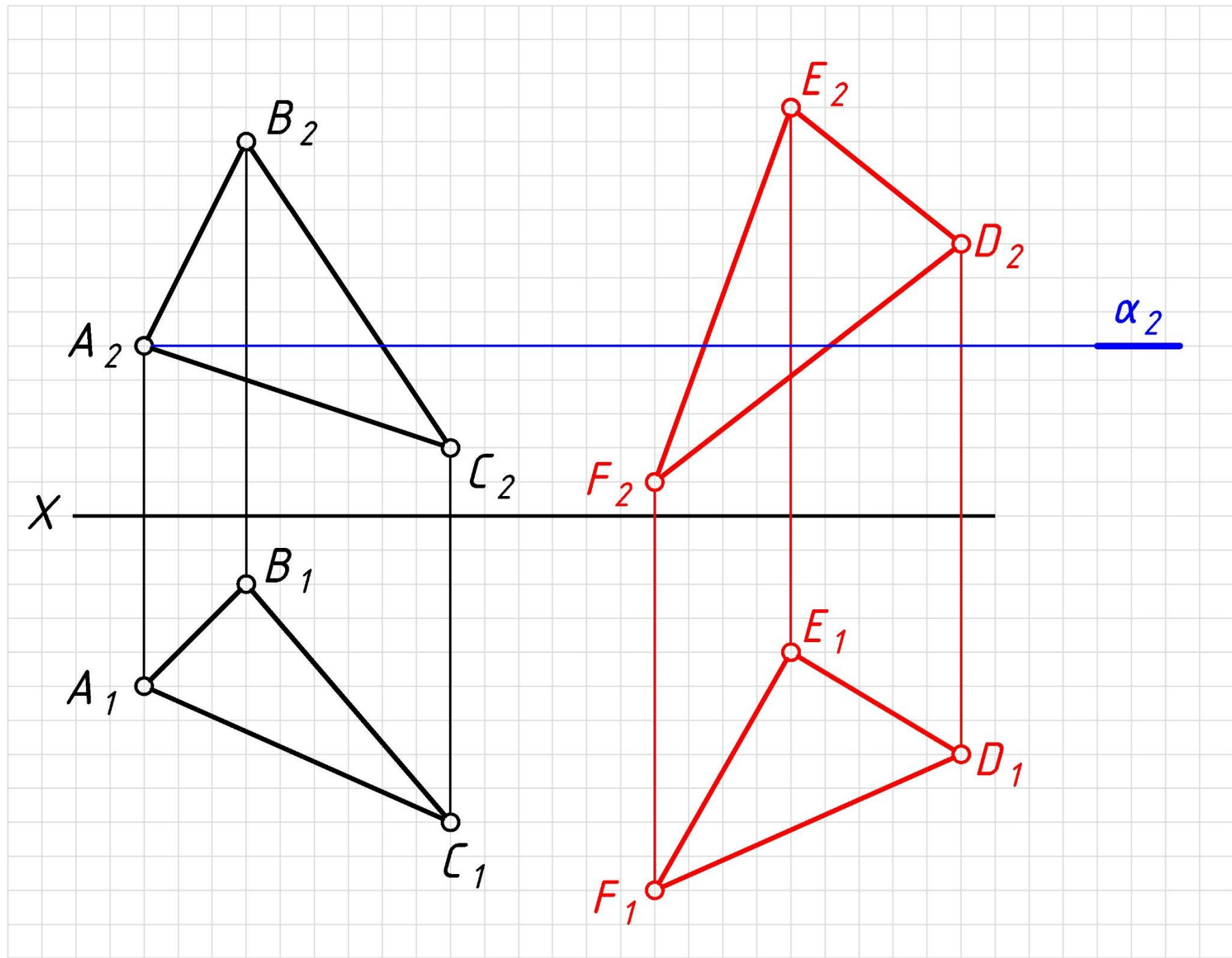
**2. Находим поочередно линии пересечения плоскостей посредников  $\alpha$  и  $\beta$  с заданными плоскостями:**

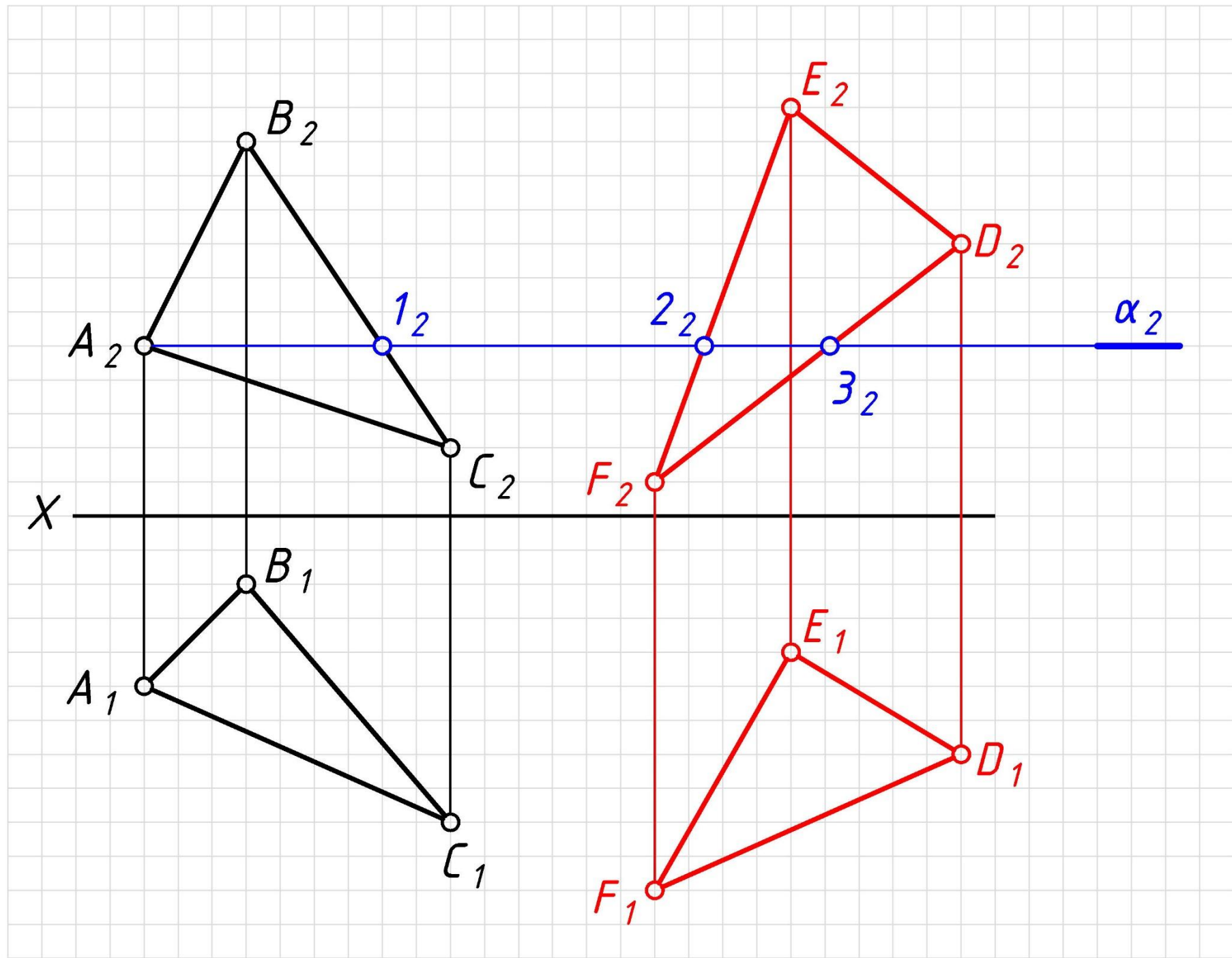
$$A1 = ABC \cap \alpha, \quad 23 = ABC \cap \beta.$$

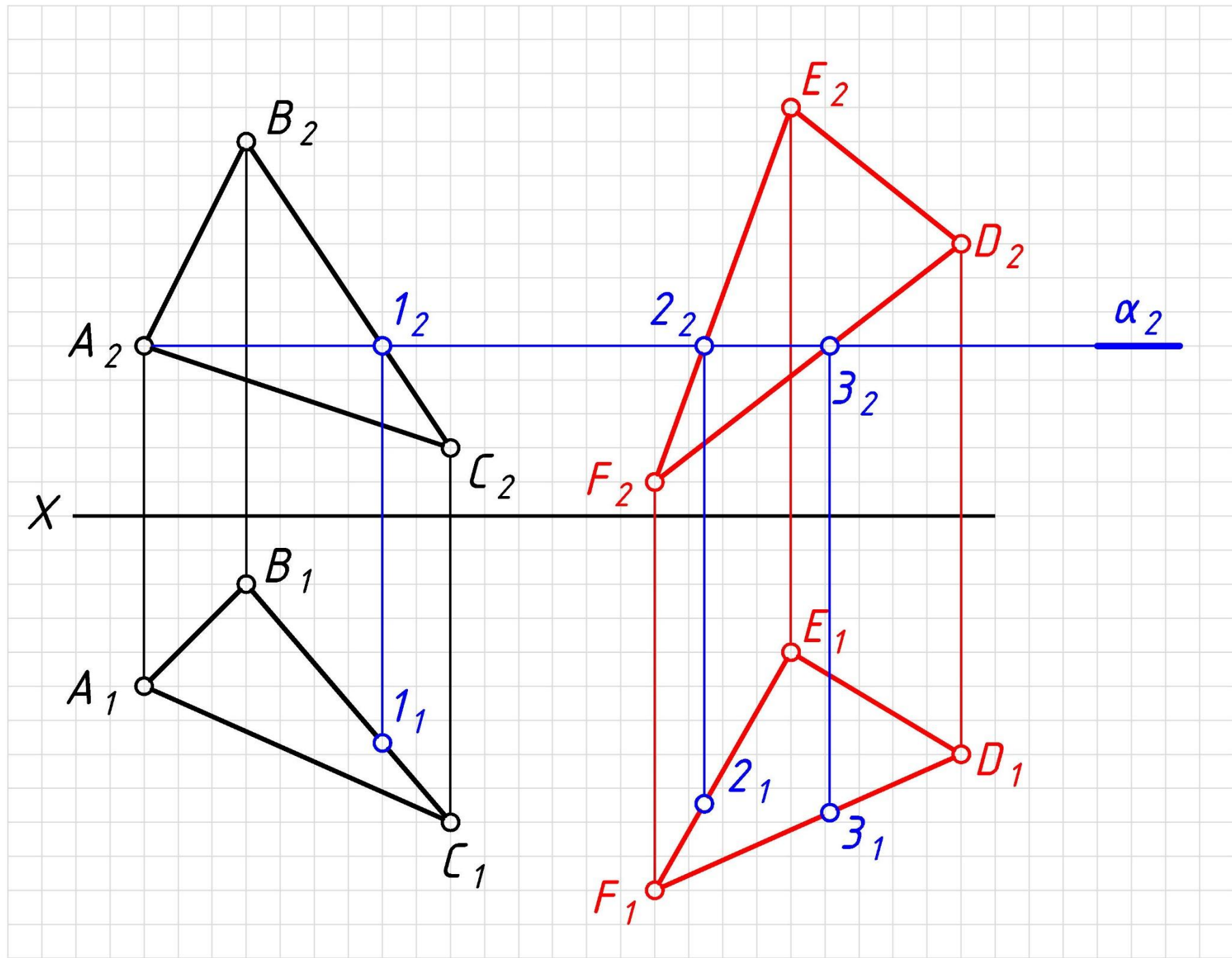
**3. На пересечении соответствующих проекций линий пересечения плоскостей (заданных и посредников) определяем искомые точки  $K$  и  $L$ :**

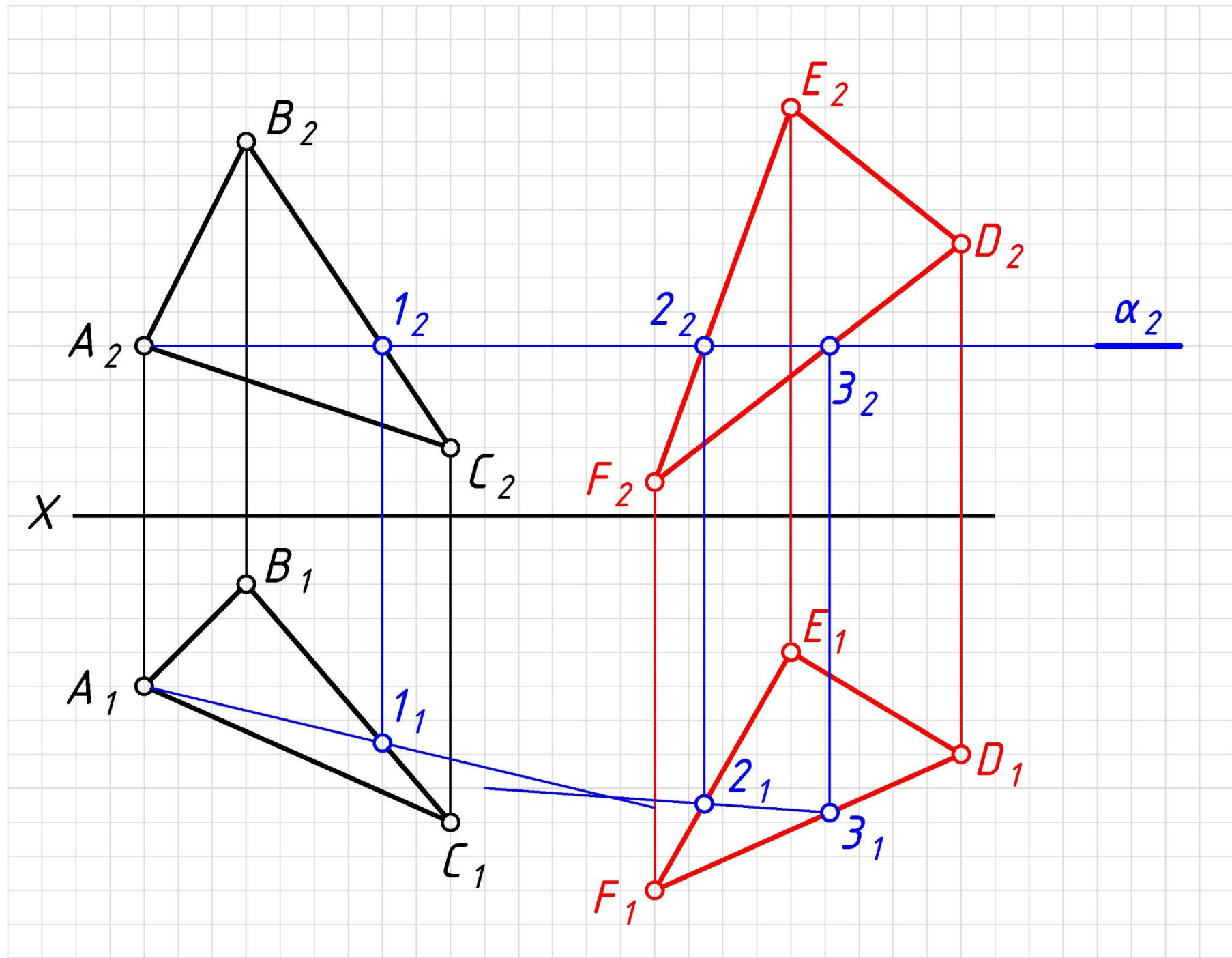
$$K = A1 \cap 23, \quad K \in \alpha;$$

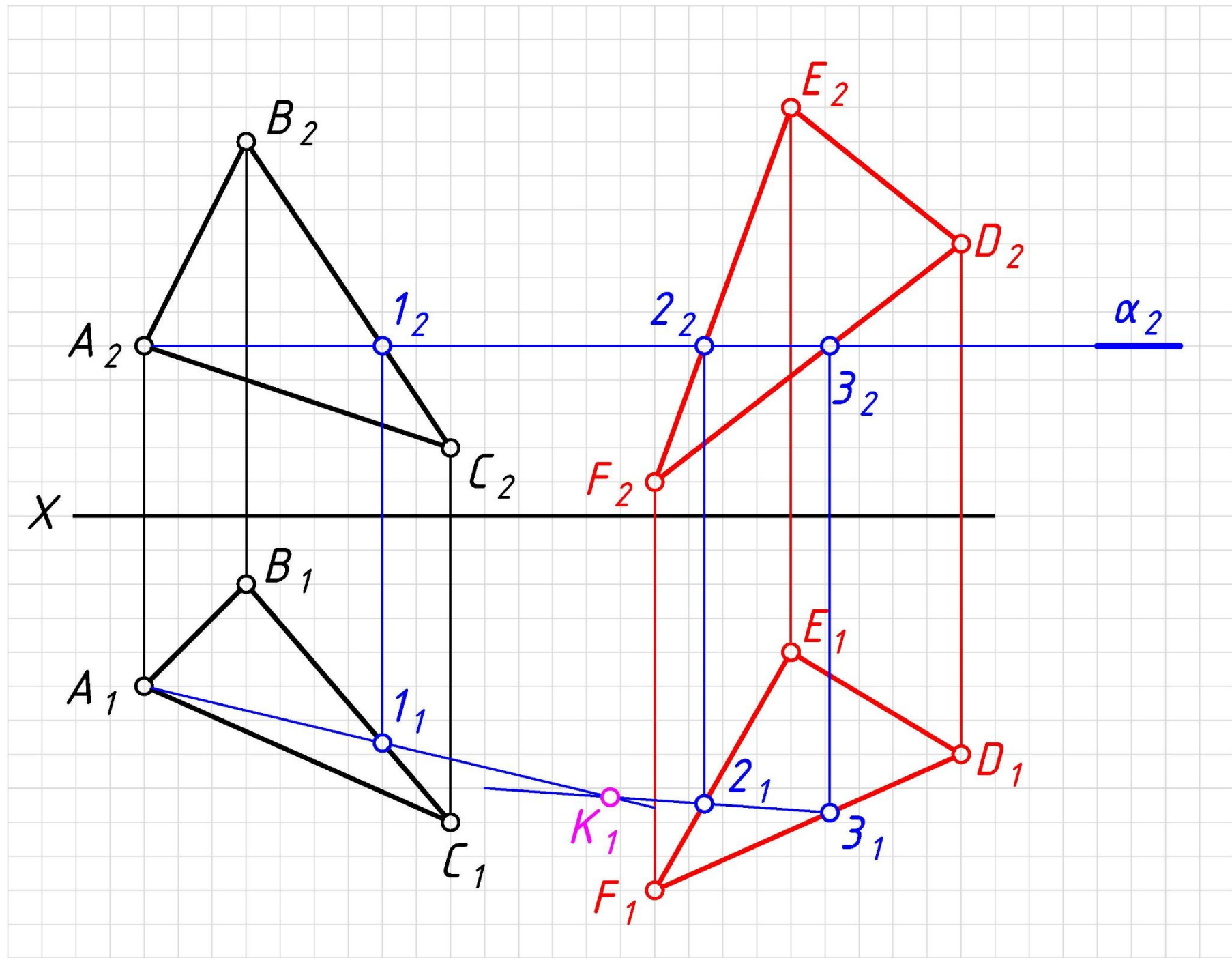




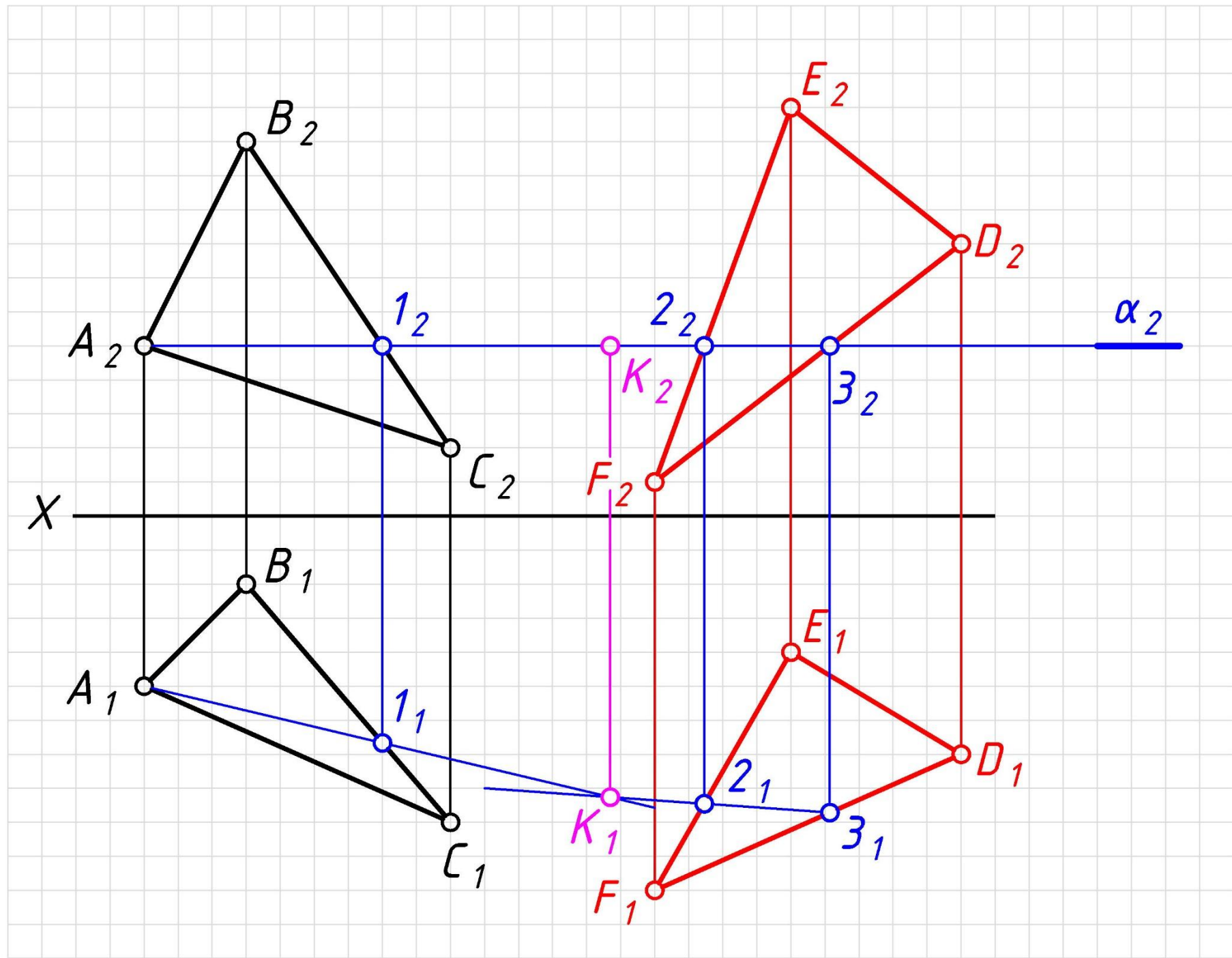


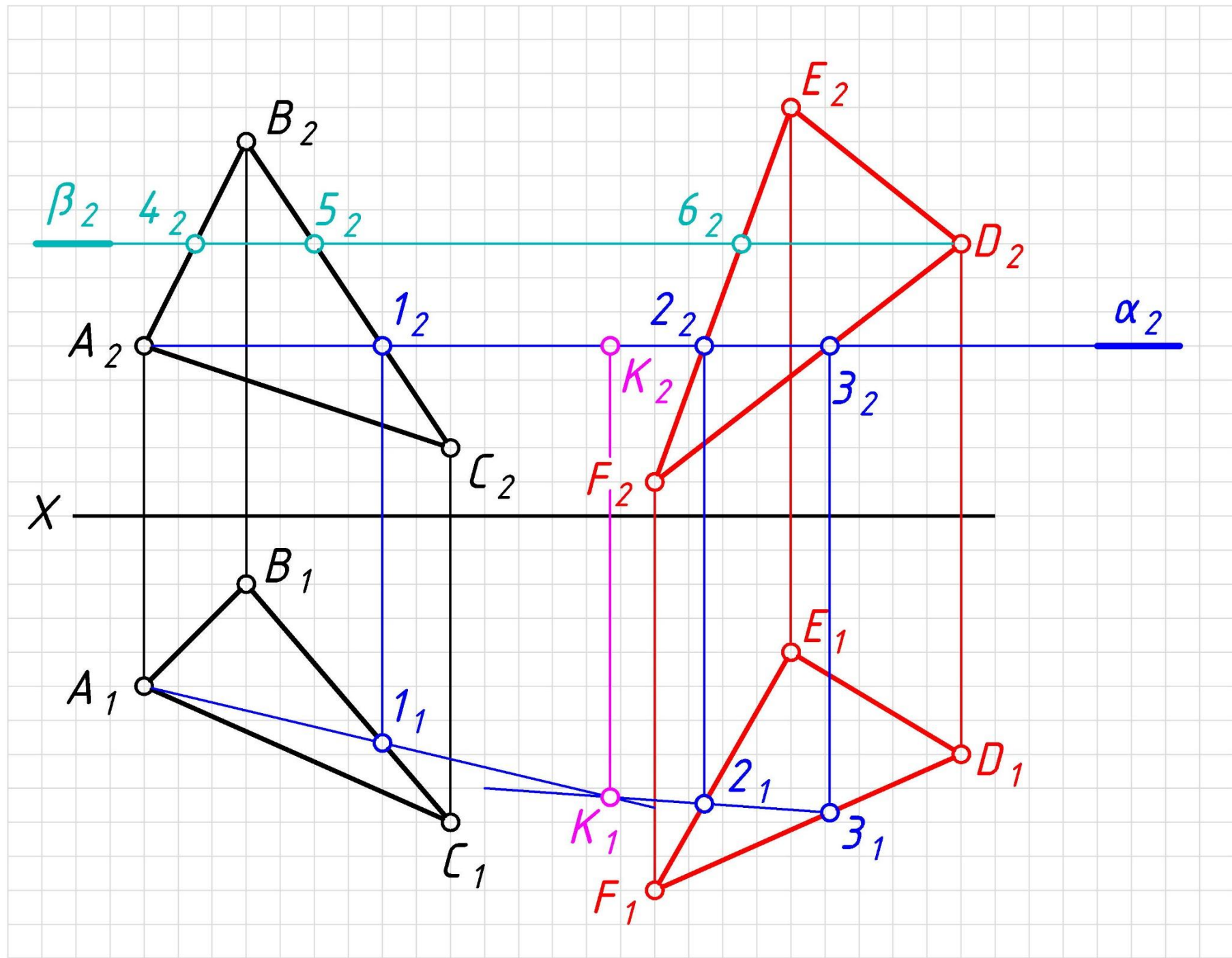


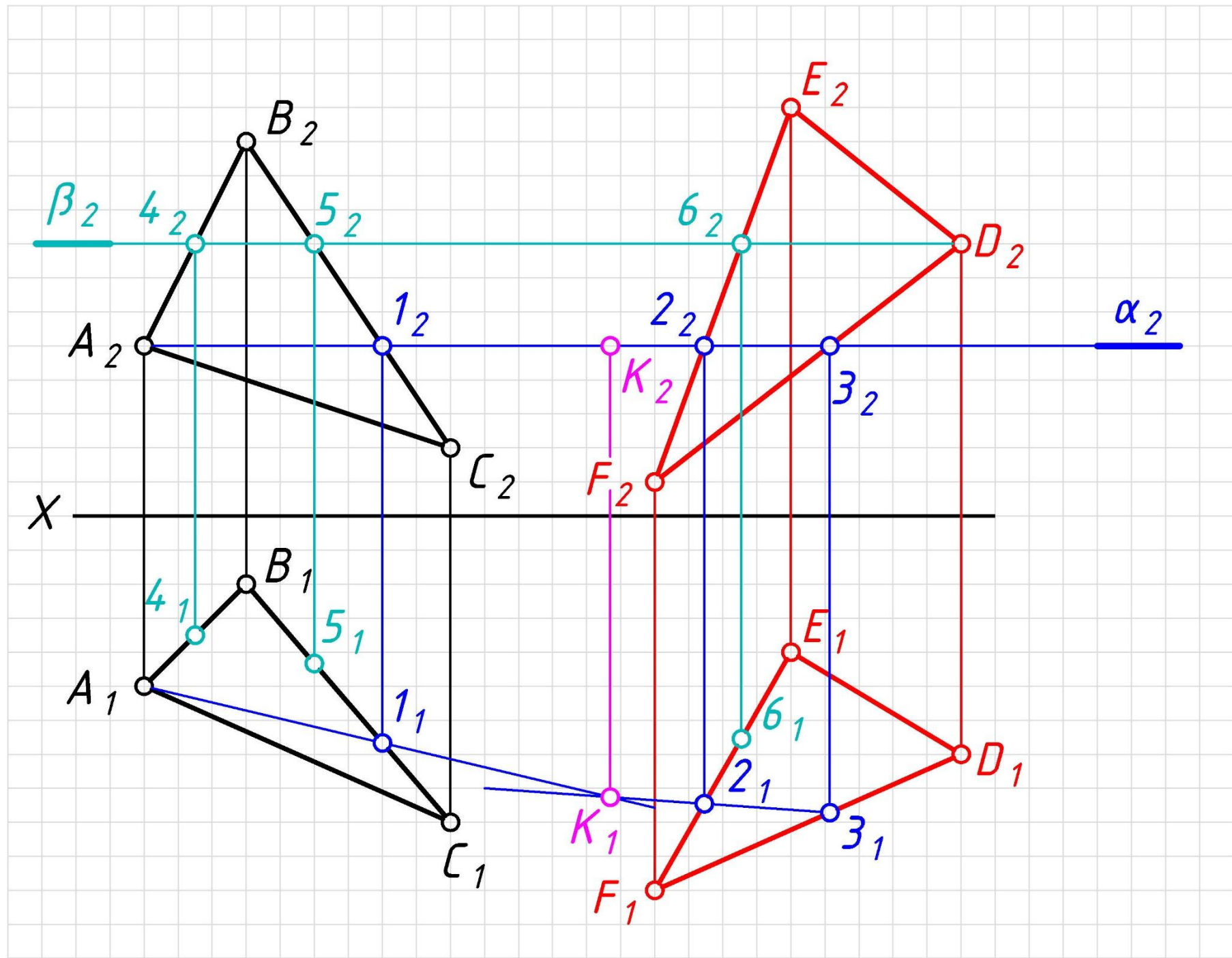


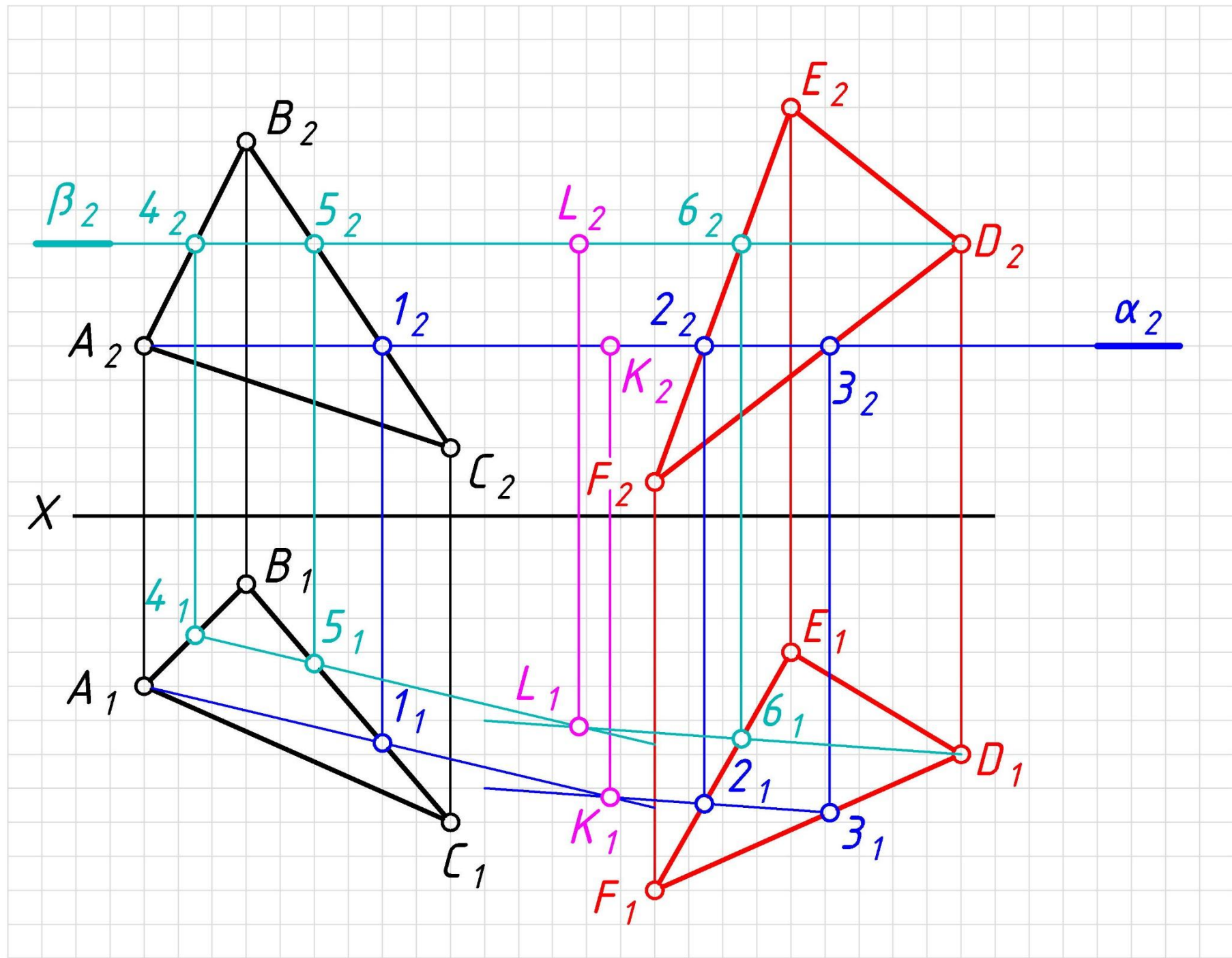


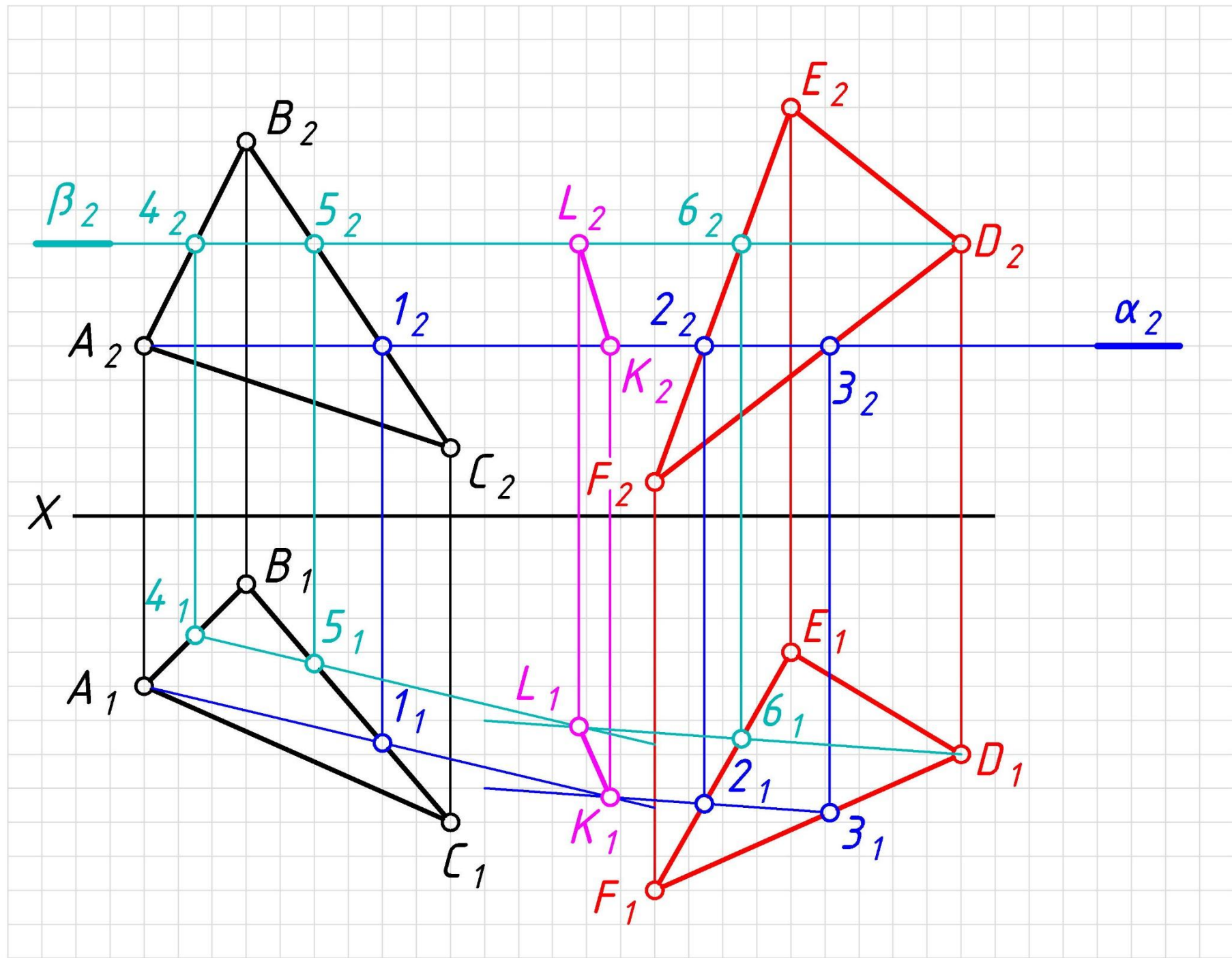








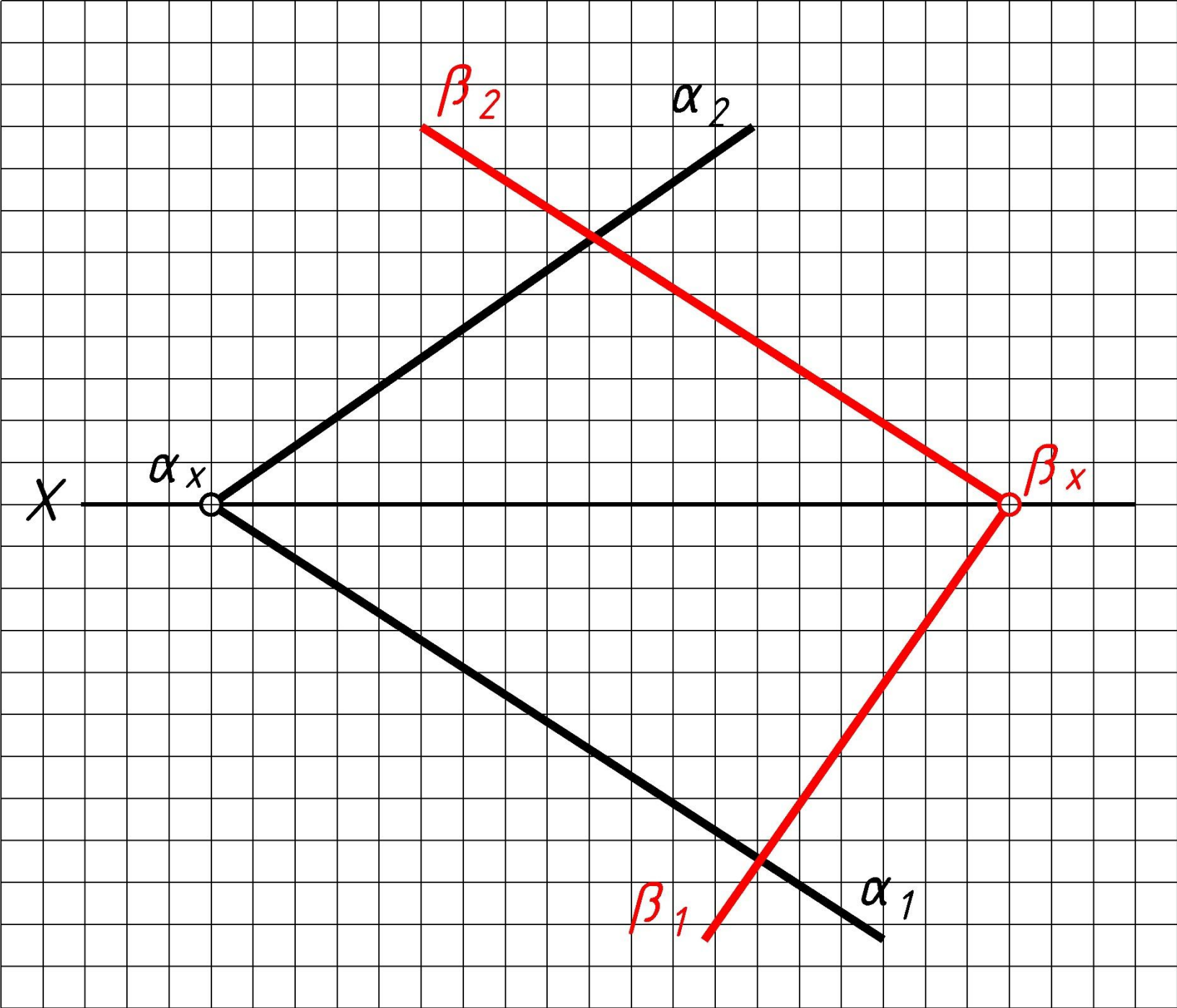


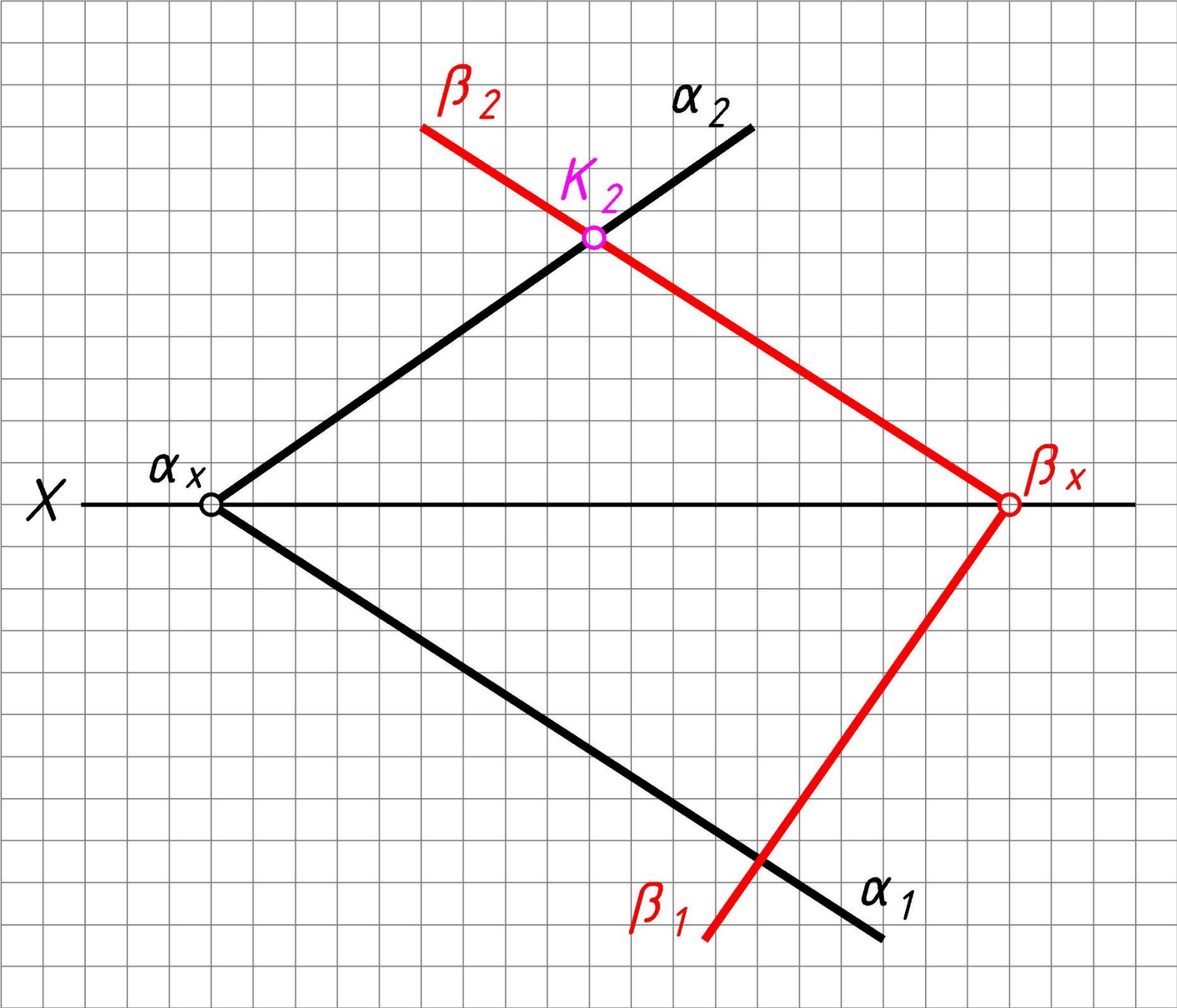


**Если плоскости заданы следами.**

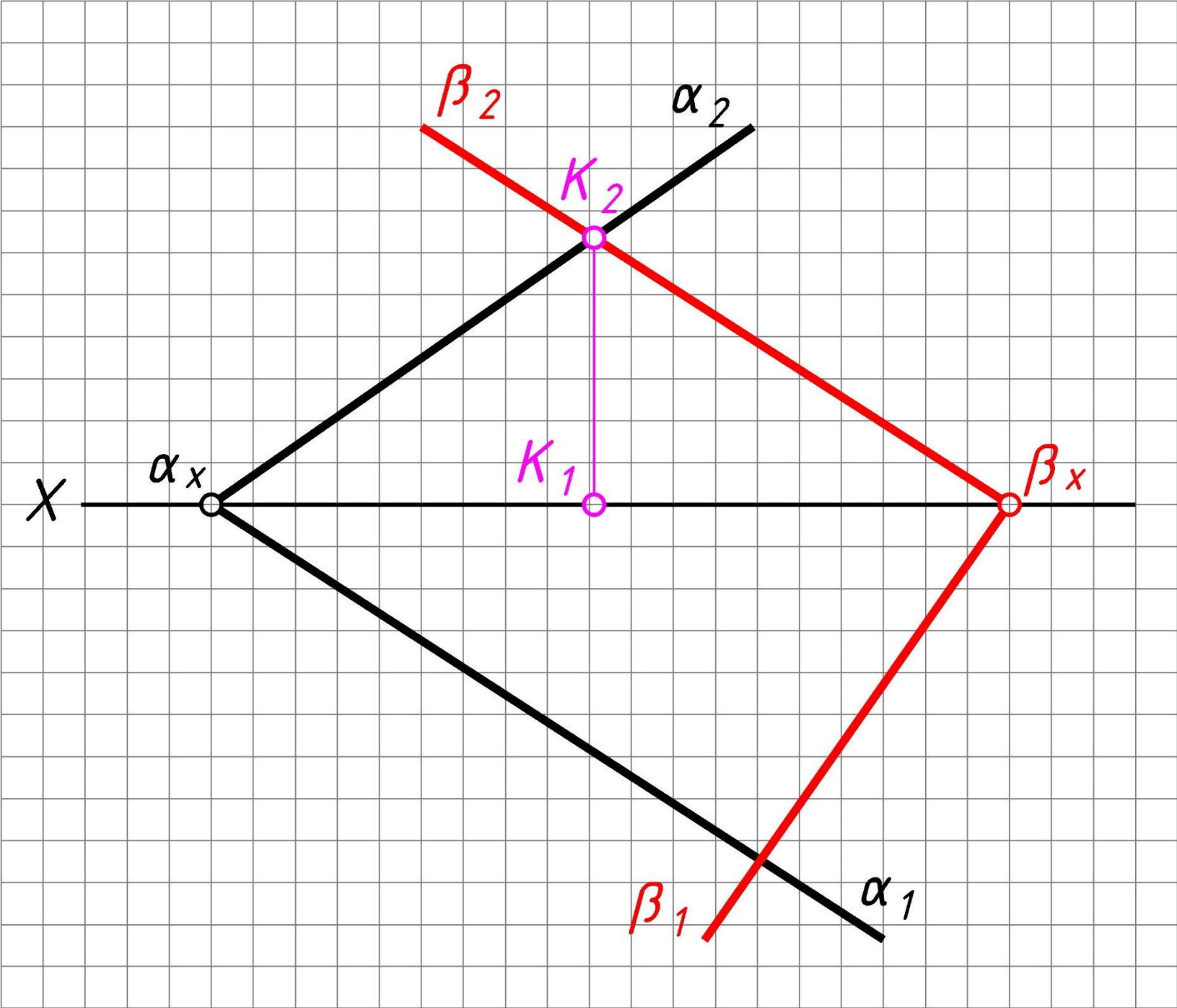
**Алгоритм решения:**

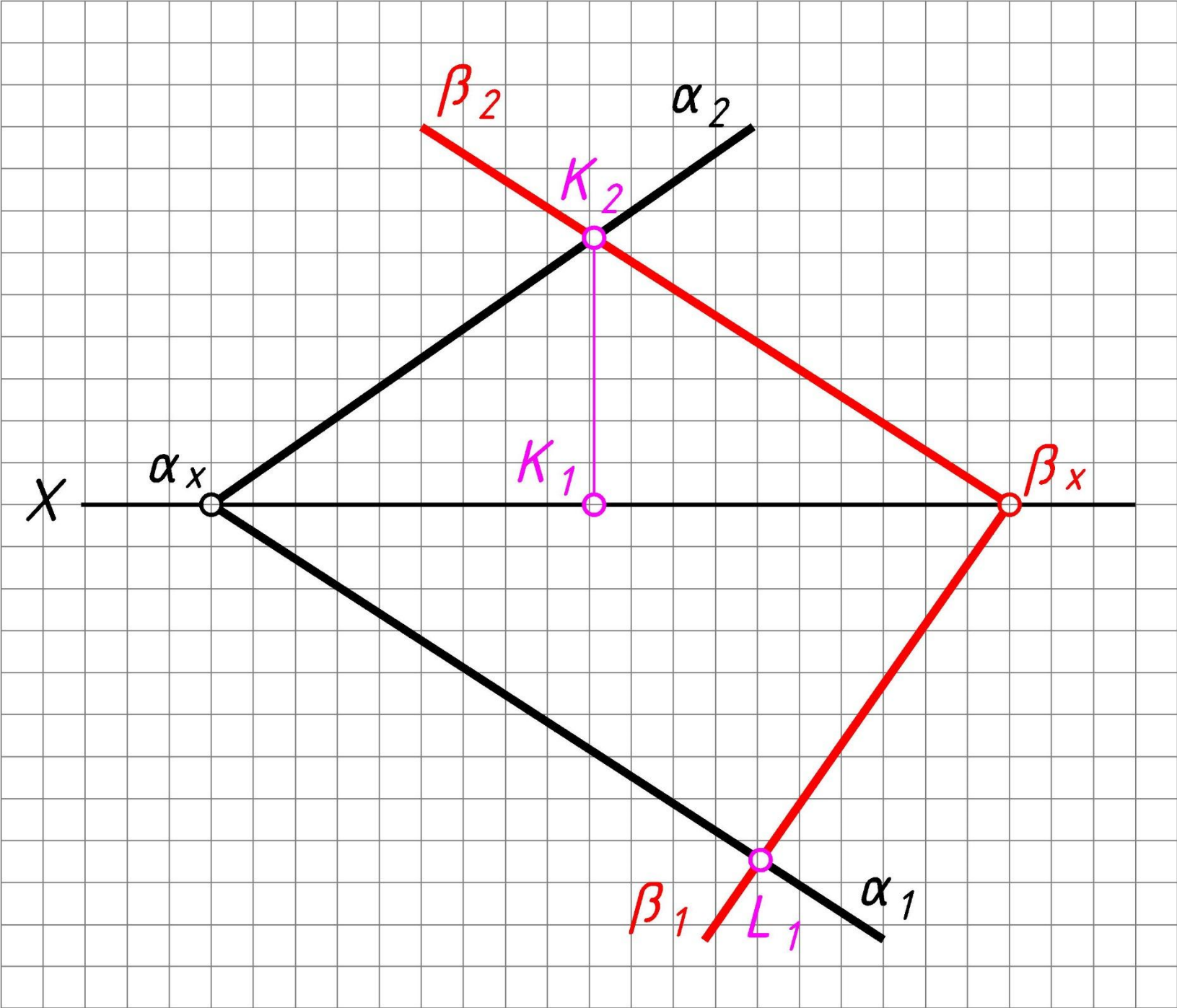
- 1. Определяем на чертеже точку  $K$  ( $K_2$ ) пересечения фронтальных следов плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ . Горизонтальная проекция точки  $K$  принадлежит оси  $X$ :  $K_1 \in OX$ .**
- 2. Определяем на чертеже точку  $L$  ( $L_1$ ) пересечения горизонтальных следов плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ . Фронтальная проекция точки  $L$  принадлежит оси  $X$ :  $L_2 \in OX$ .**
- 3. Одноименные проекции точек  $K$  и  $L$  соединяем прямыми.  $KL$  ( $K_1L_1, K_2L_2$ ) – искомая линия пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .**

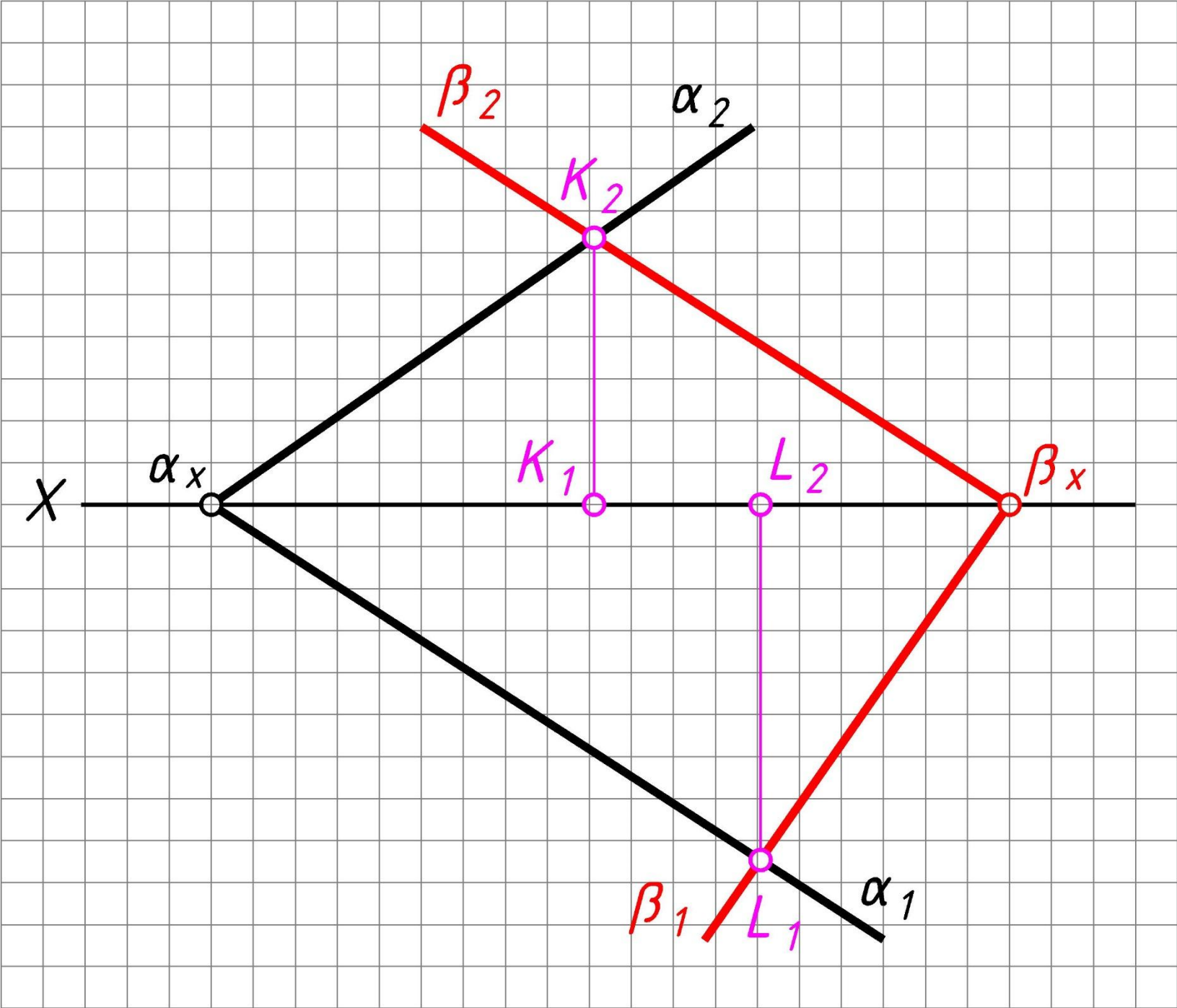


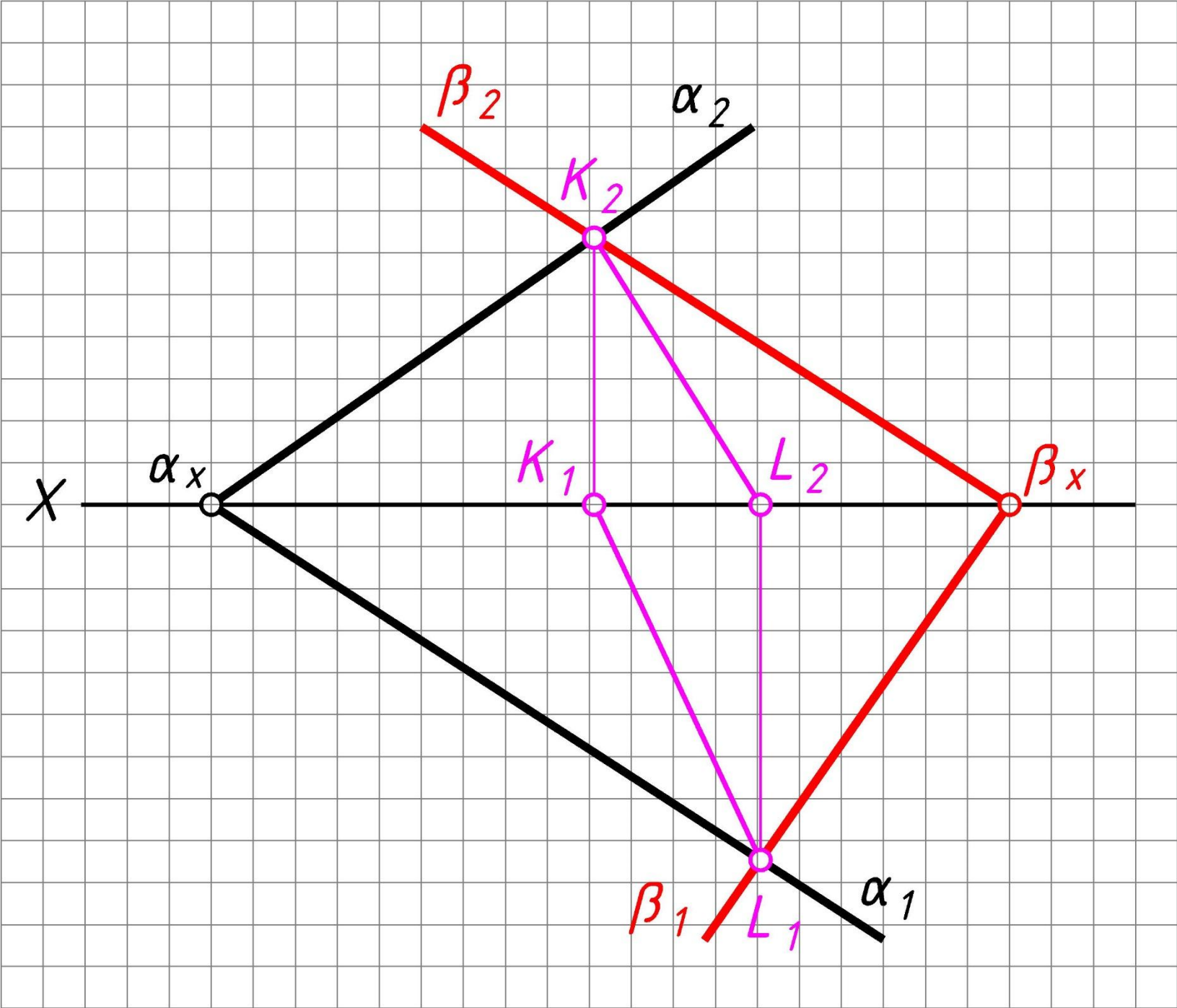












# **Частные случаи пересечения двух плоскостей**

**Одна, или обе плоскости занимают частное положение относительно плоскостей проекций. Используется свойство «собирательности» проецирующих ГО.**

**Дано:  $ABC$  – плоскость общего положения,  $\alpha$  – горизонтально проецирующая плоскость.**

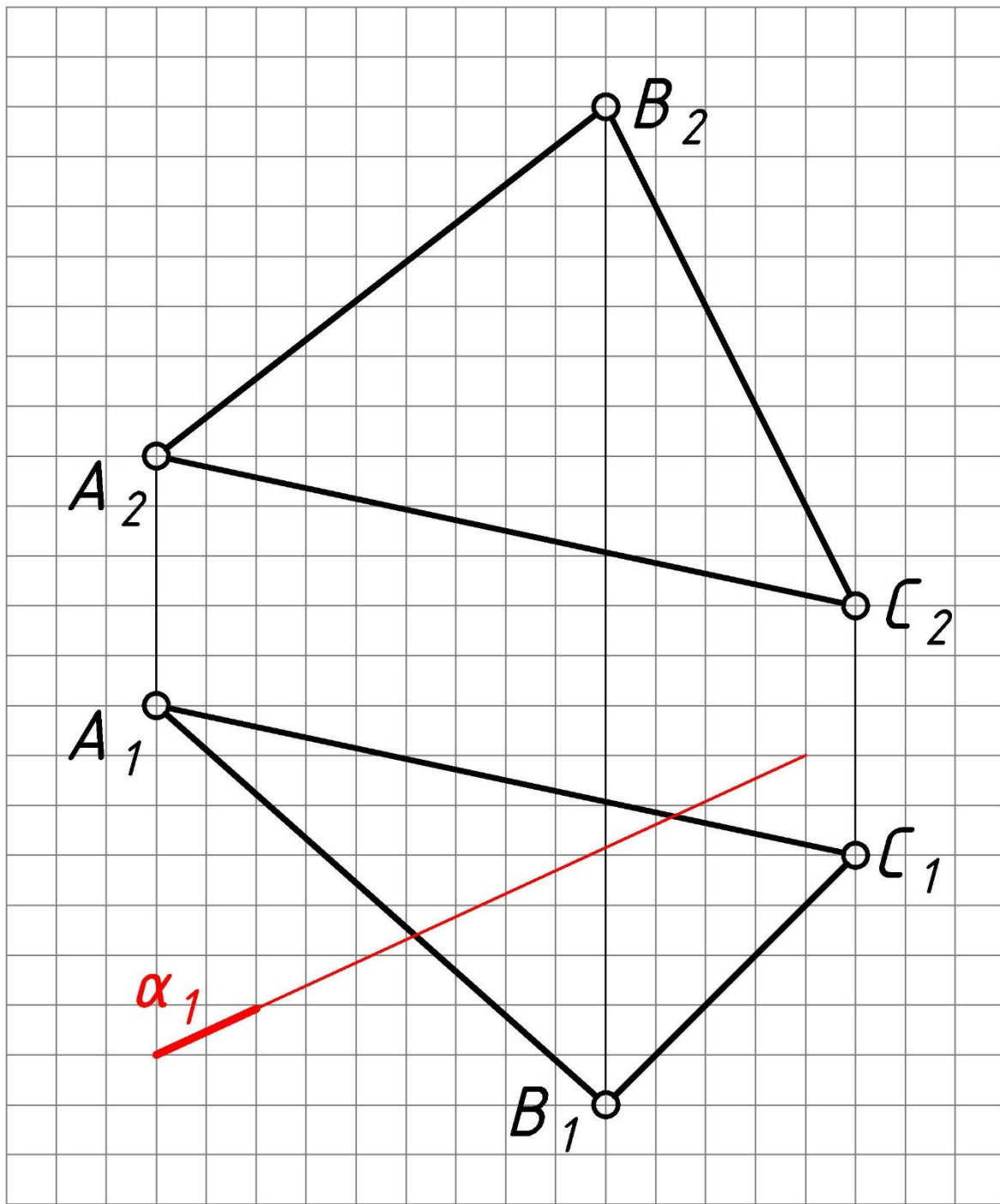
**Найти: проекции прямой  $12$  пересечения плоскостей  $ABC$  и  $\alpha$ .**

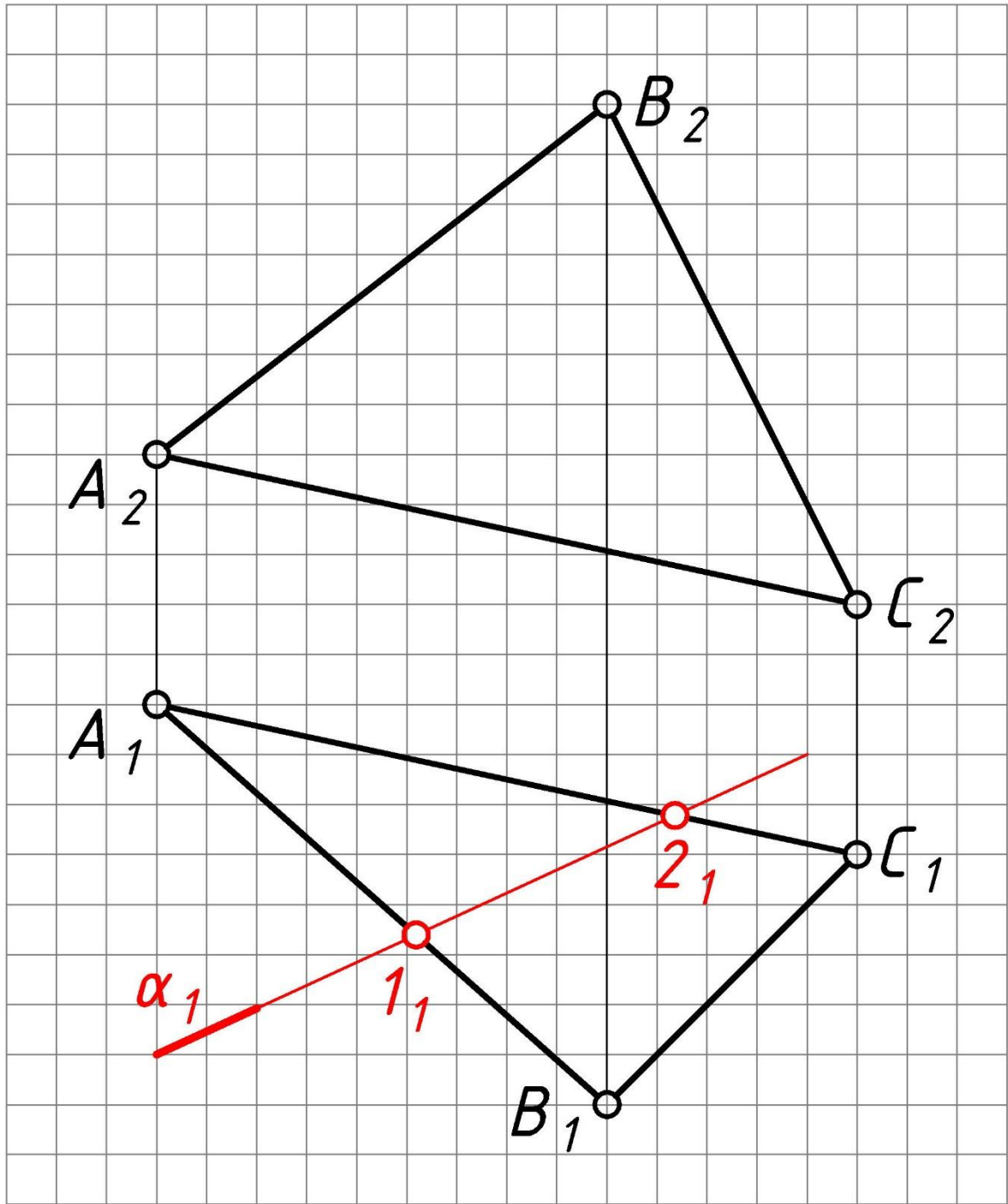
**Решение:**

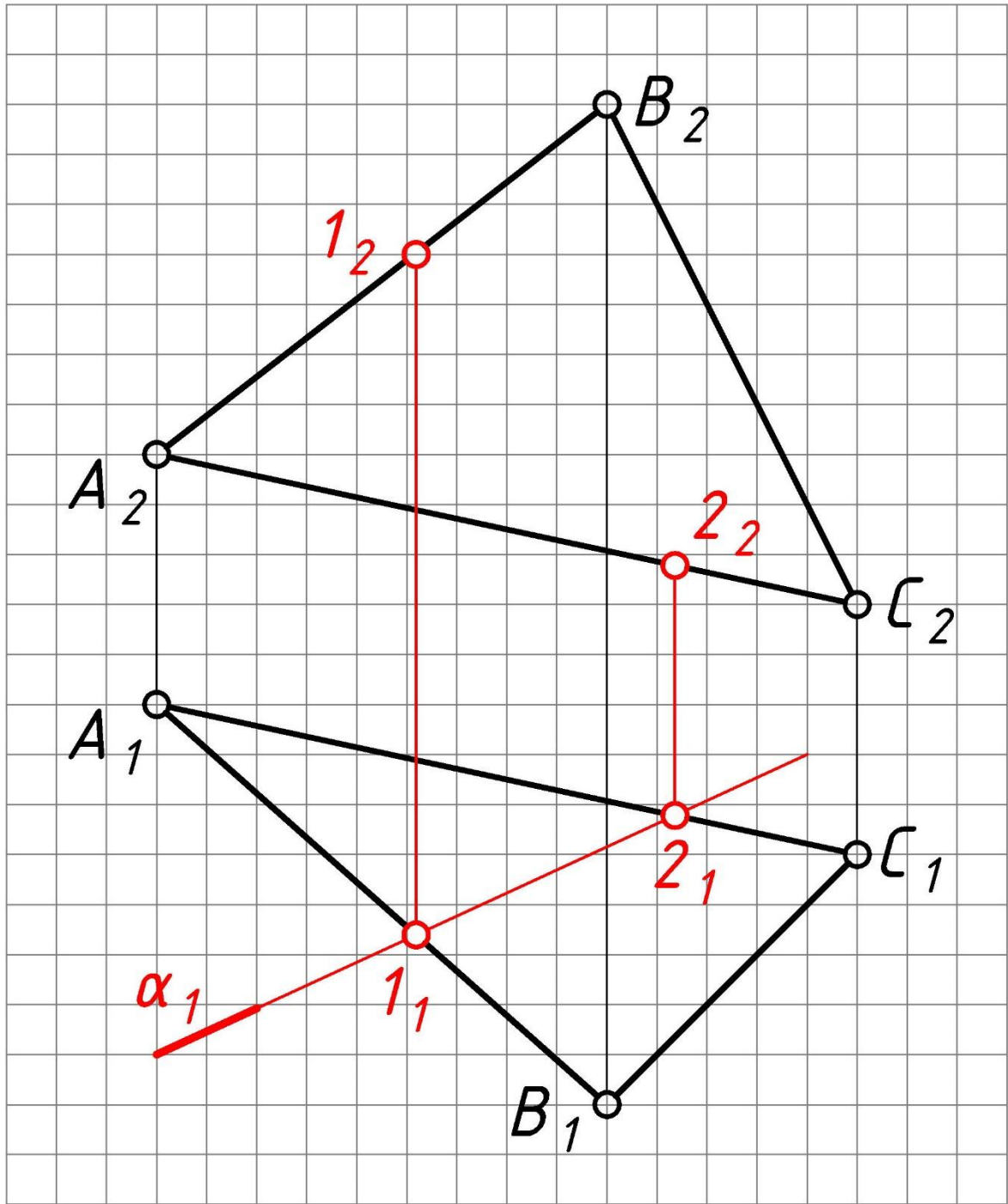
**1.  $1_1 = A_1B_1 \cap \alpha_1, 2_1 = A_1C_1 \cap \alpha_1.$**

**2.  $1_2 \in A_2B_2, 2_2 \in A_2C_2$**

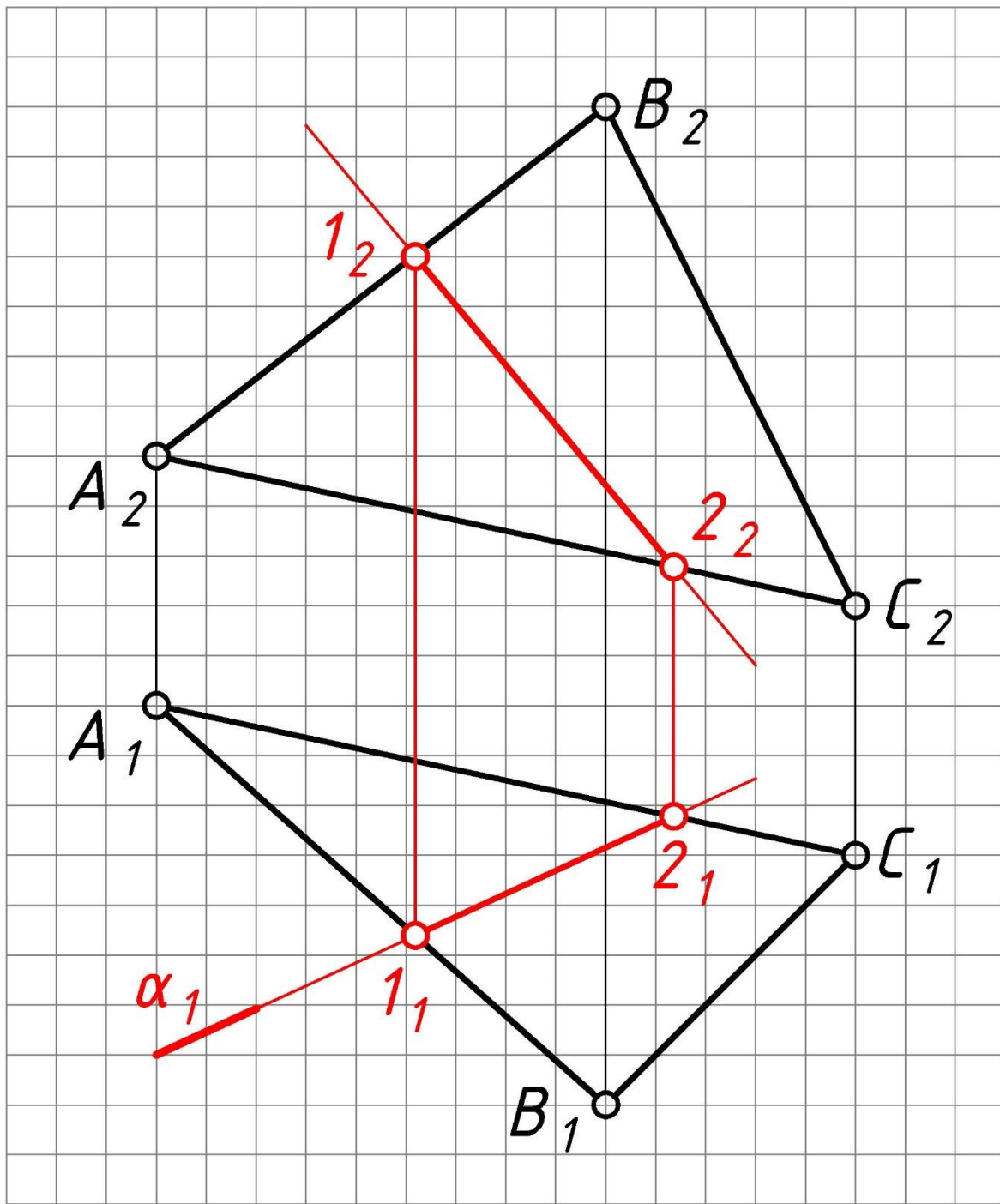
**3.  $12 (1_12_1, 1_22_2)$  – искомая линия пересечения плоскостей.**









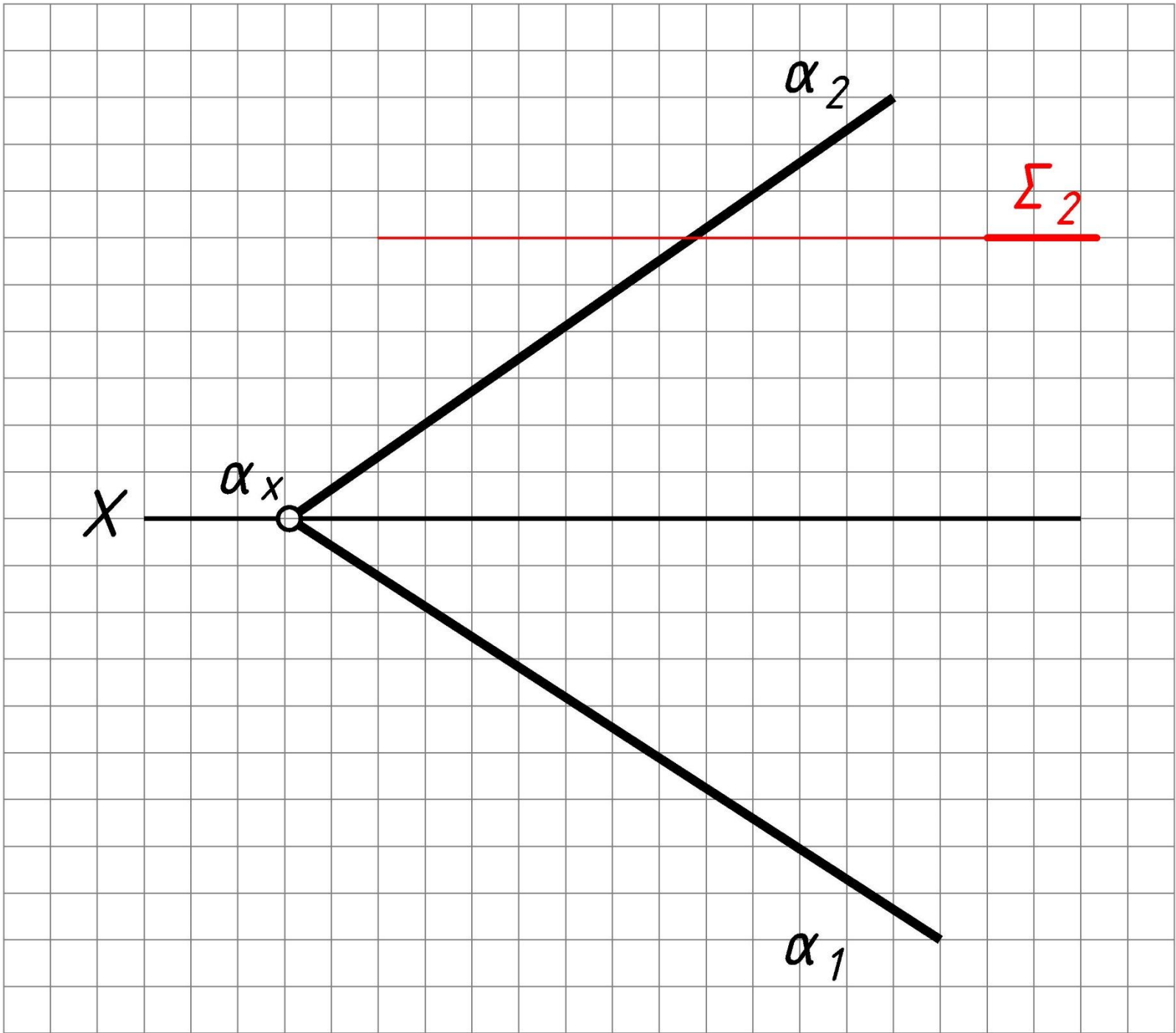


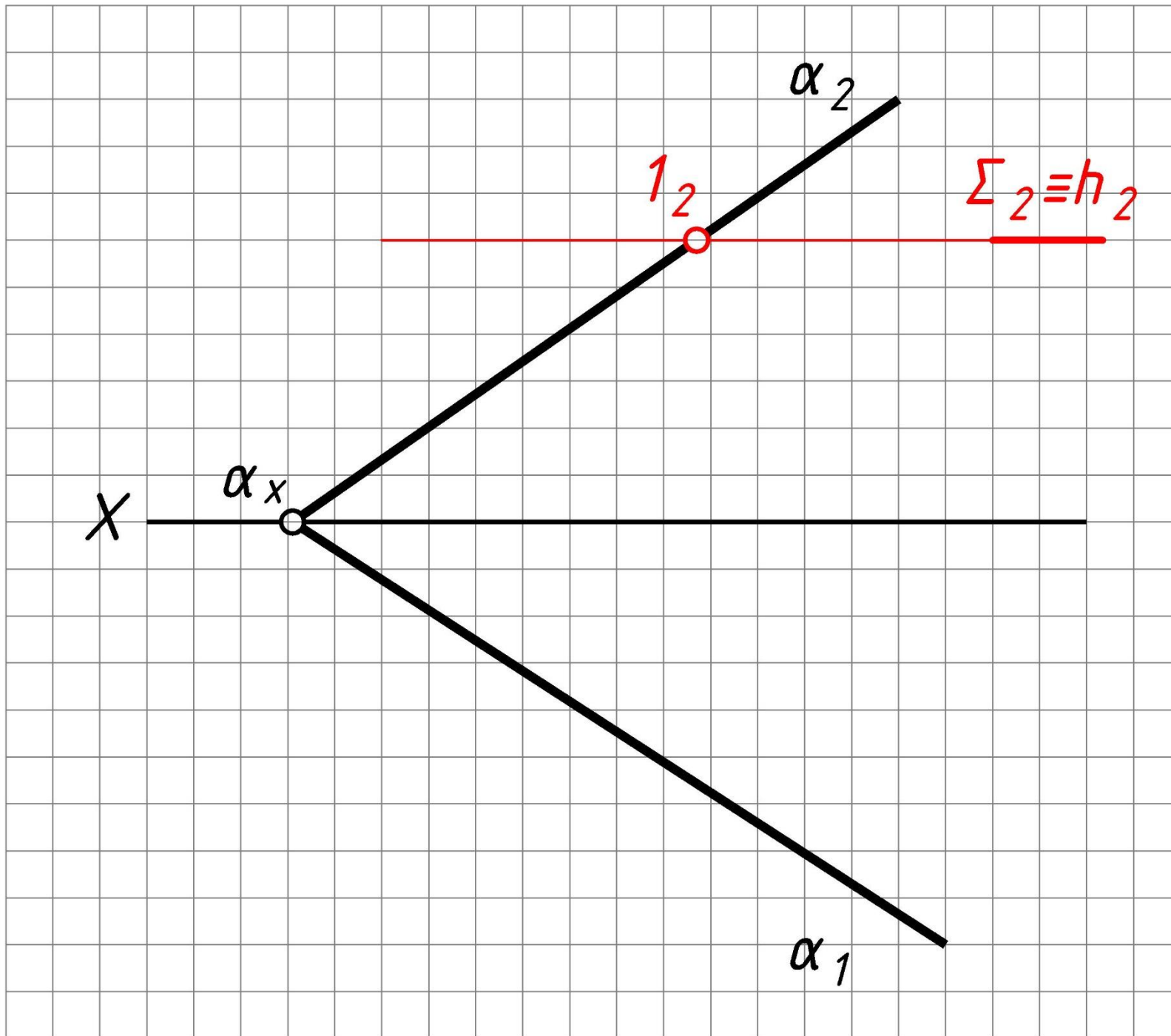
**Дано:**  $\alpha$  – плоскость общего положения,  $\Sigma$  – плоскость горизонтального уровня.

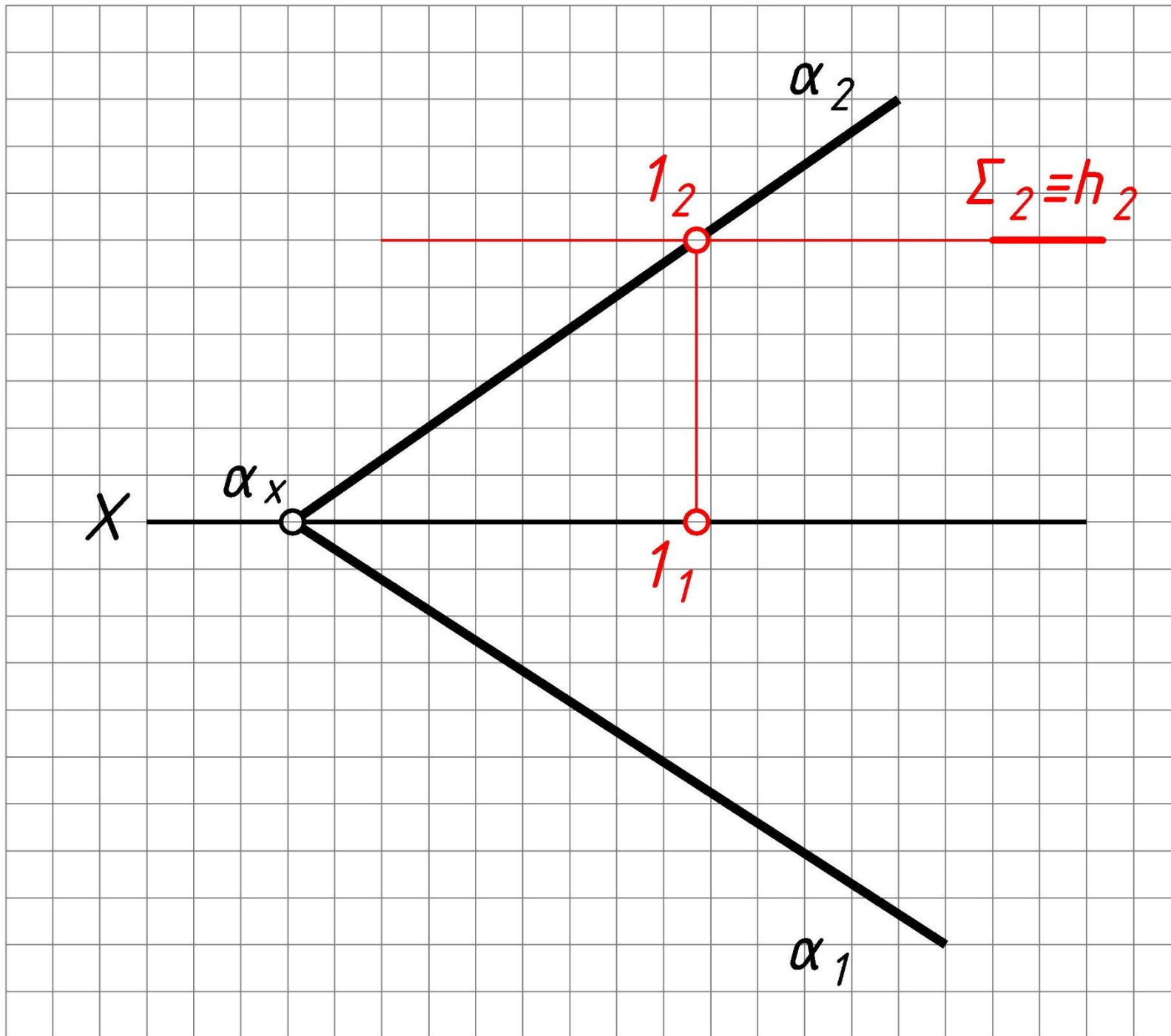
**Найти:** проекции прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\Sigma$ .

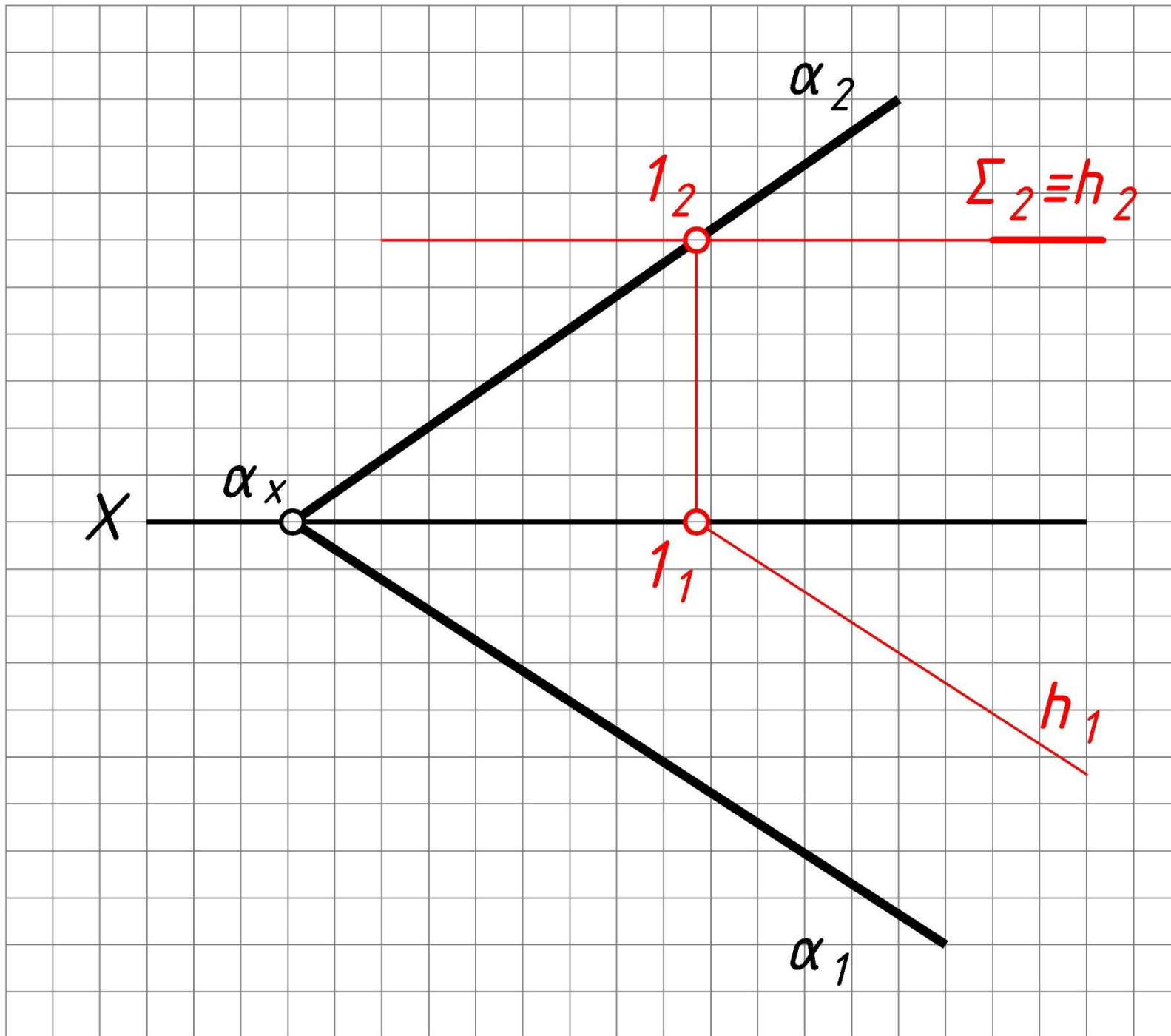
**Решение:**

- 1. Плоскость уровня пересекает плоскость общего положения по горизонтали  $h$ .**
- 2.  $h_2 \equiv \Sigma_2$ .**
- 3.  $1_2 = h_2 \cap \alpha_2$ .**
- 4.  $1_1 \in OX$ .**
- 5. Через  $1_1$  проводим  $h_1$ ,  $h_1 // \alpha_1$ .**
- 6.  $h (h_1, h_2)$  – искомая линия пересечения плоскостей.**









## **Общий случай пересечения прямой и плоскости**

**В результате пересечения прямой с плоскостью образуется точка, которая одновременно принадлежит и прямой и плоскости.**

**Алгоритм решения:**

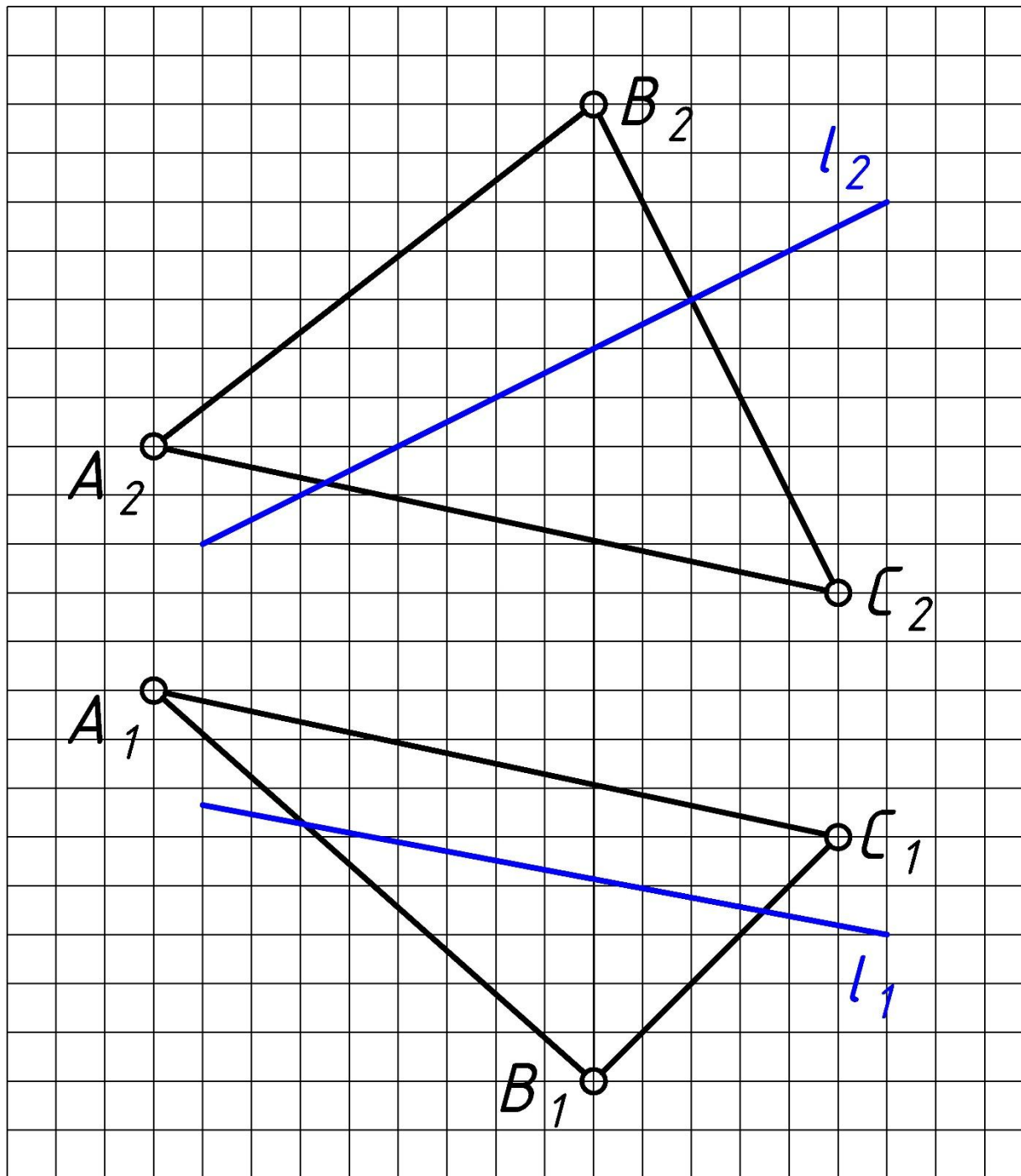
**1. Заключаем прямую  $l$  во вспомогательную плоскость-посредник частного положения (проецирующую, либо уровня)  $\gamma$  (фронтально проецирующую).**

**2. Определяем линию пересечения  $l_2$  заданной плоскости  $ABC$  со вспомогательной плоскостью-посредником  $\gamma$ .**

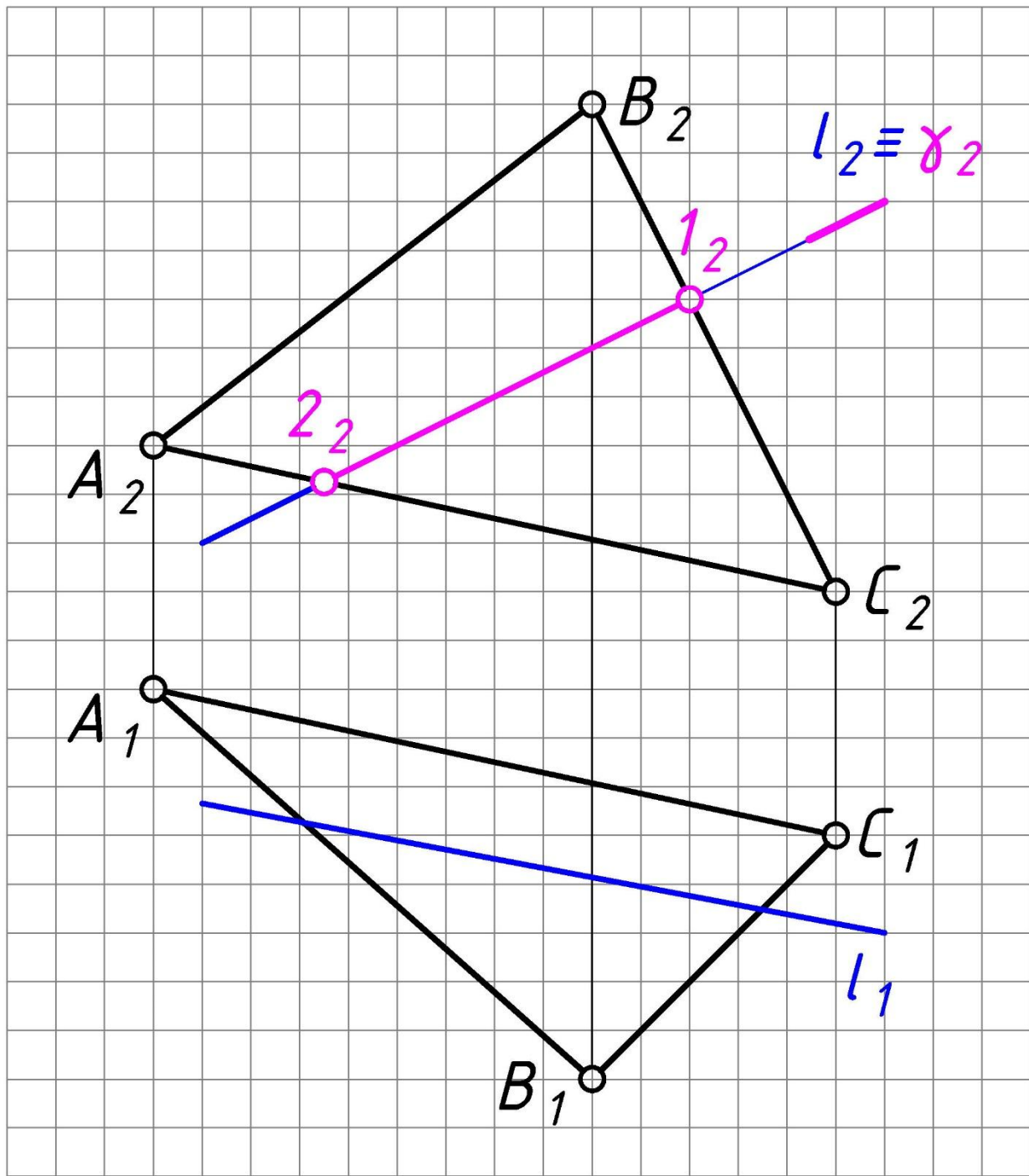
**3. Определяем точку пересечения заданной прямой  $l$  с заданной плоскостью  $ABC$ , как точку пересечения этой прямой с линией пересечения плоскостей:**

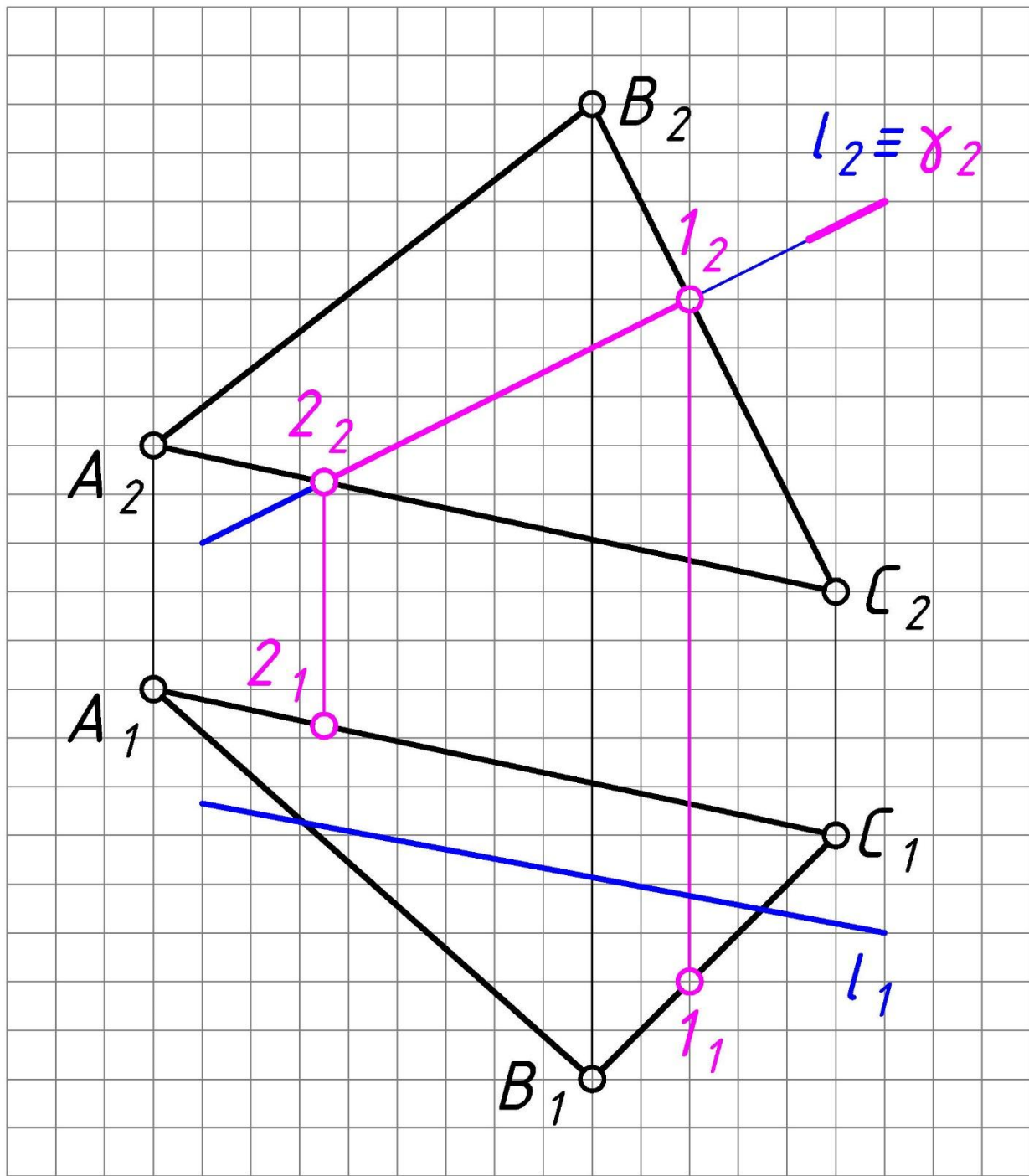
$$K_1 = l_1 \cap l_2,$$

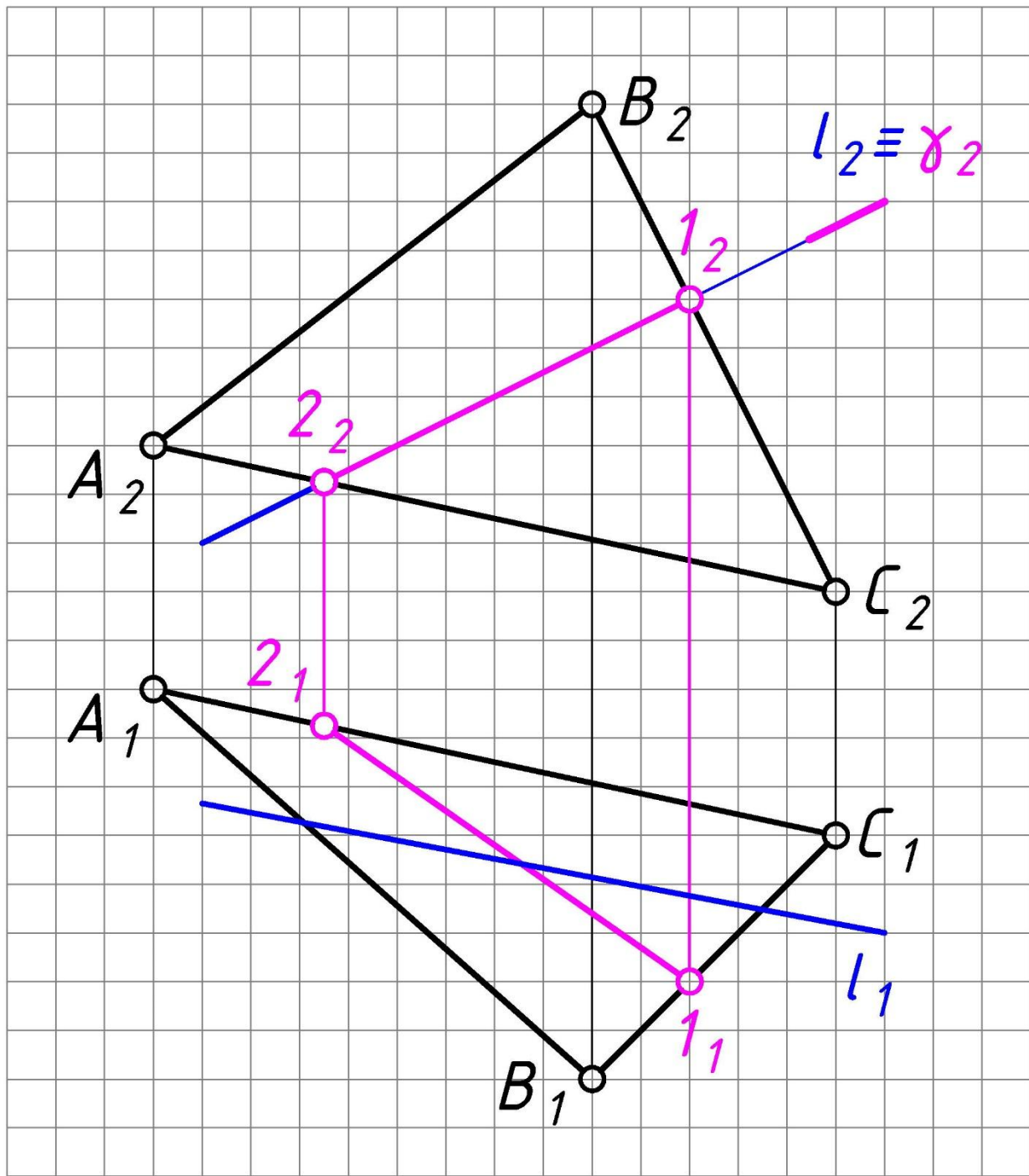
$$K \in l$$

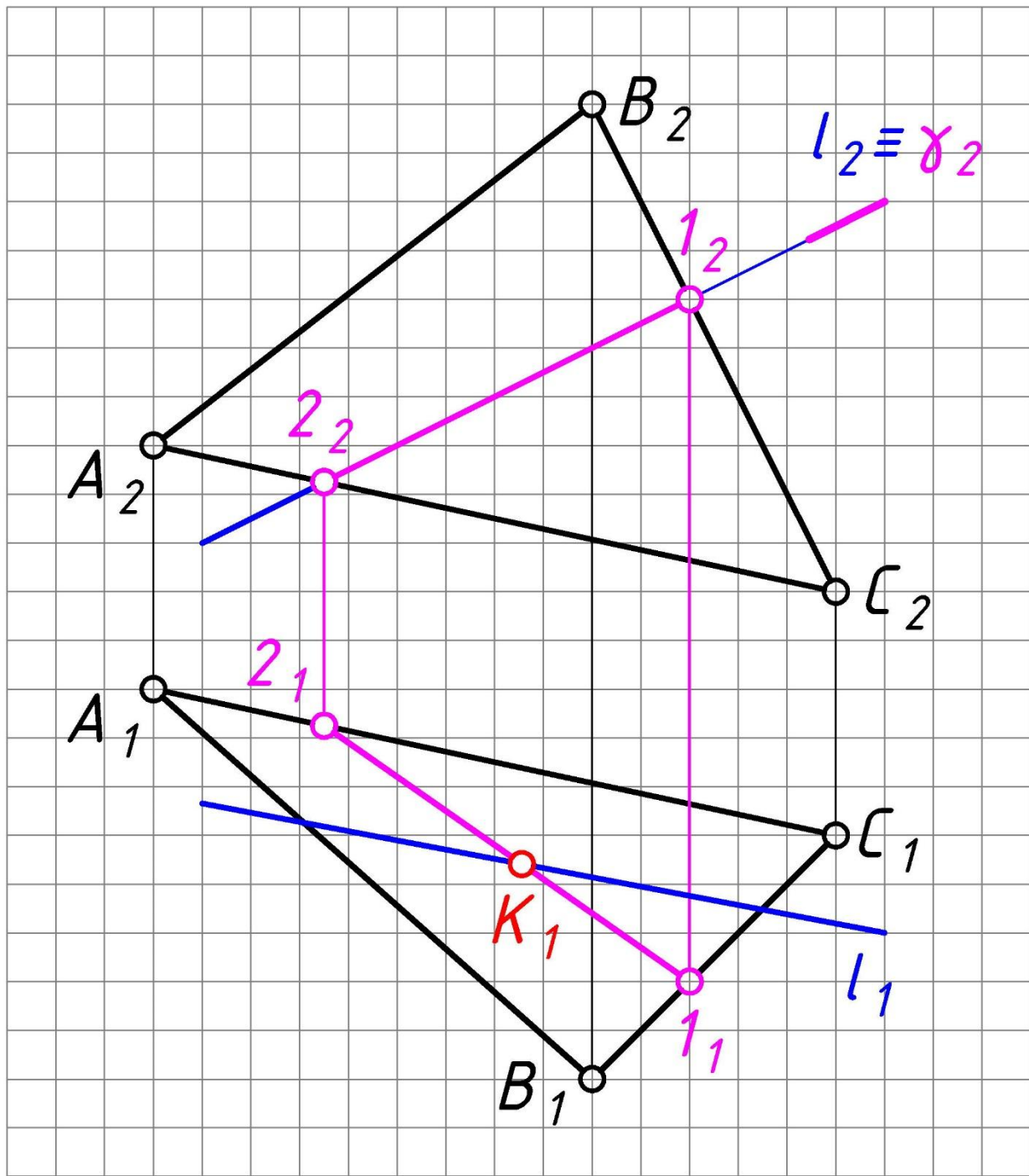


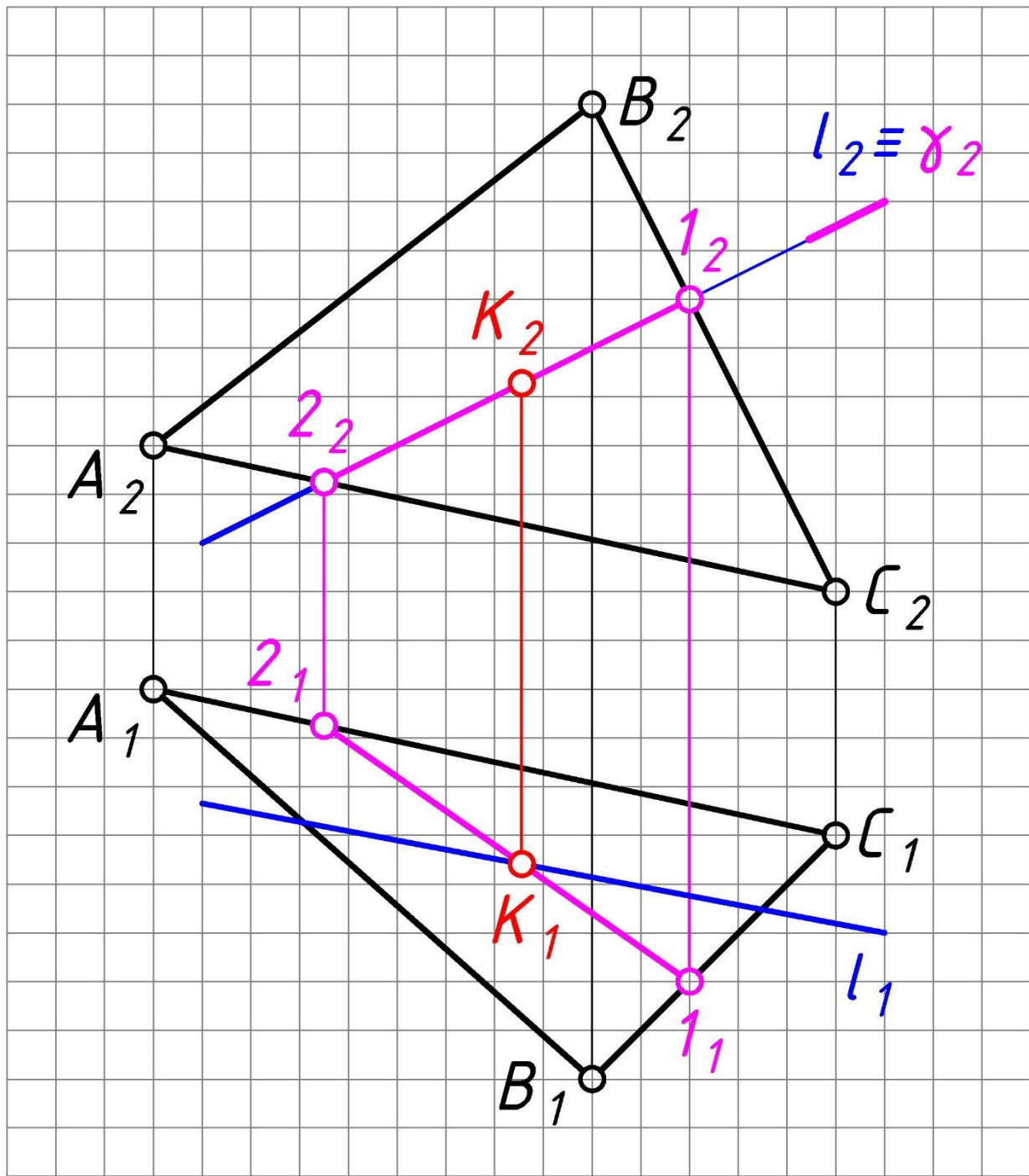


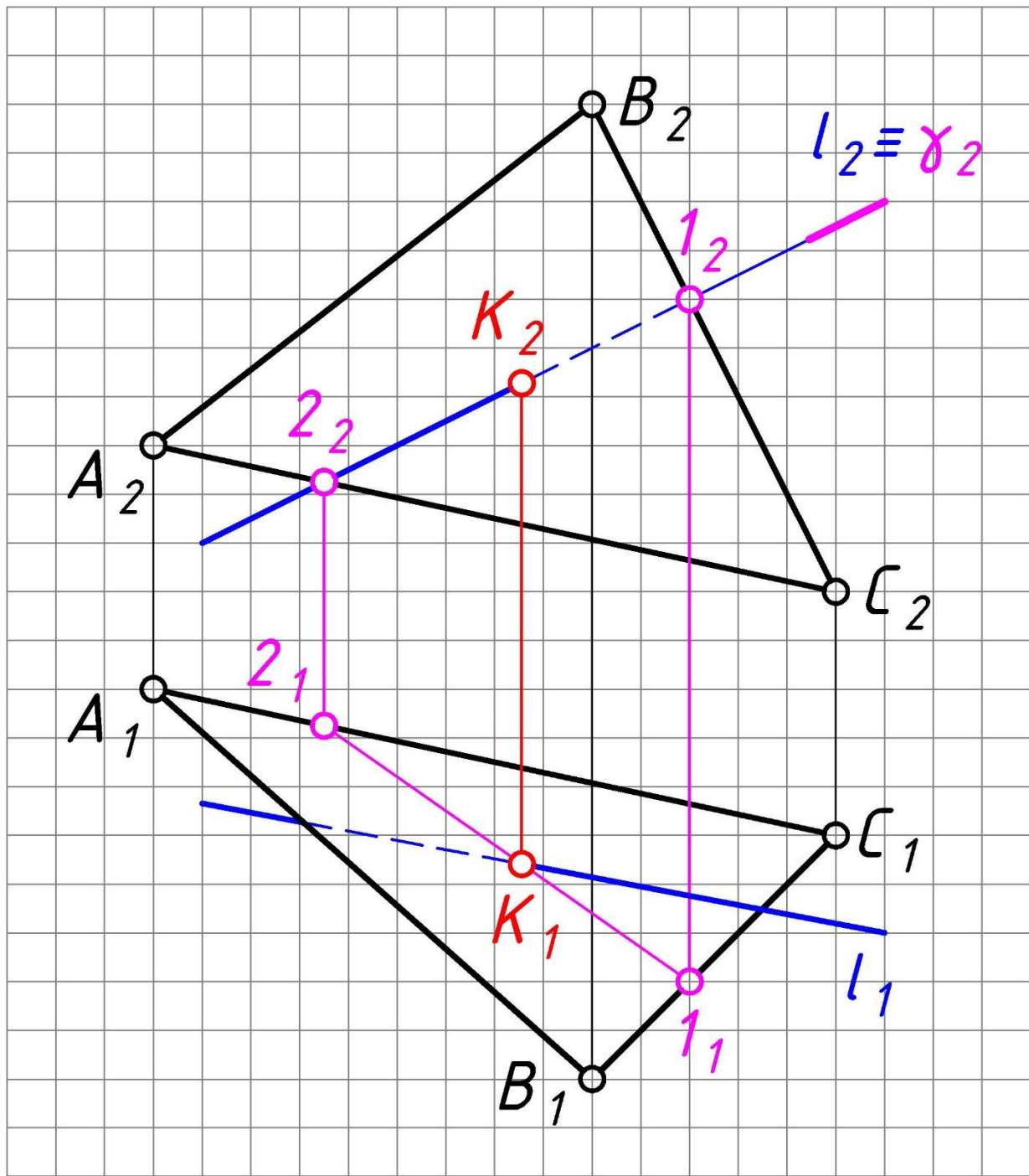












# **Частные случаи пересечения прямой и плоскости**

**Один, или оба ГО занимают частное положение относительно плоскостей проекций.**

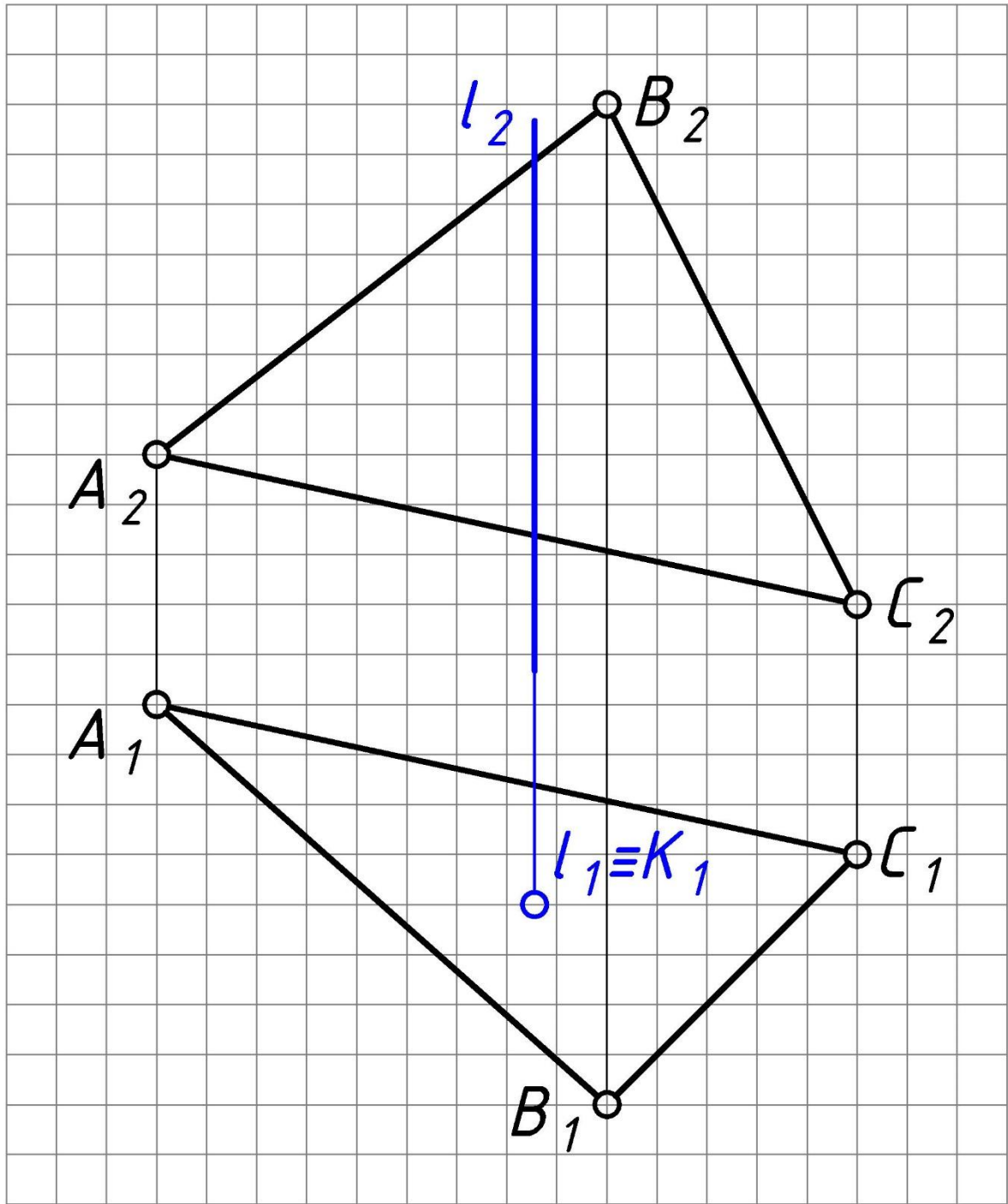
**Используется свойство «собирательности» проецирующих ГО.**

**Дано:**  $ABC$  – плоскость общего положения,  $l$  – горизонтально проецирующая прямая.

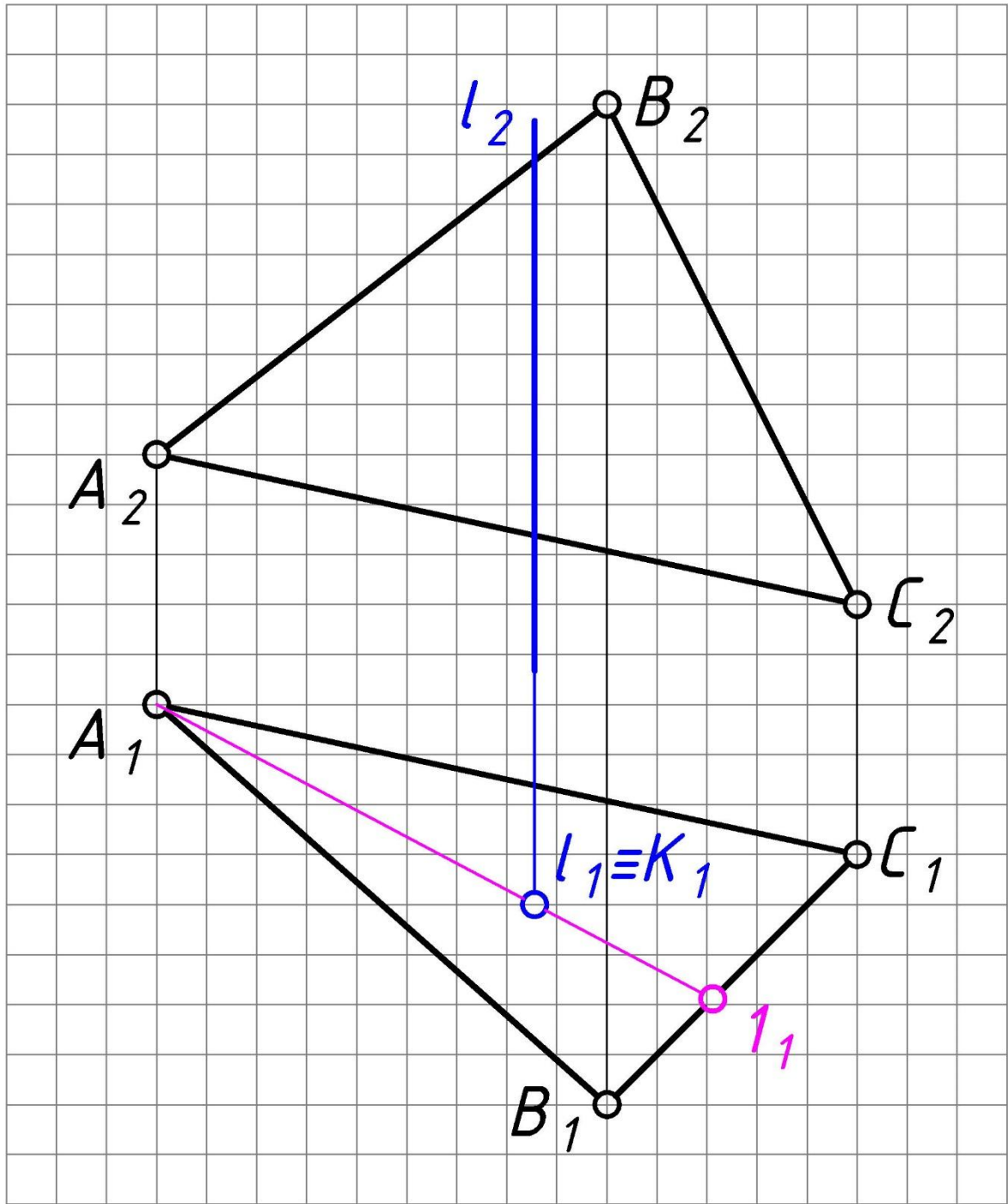
**Найти:** проекции точки  $K$  пересечения плоскости  $ABC$  с прямой  $l$ .

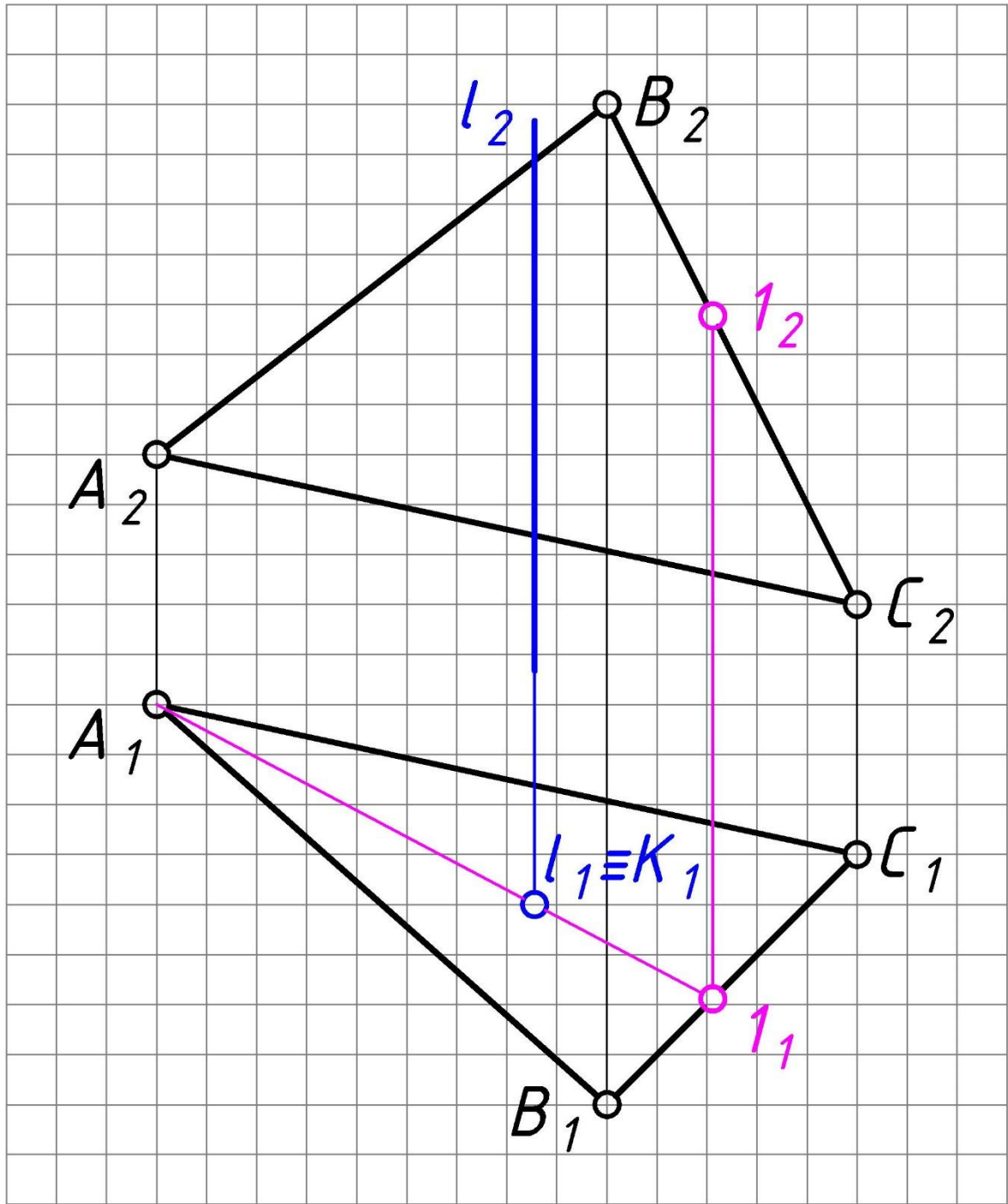
**Решение:**

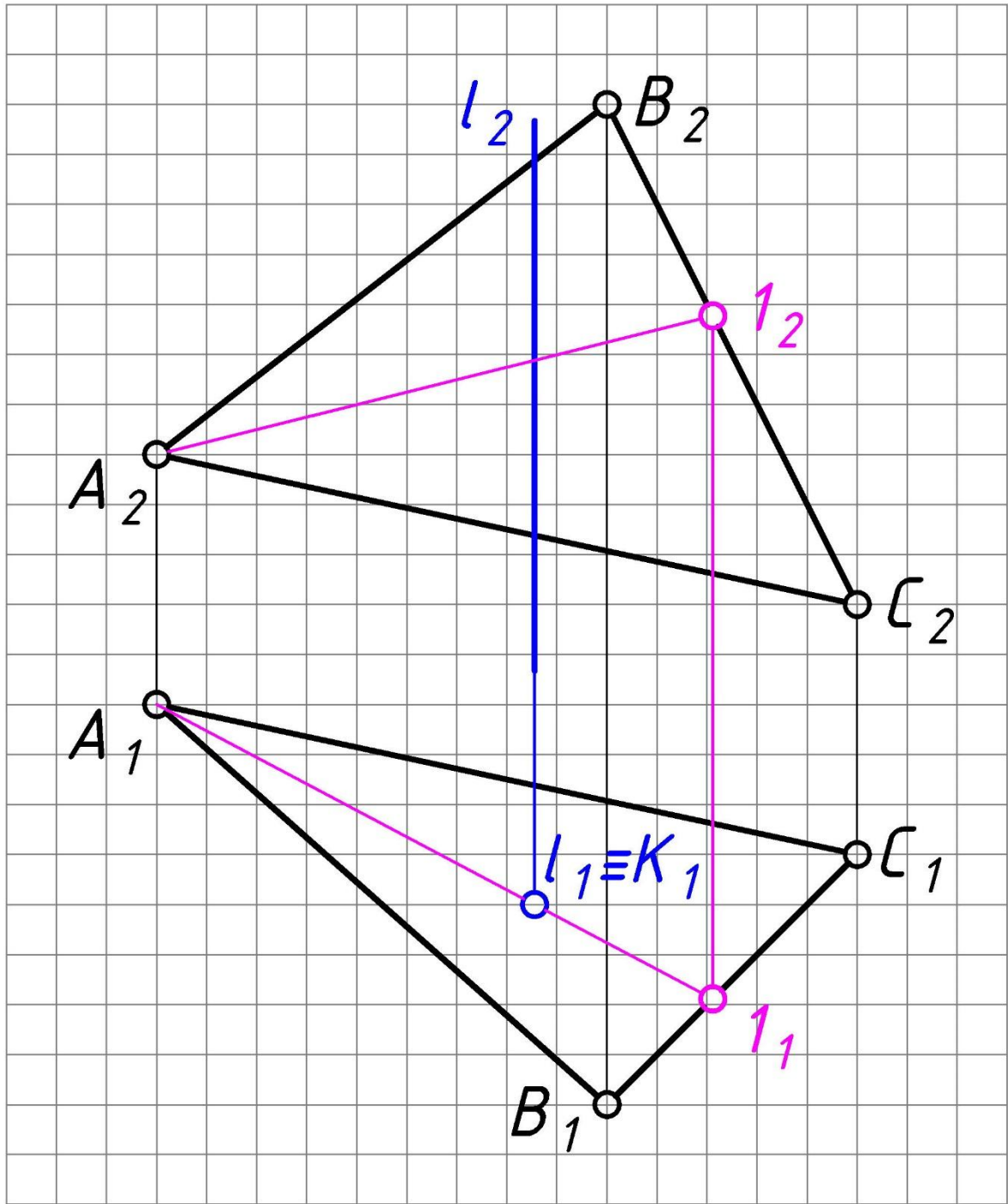
1.  $K_1 \equiv l_1$ .

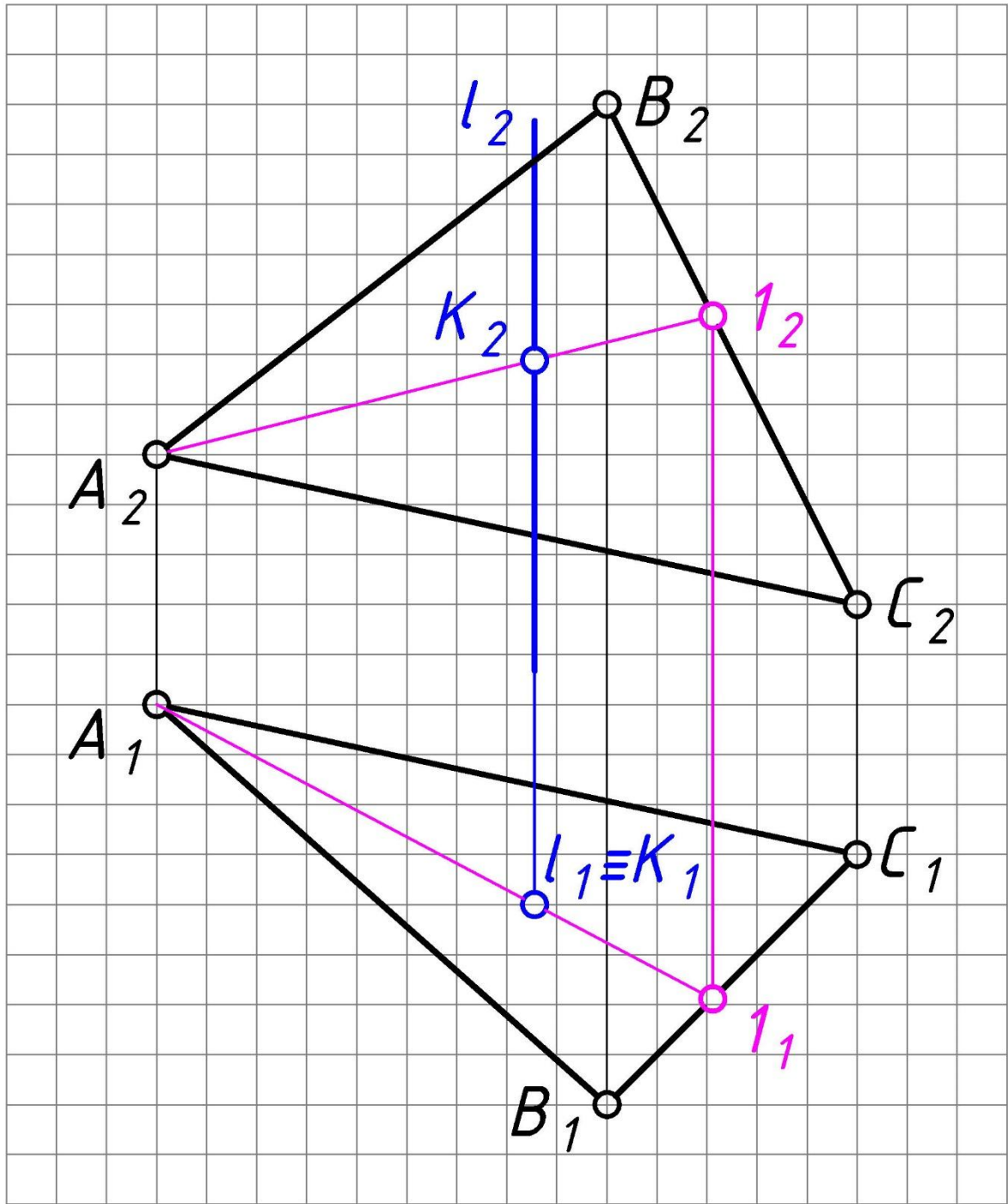


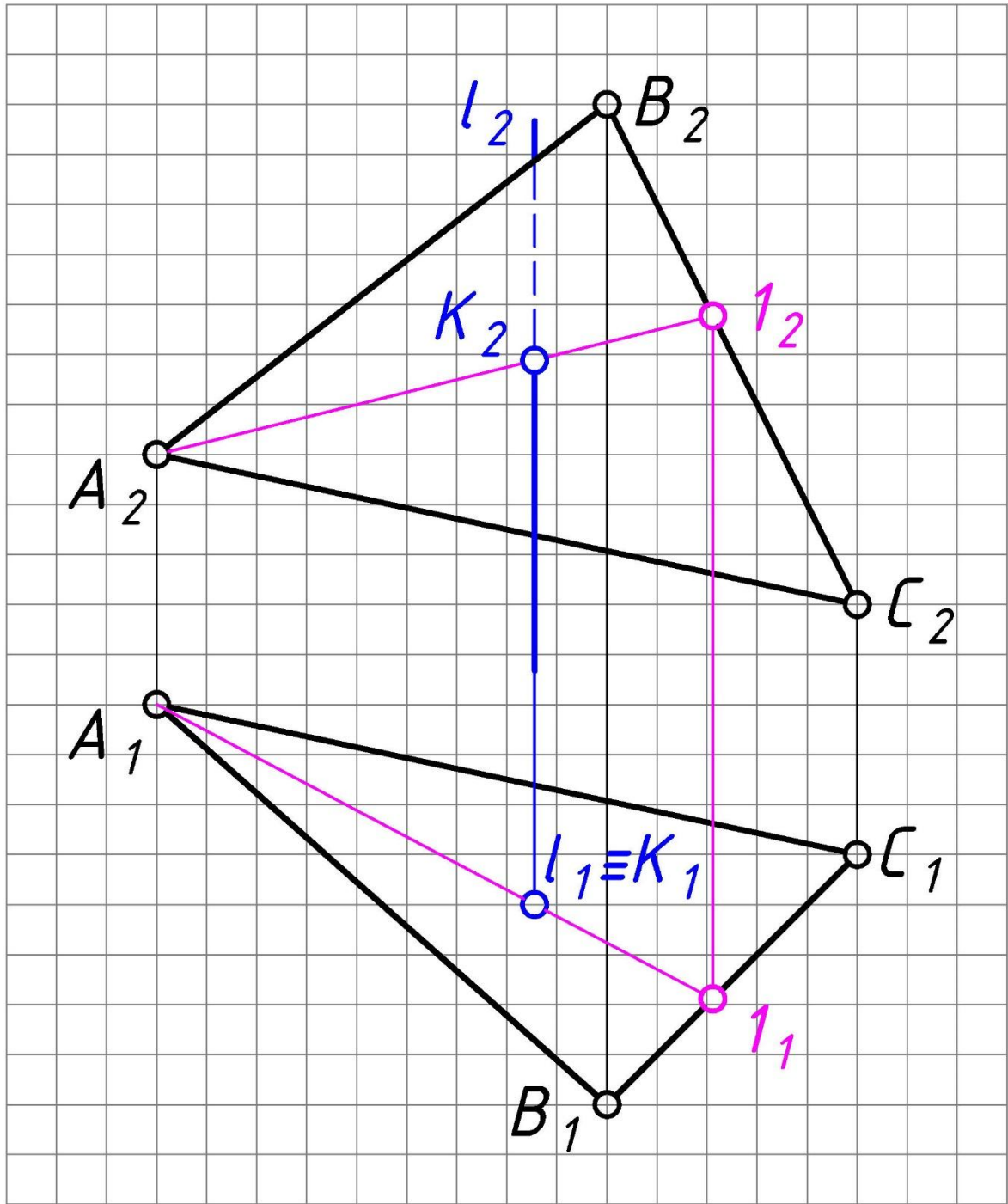












**Дано:**  $\Sigma$  – фронтально проецирующая плоскость,  $l$  – прямая общего положения.

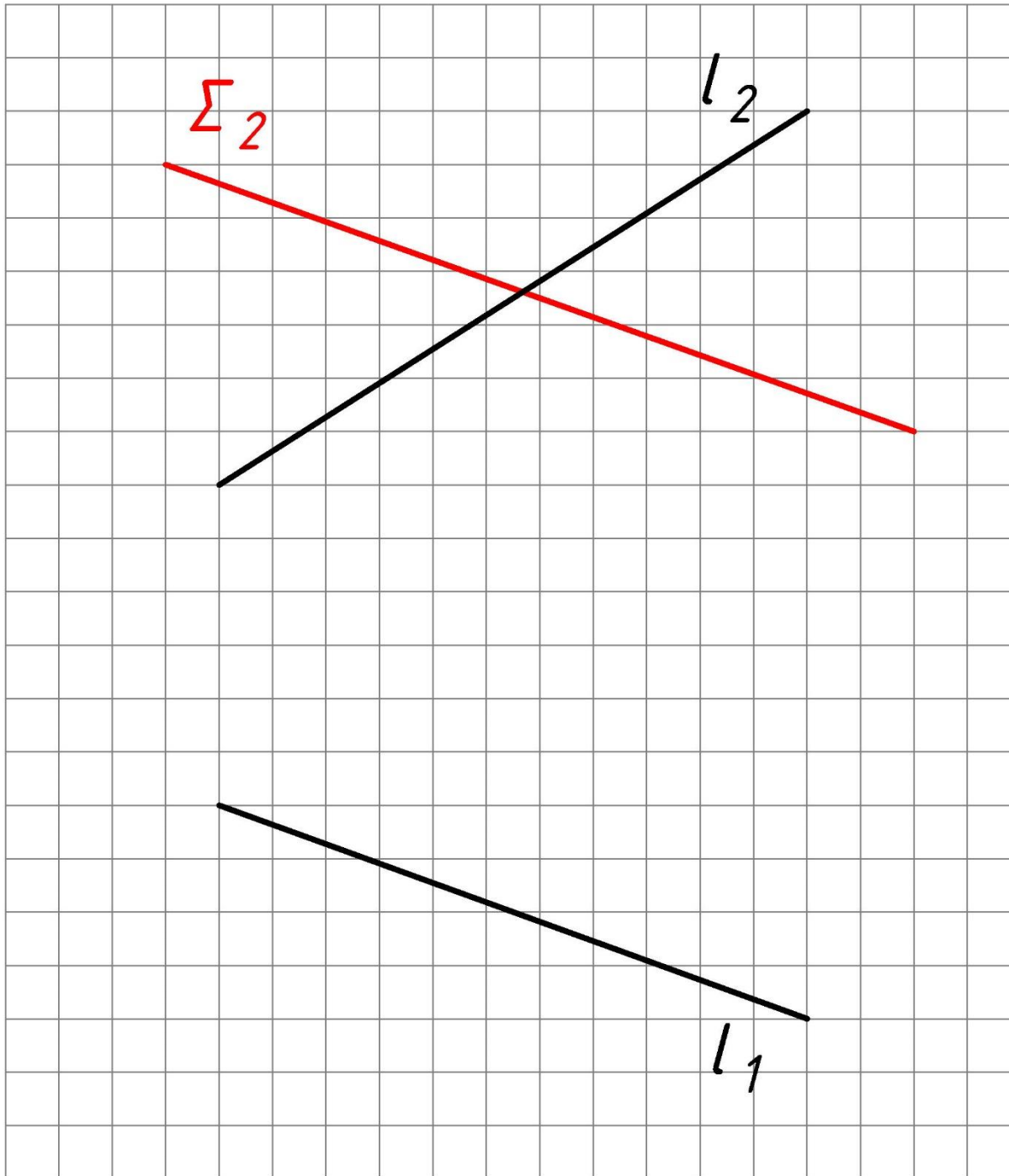
**Найти:** проекции точки  $K$  пересечения плоскости  $\Sigma$  с прямой  $l$ .

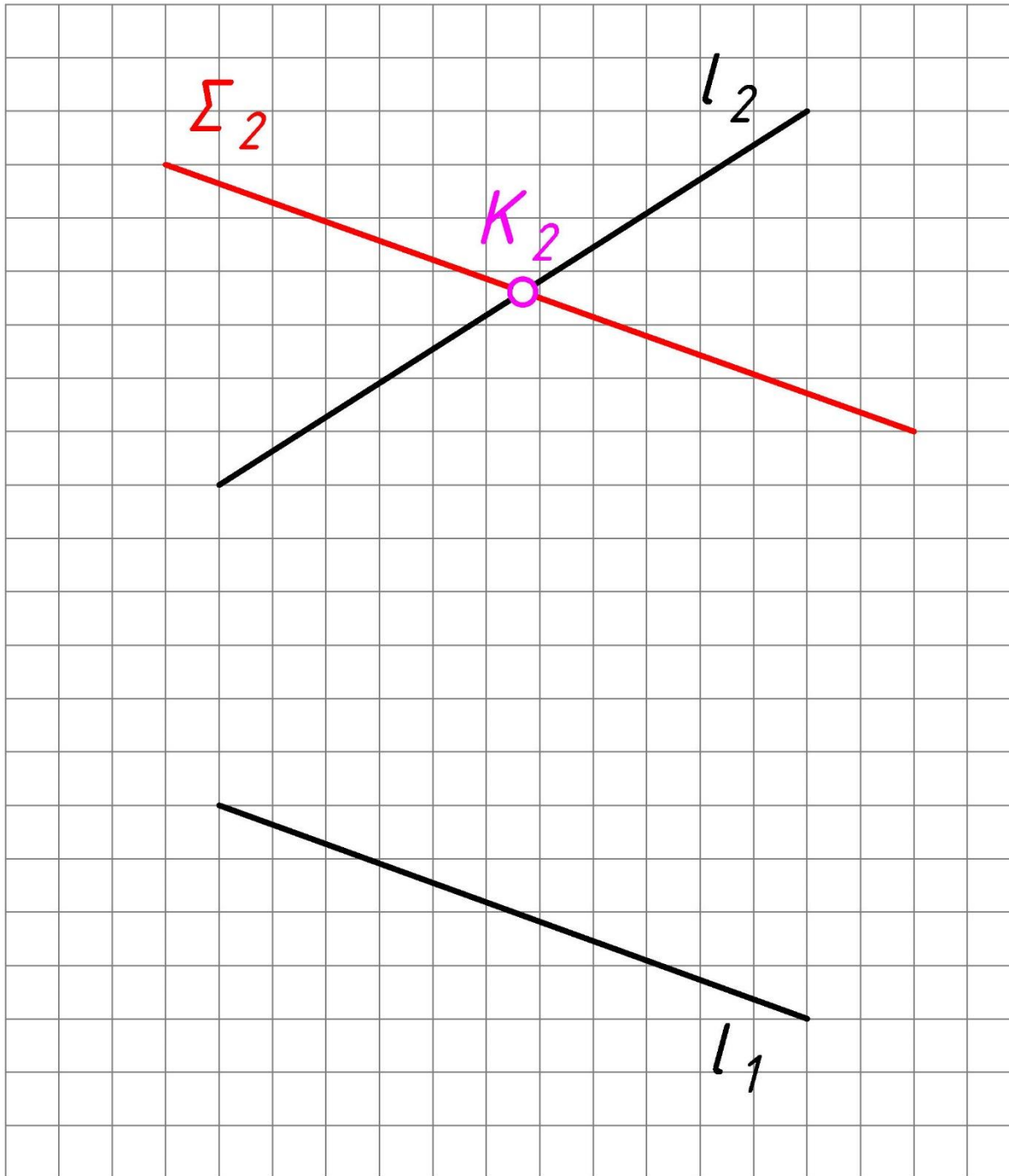
**Решение:**

1.  $K_2 = \Sigma_2 \cap l_2$ .

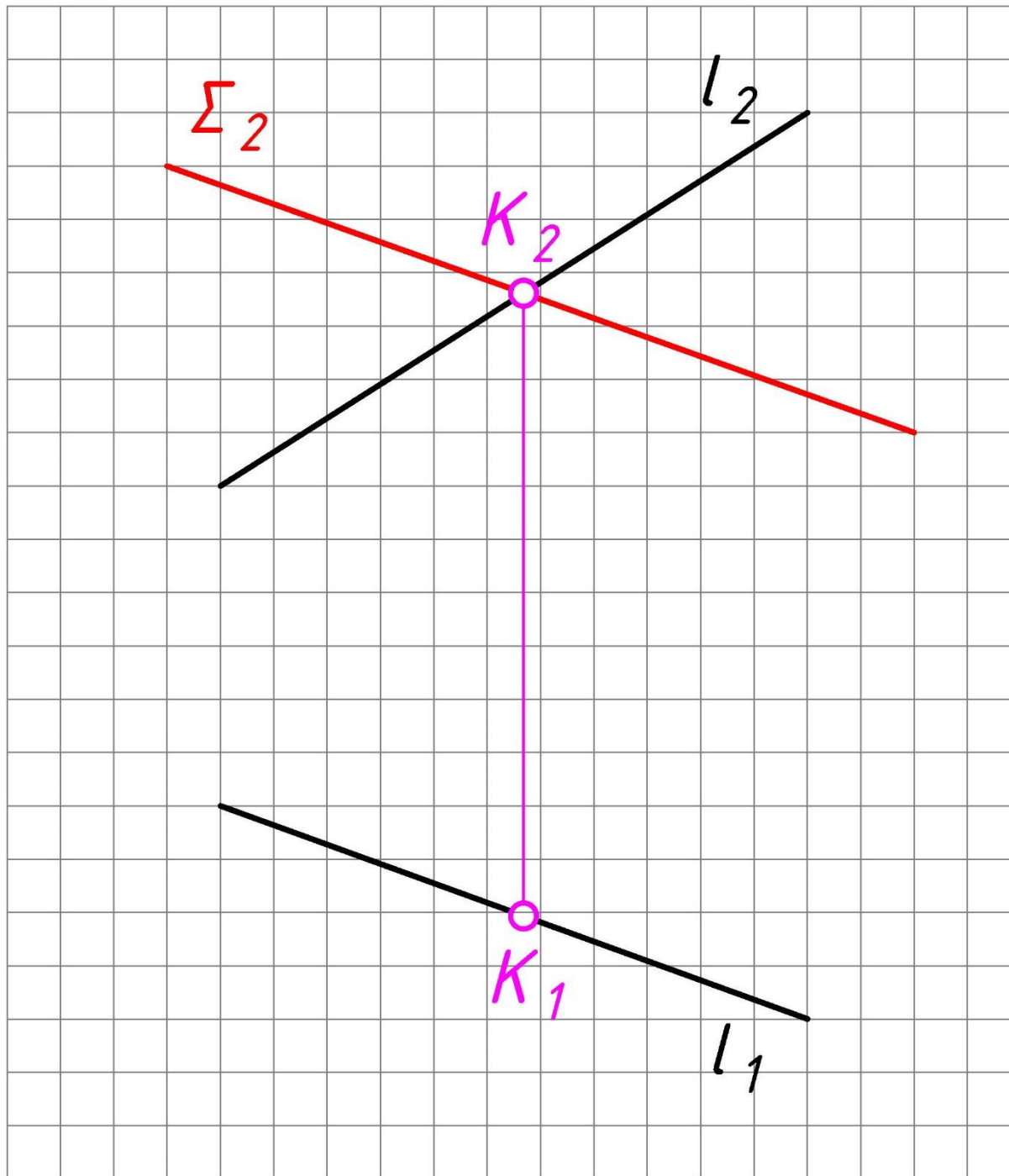
2.  $K_1 \in l_1$ .

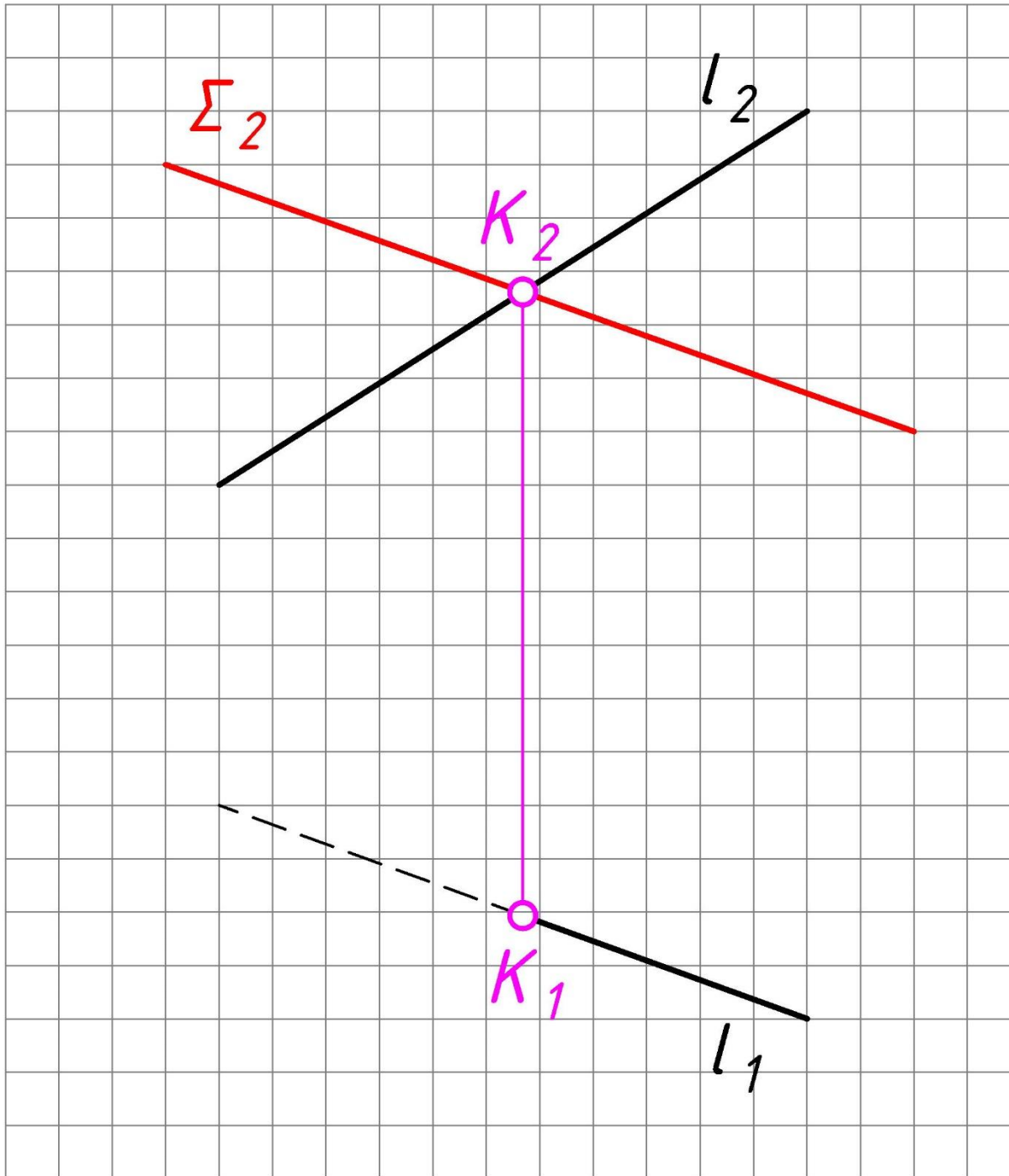
3. Определяем видимость прямой  $l$ .





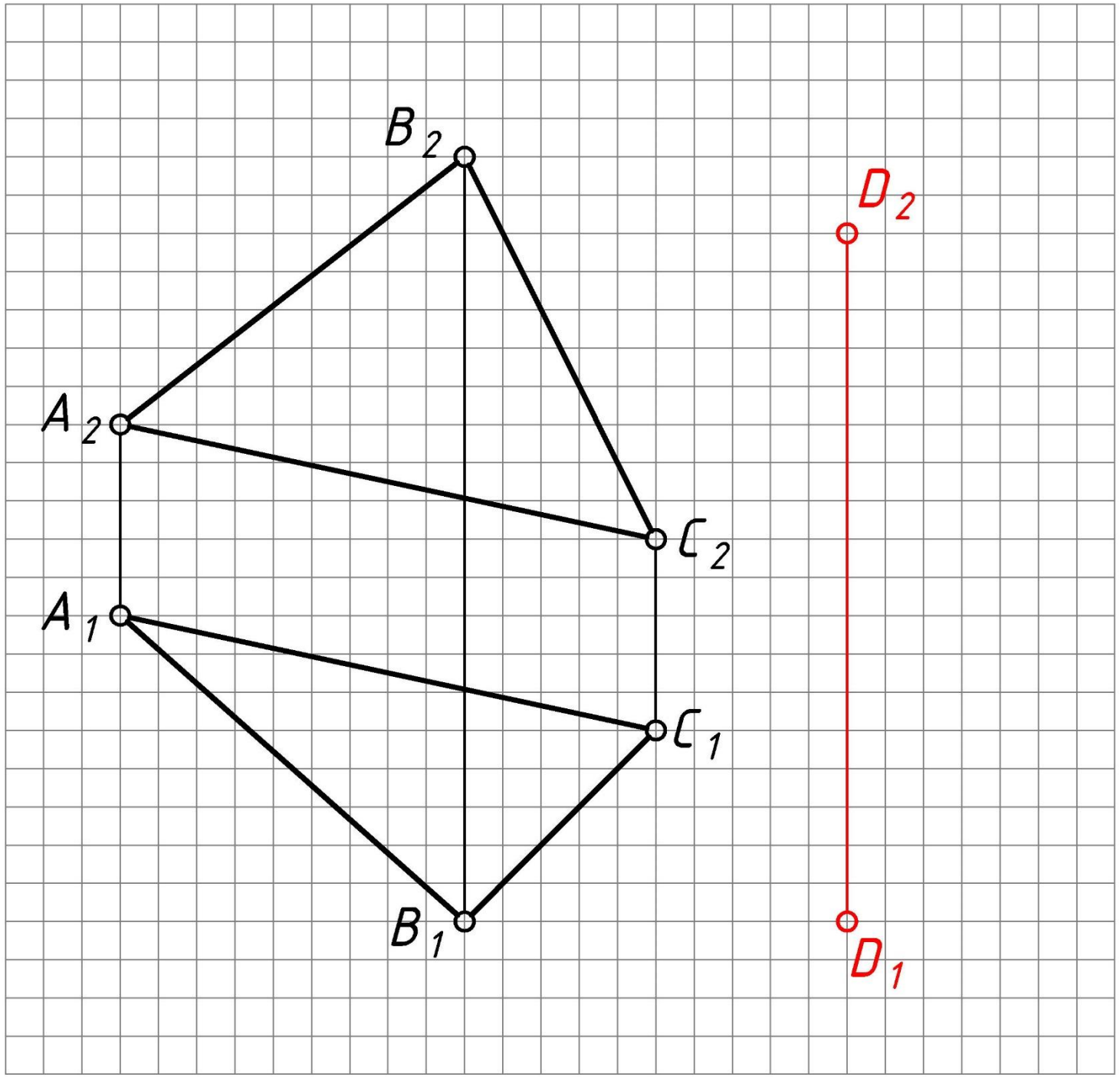


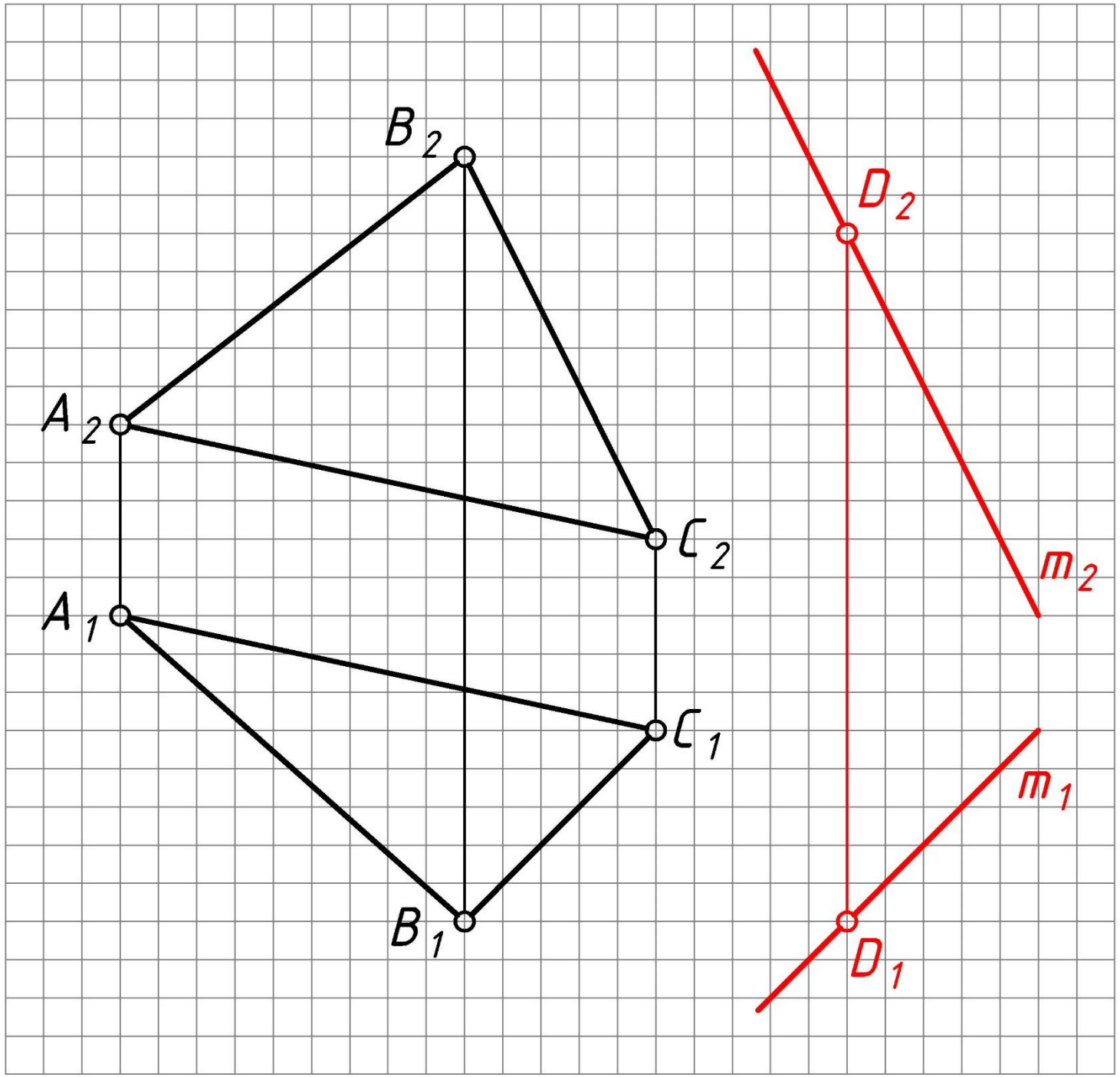


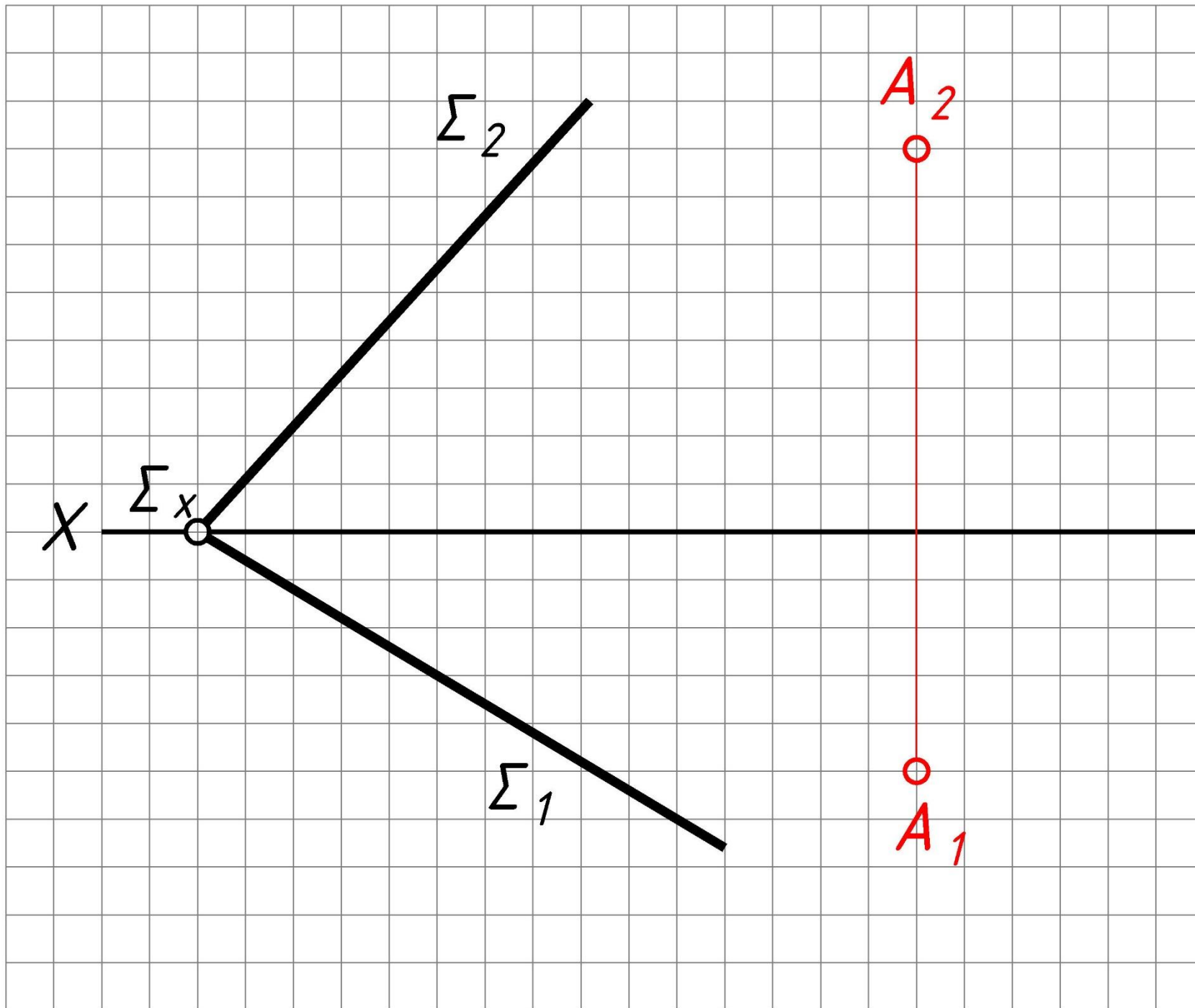


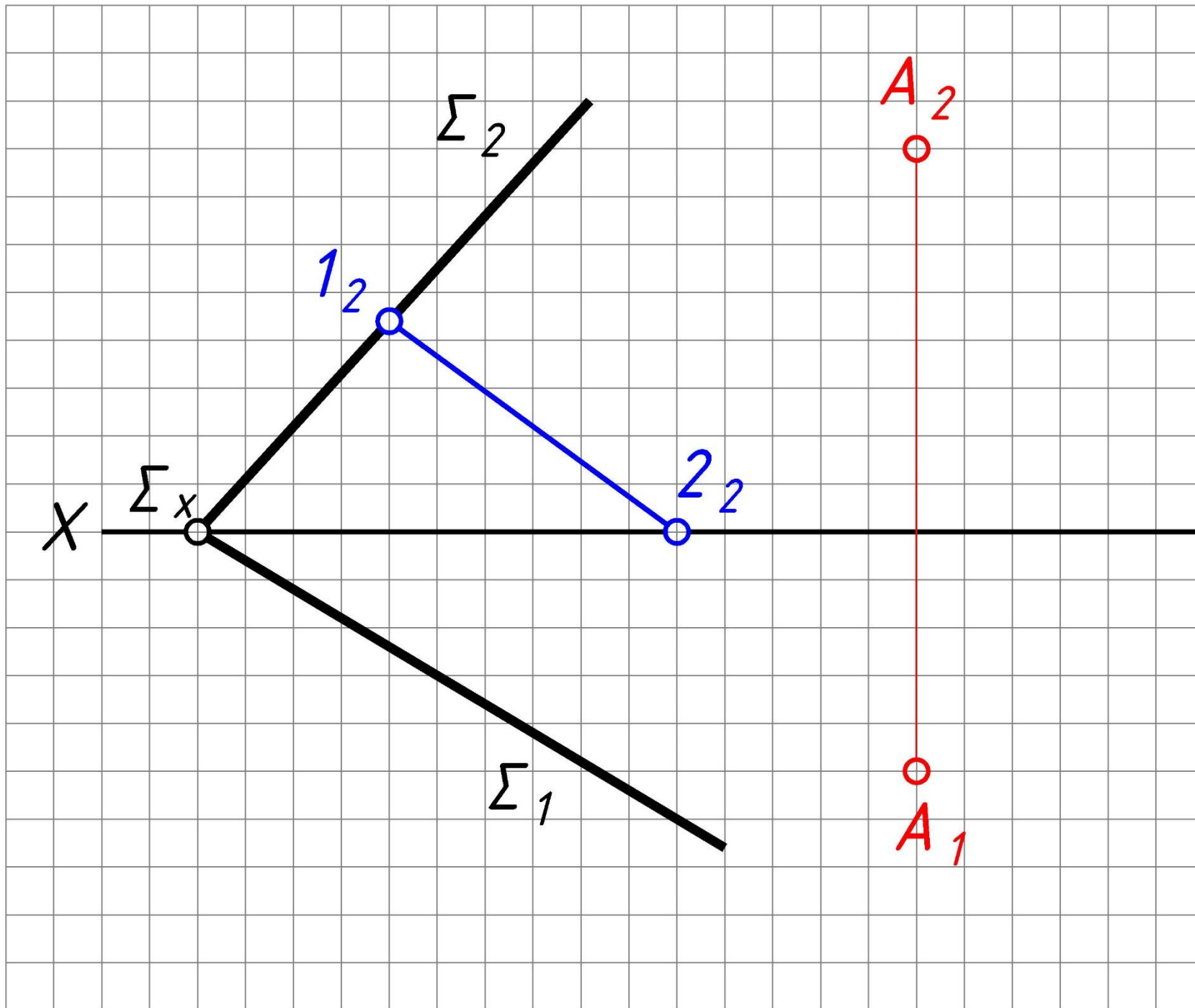
# ***Параллельность плоскостей, прямой и плоскости***

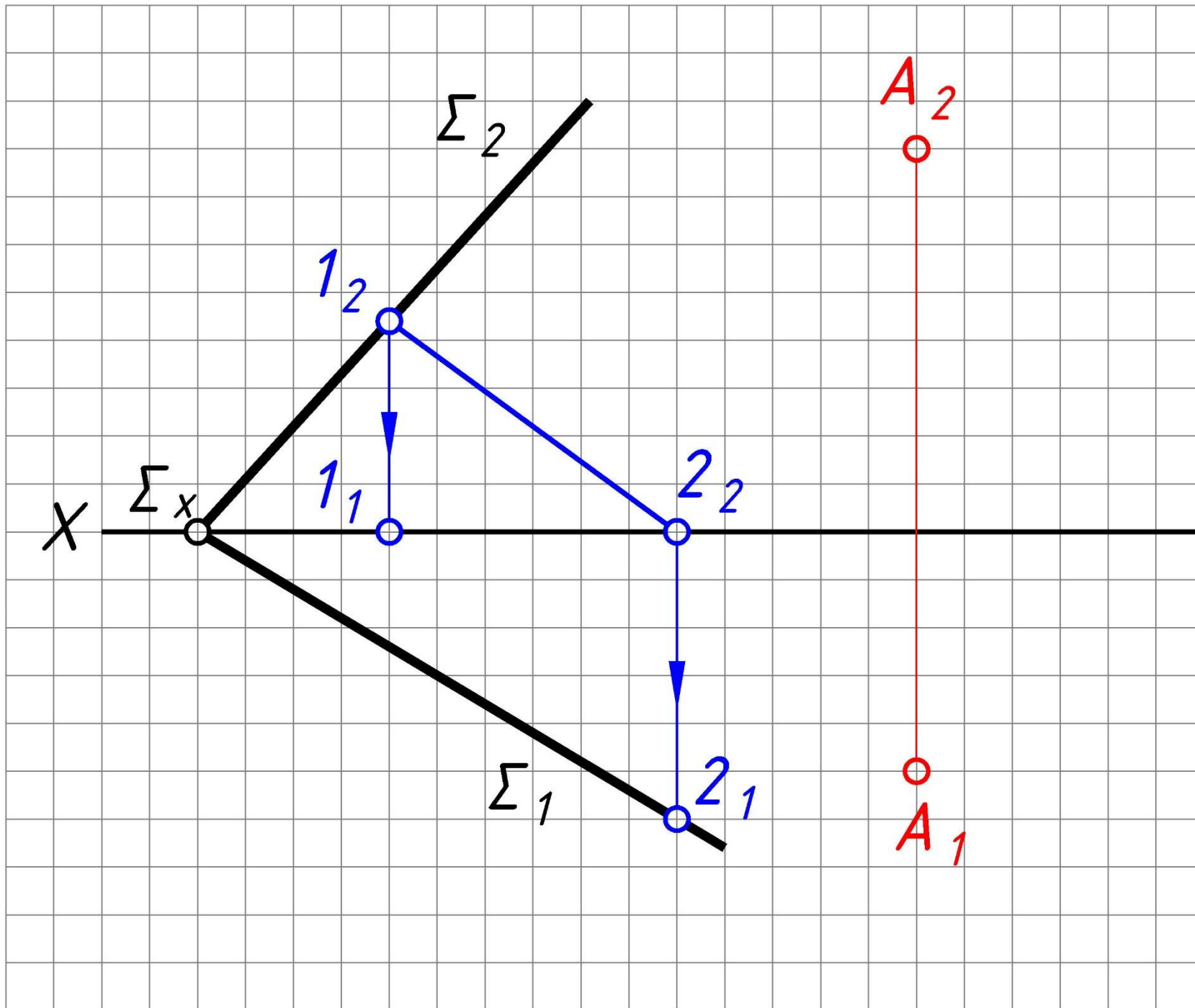
***Теорема: Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, принадлежащей этой плоскости.***



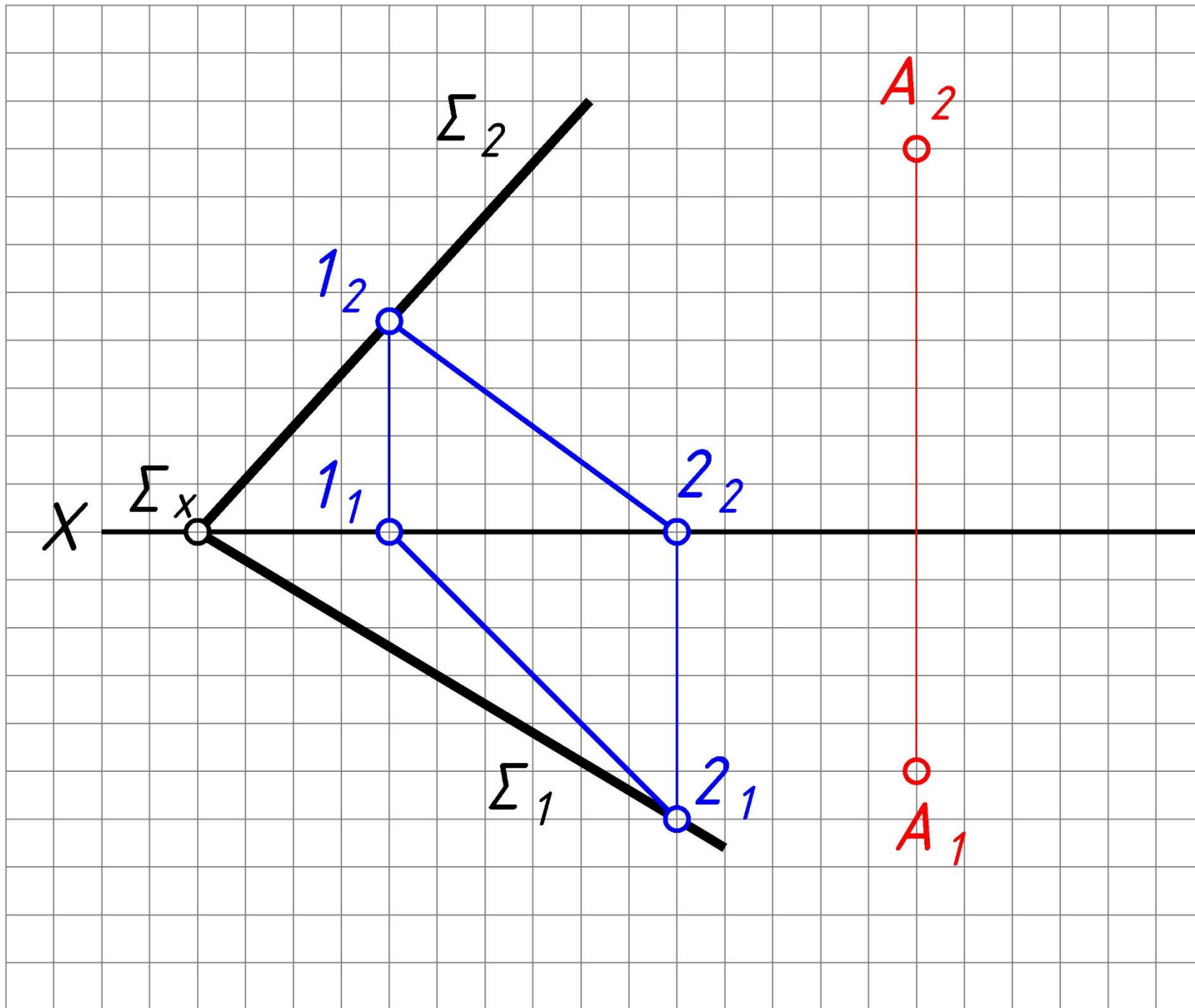


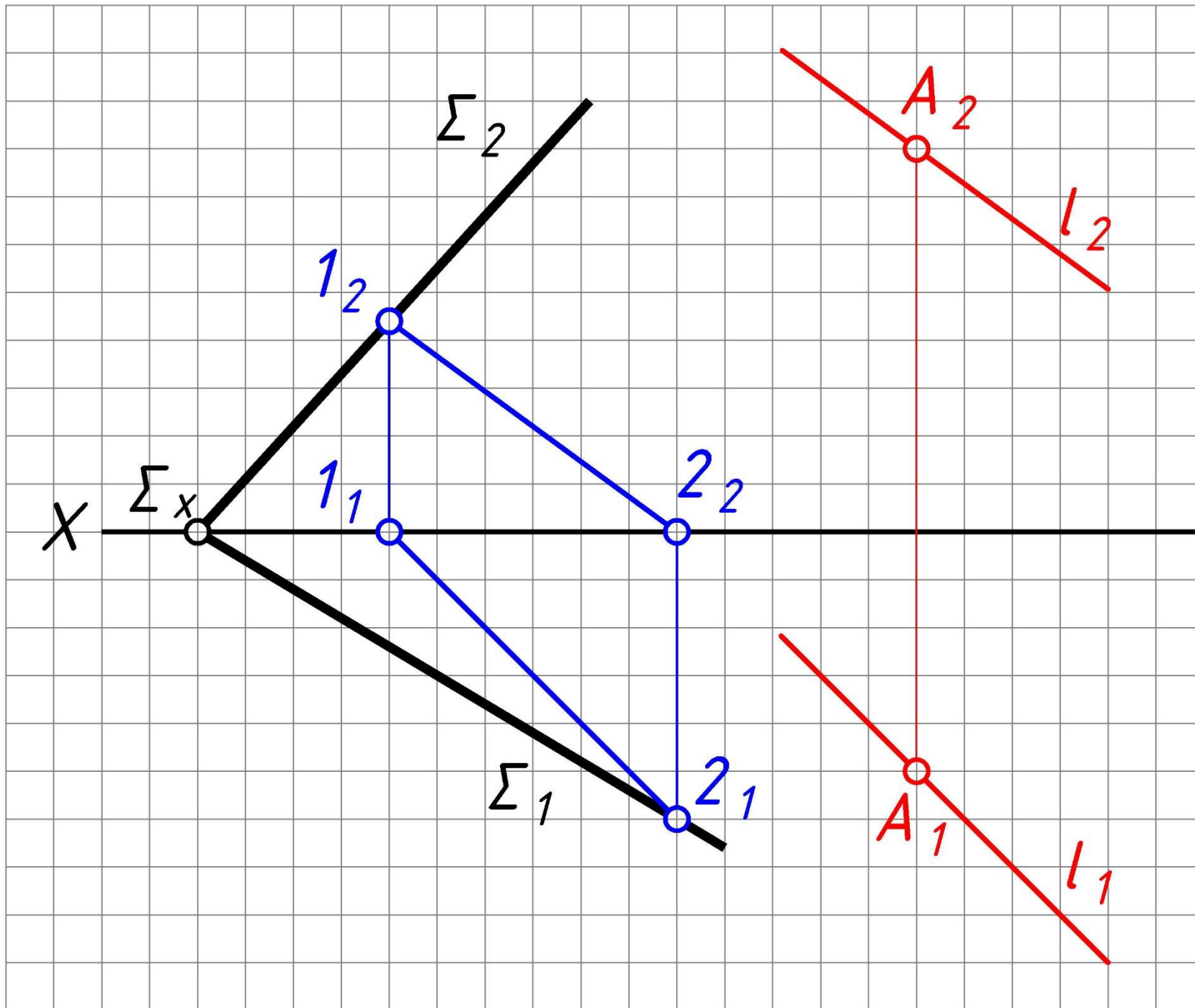




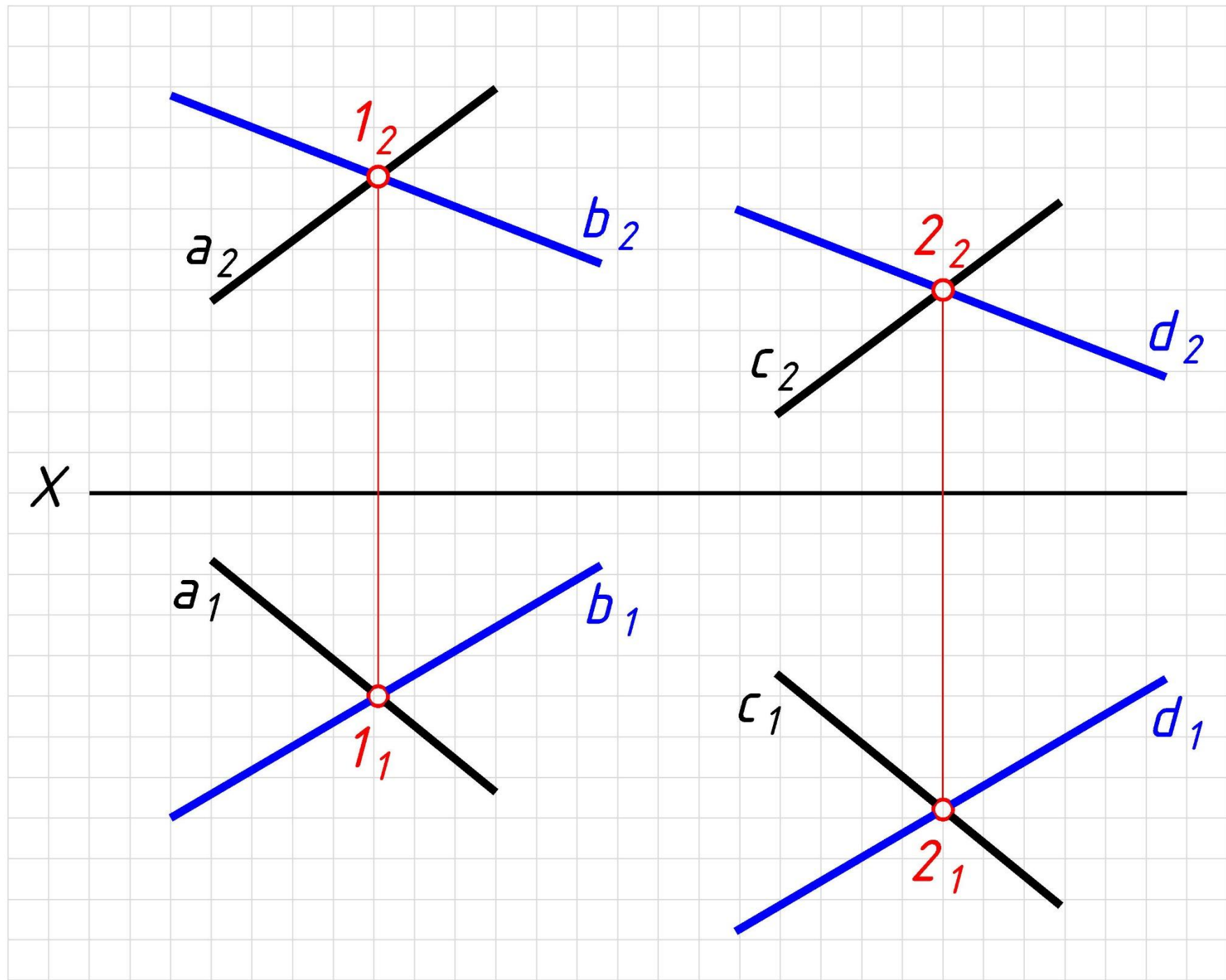


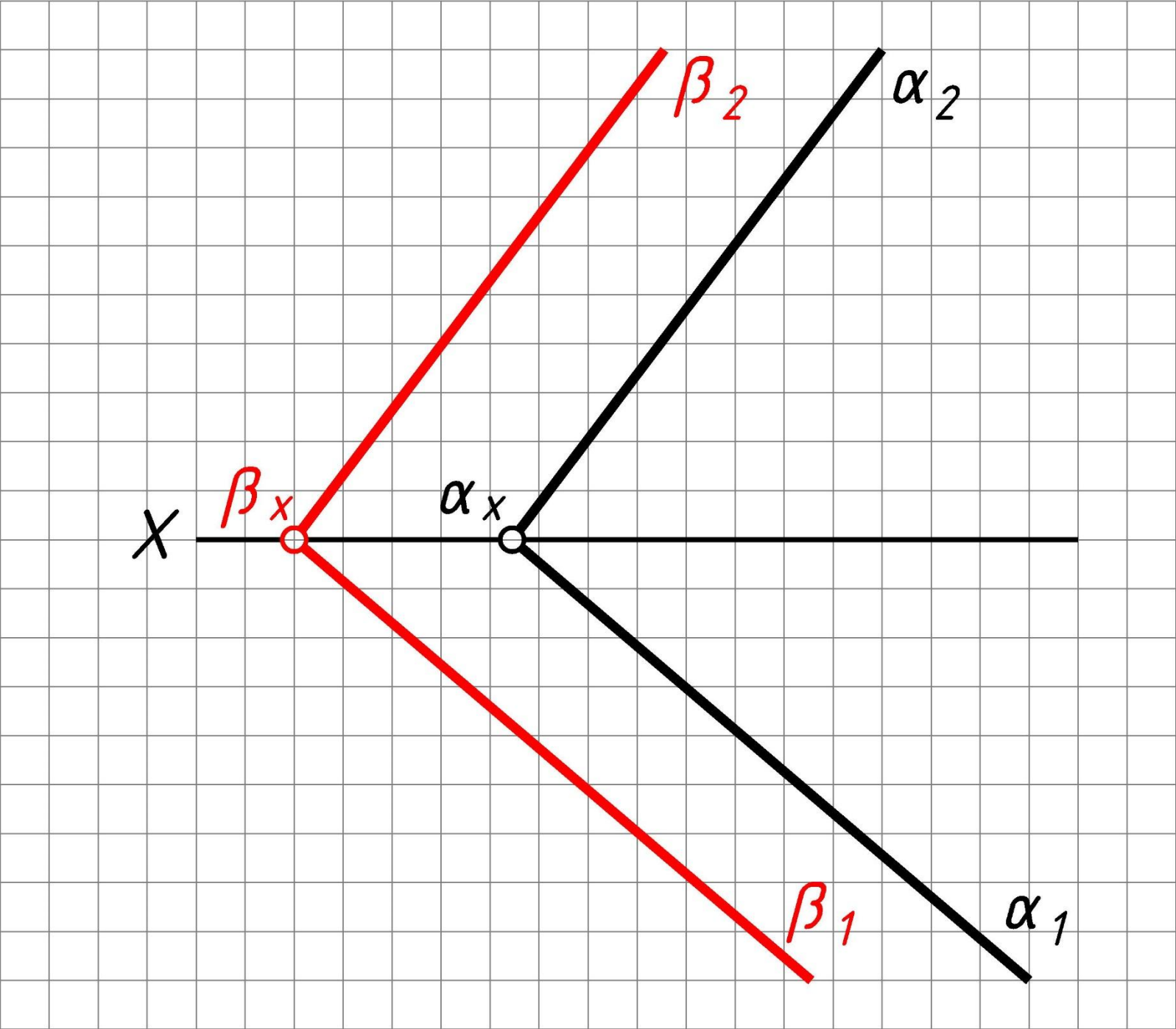






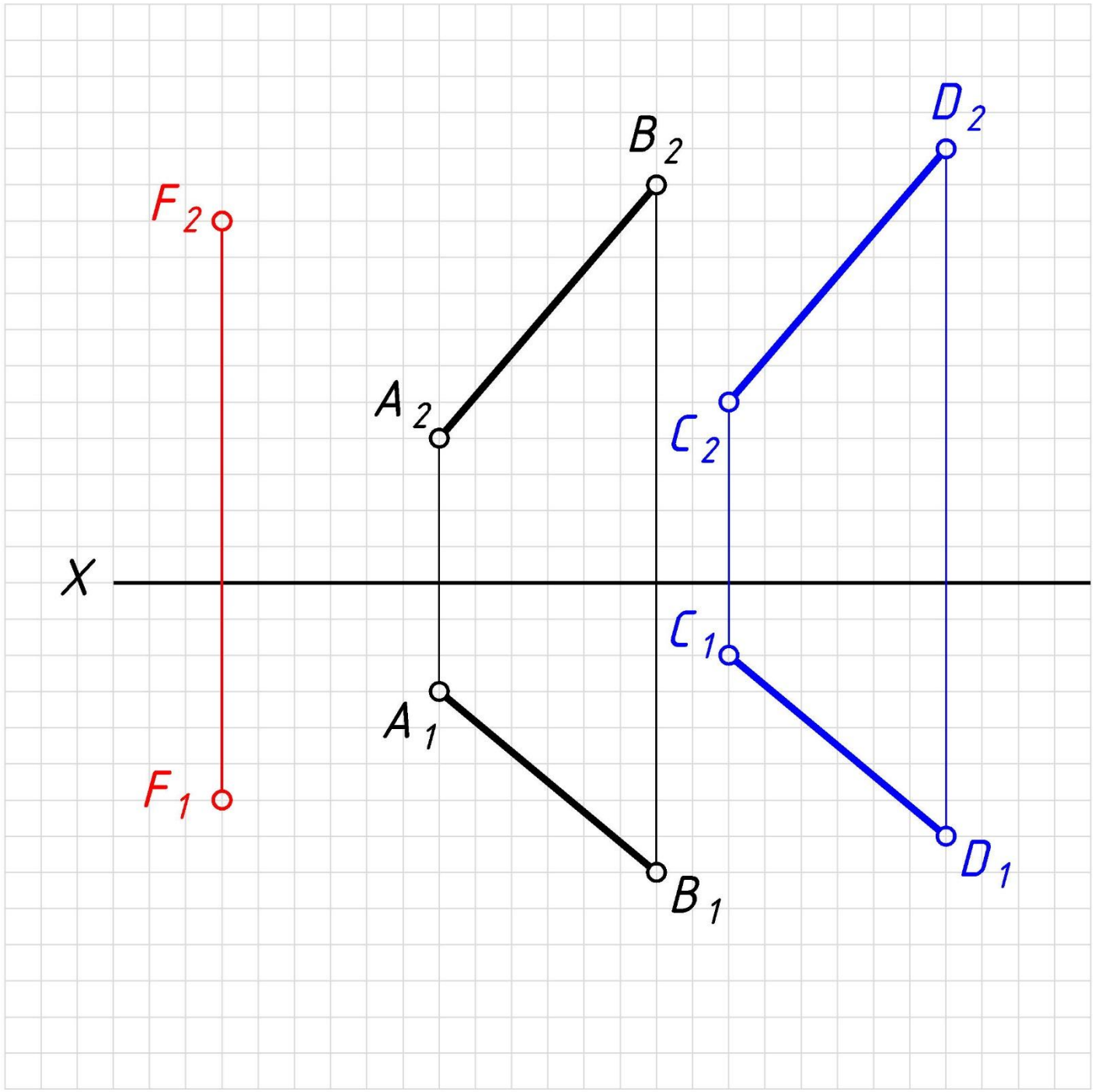
***Теорема: Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. Если плоскости заданы следами, то на чертеже параллельны их следы.***

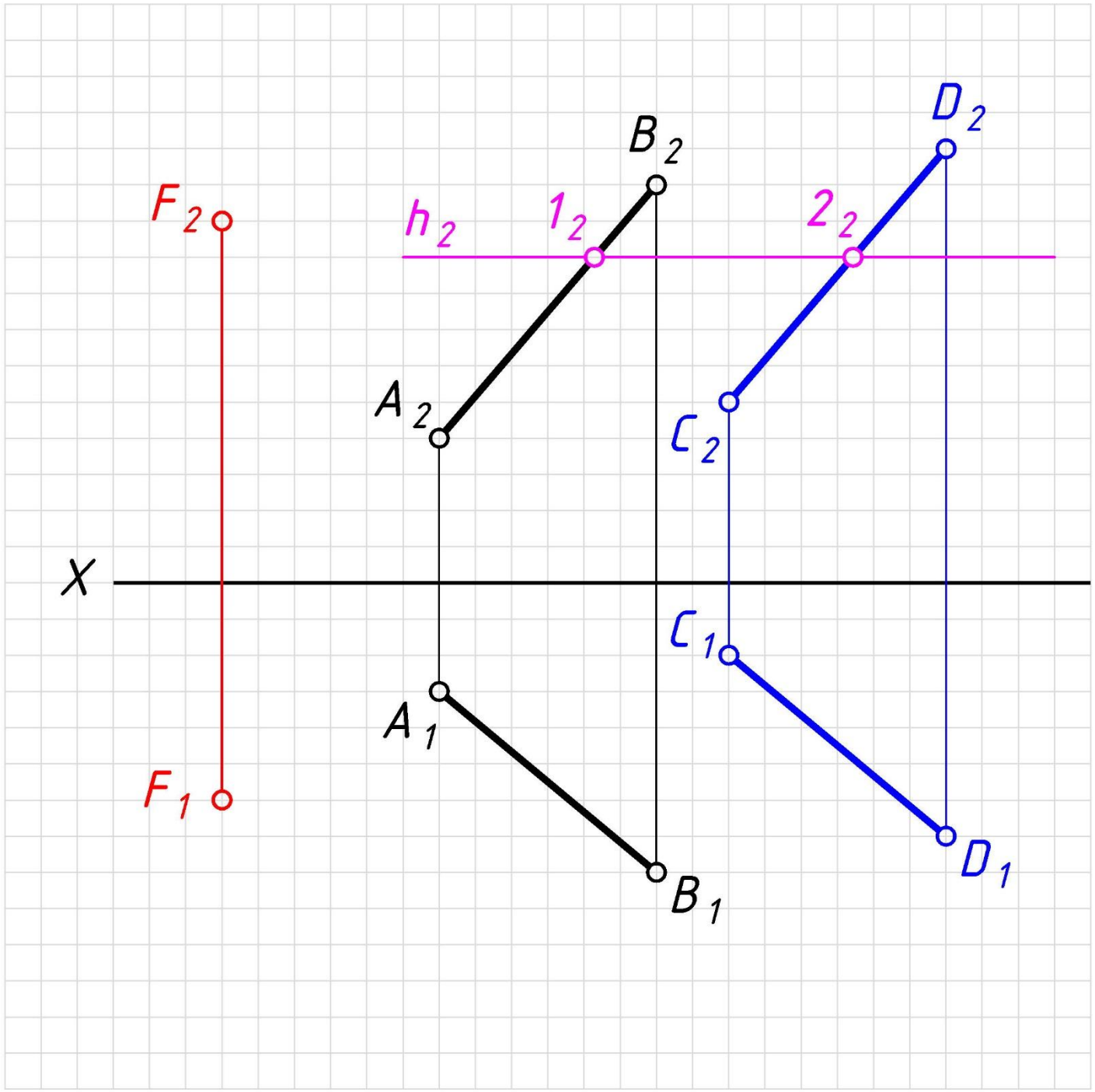




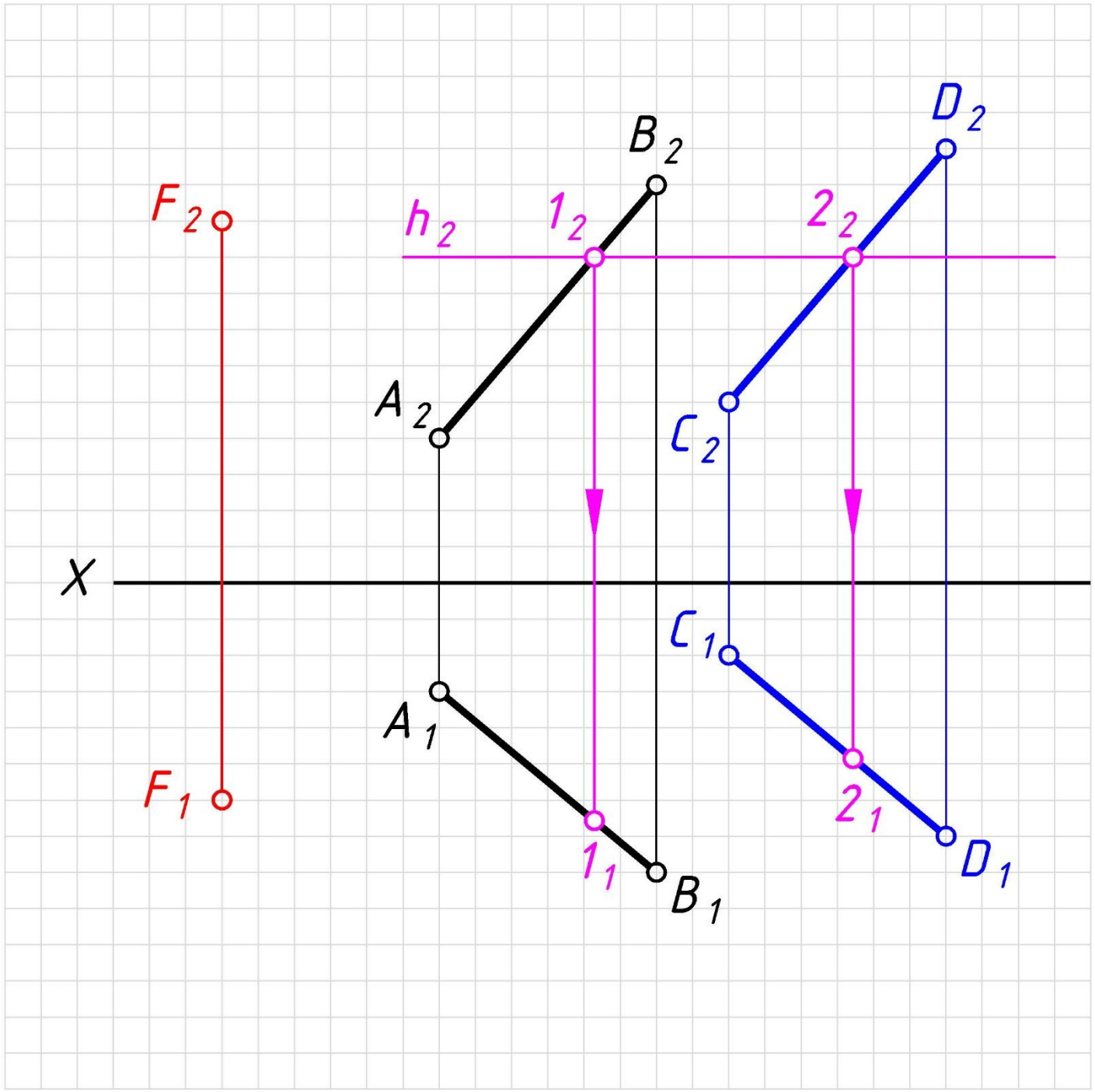
# ***Перпендикулярность плоскостей, прямой и плоскости***

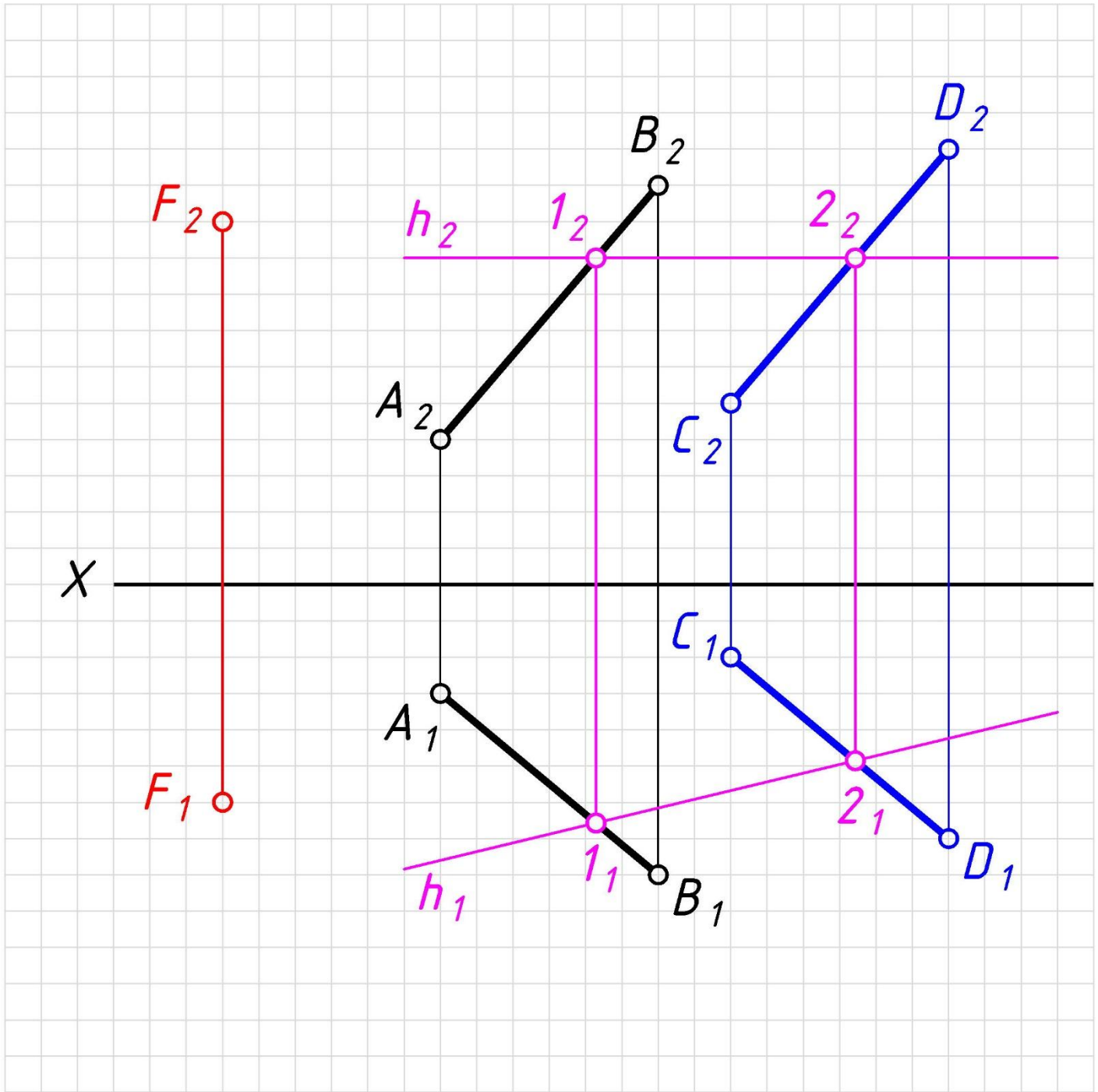
***Теорема: Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.***

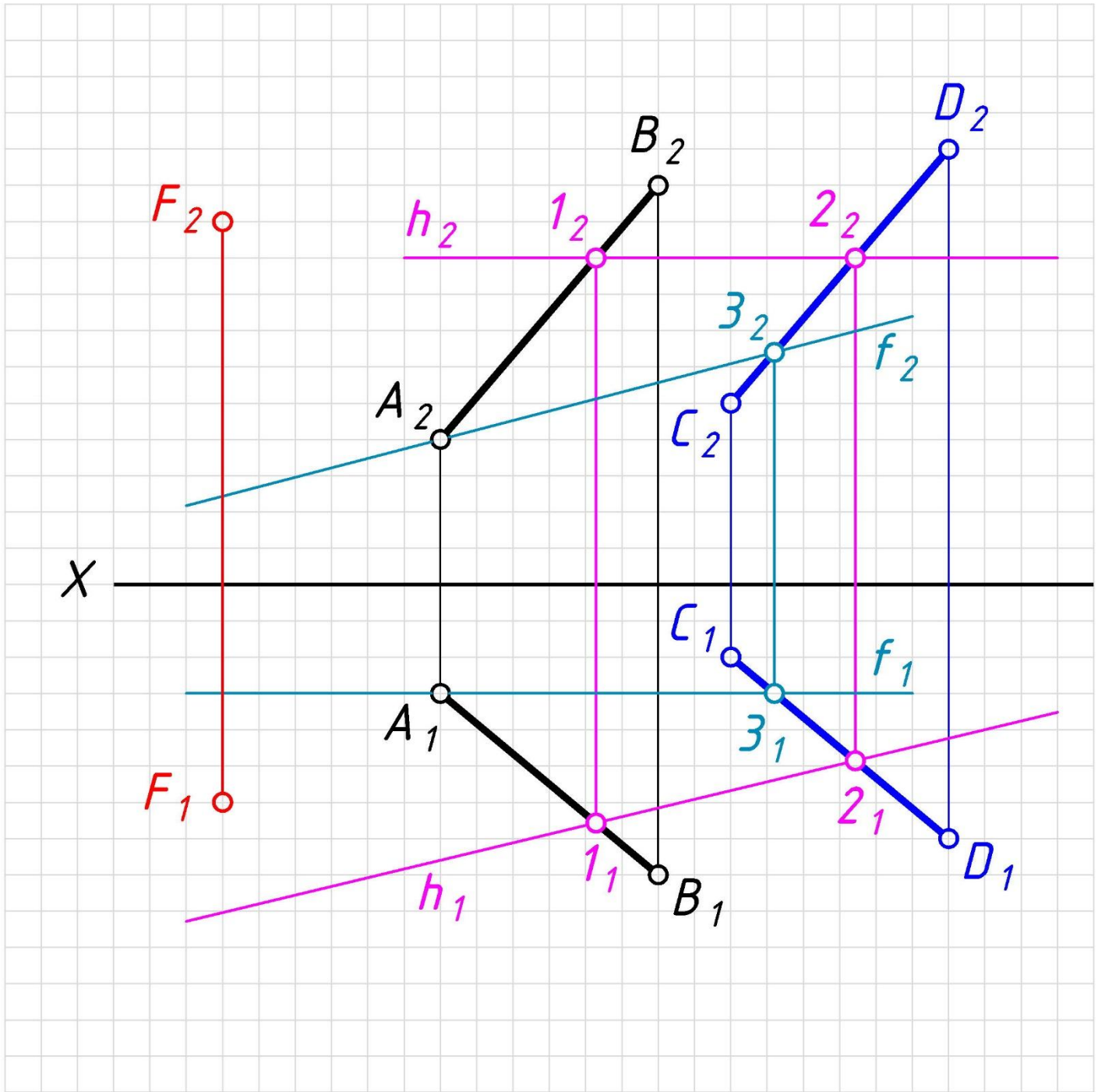


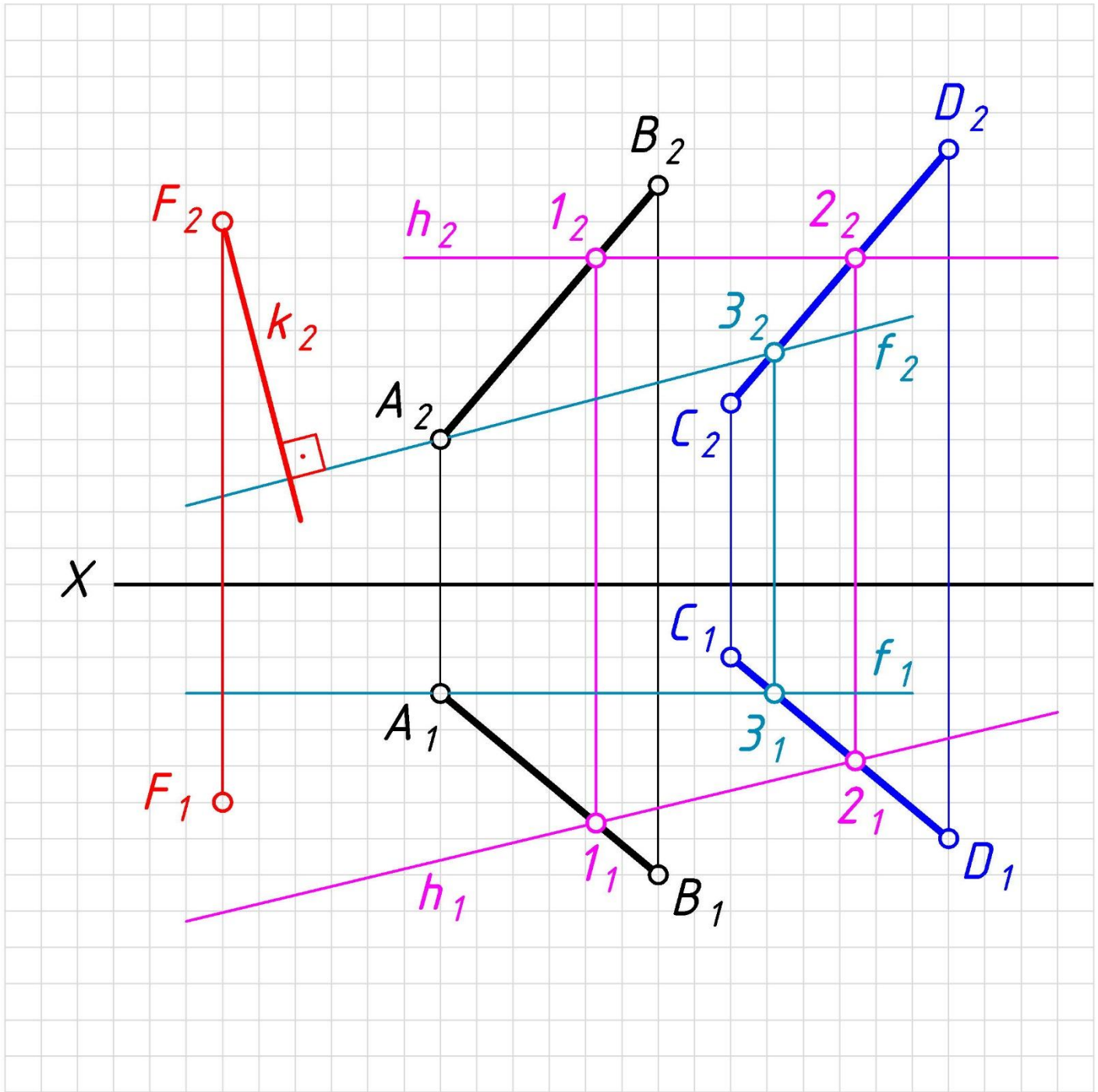


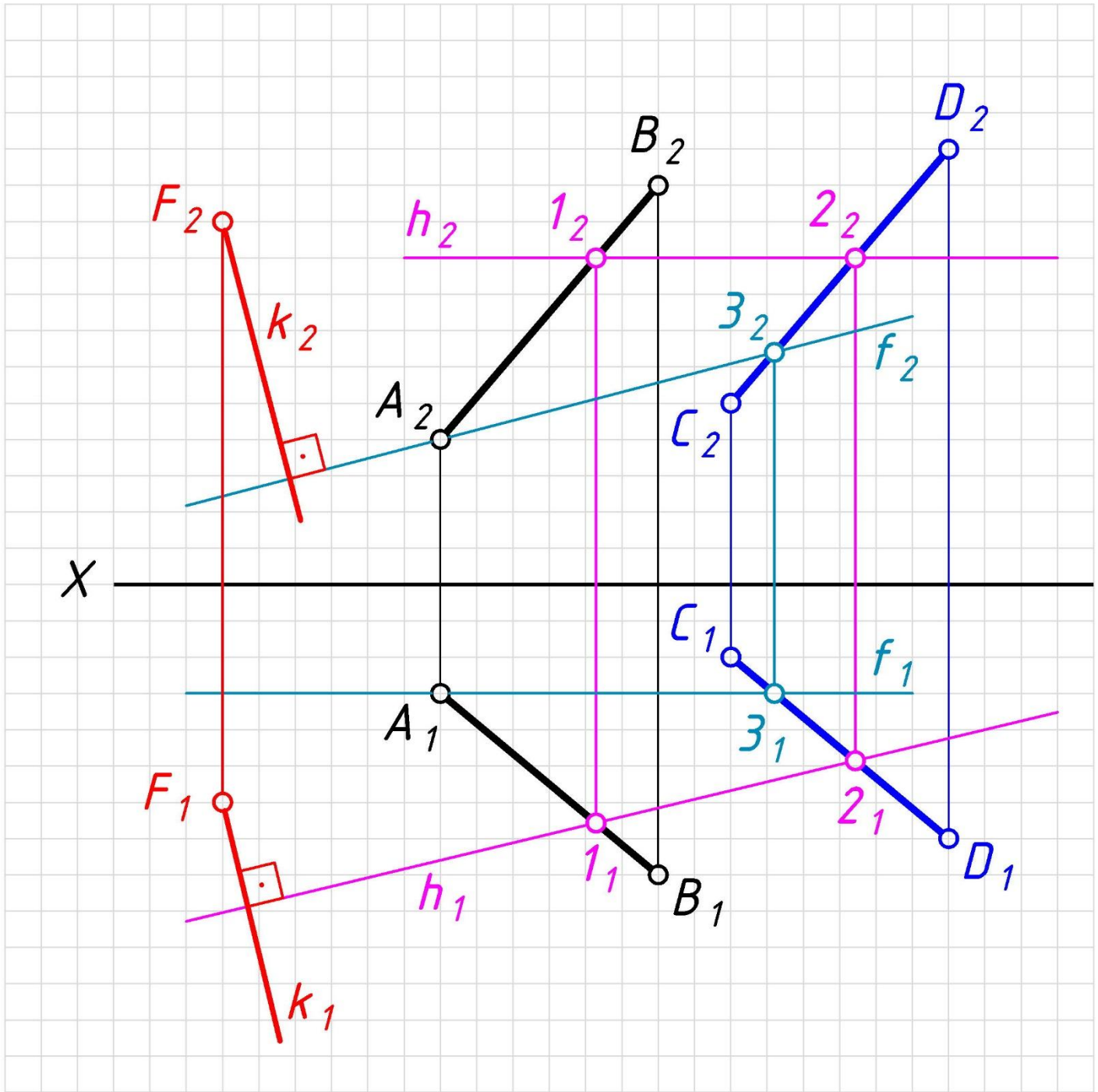


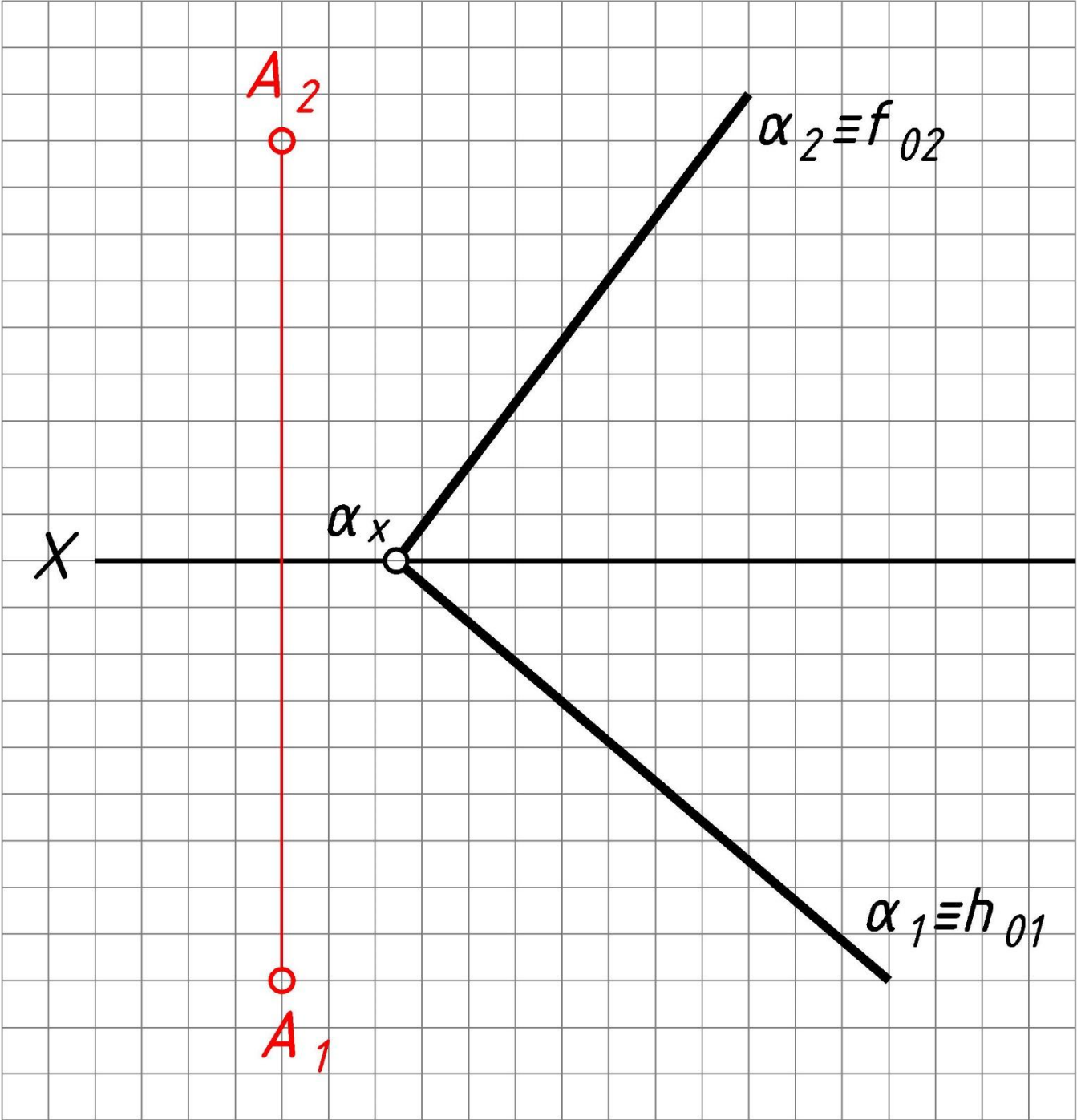


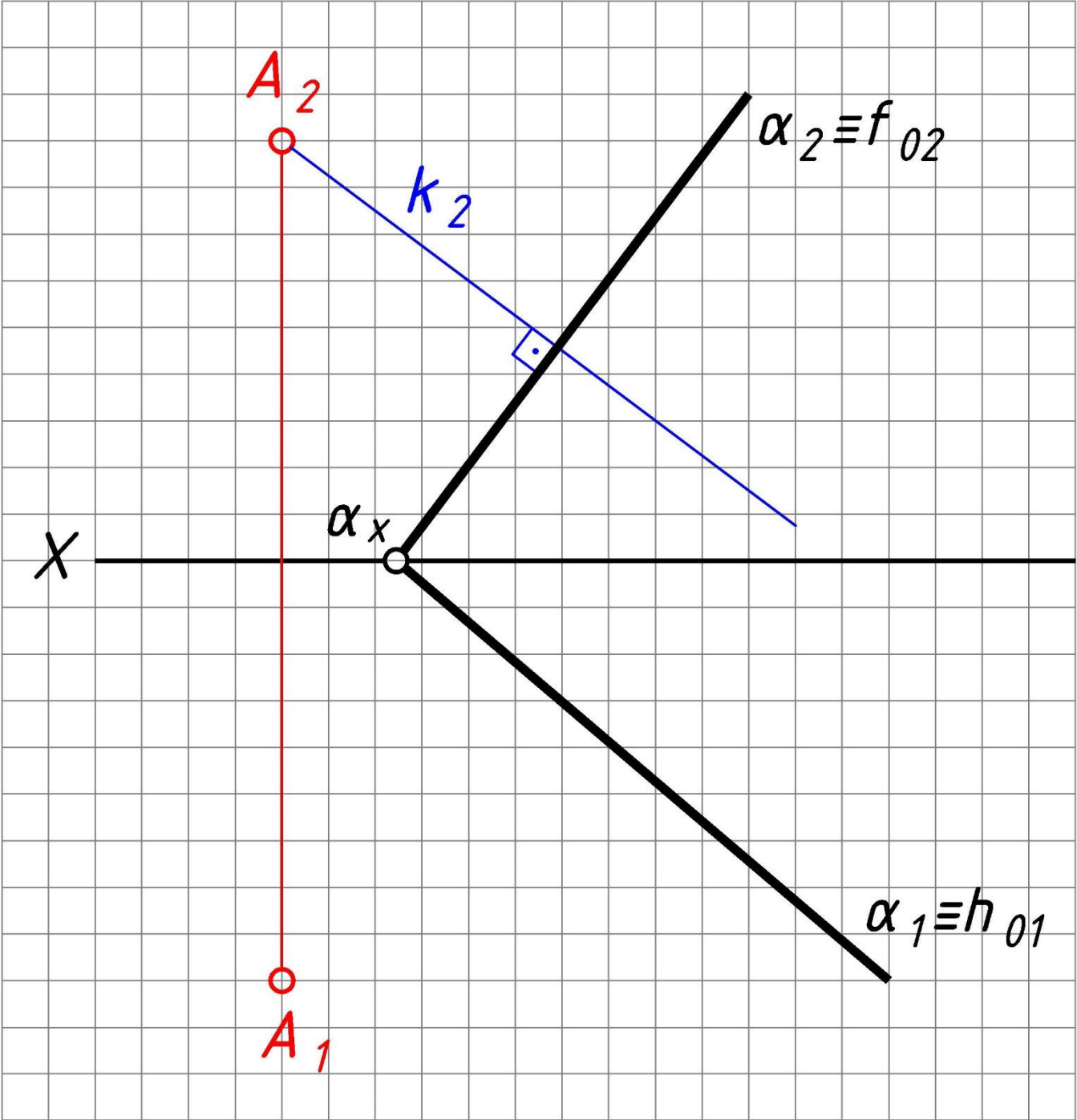


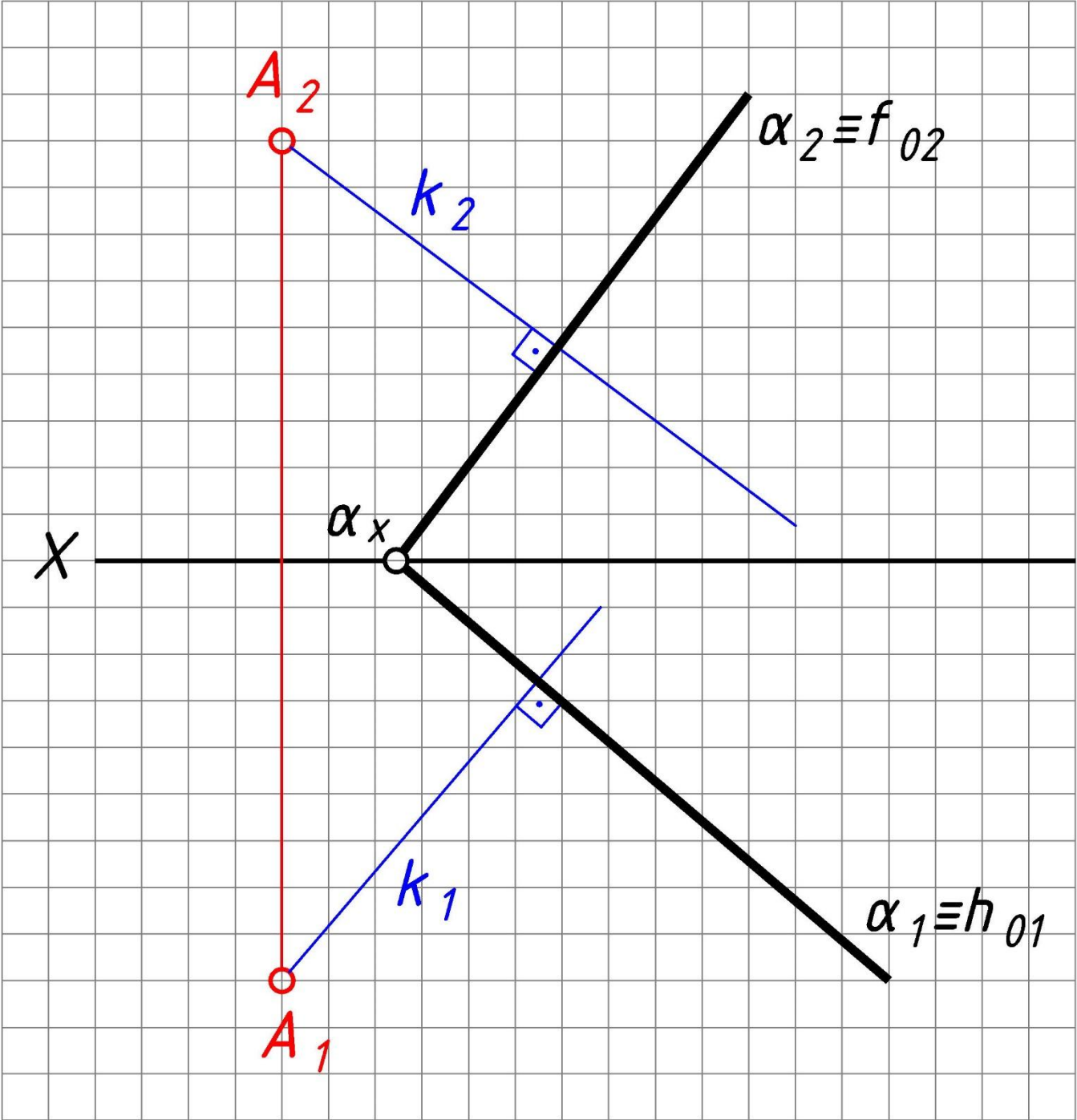




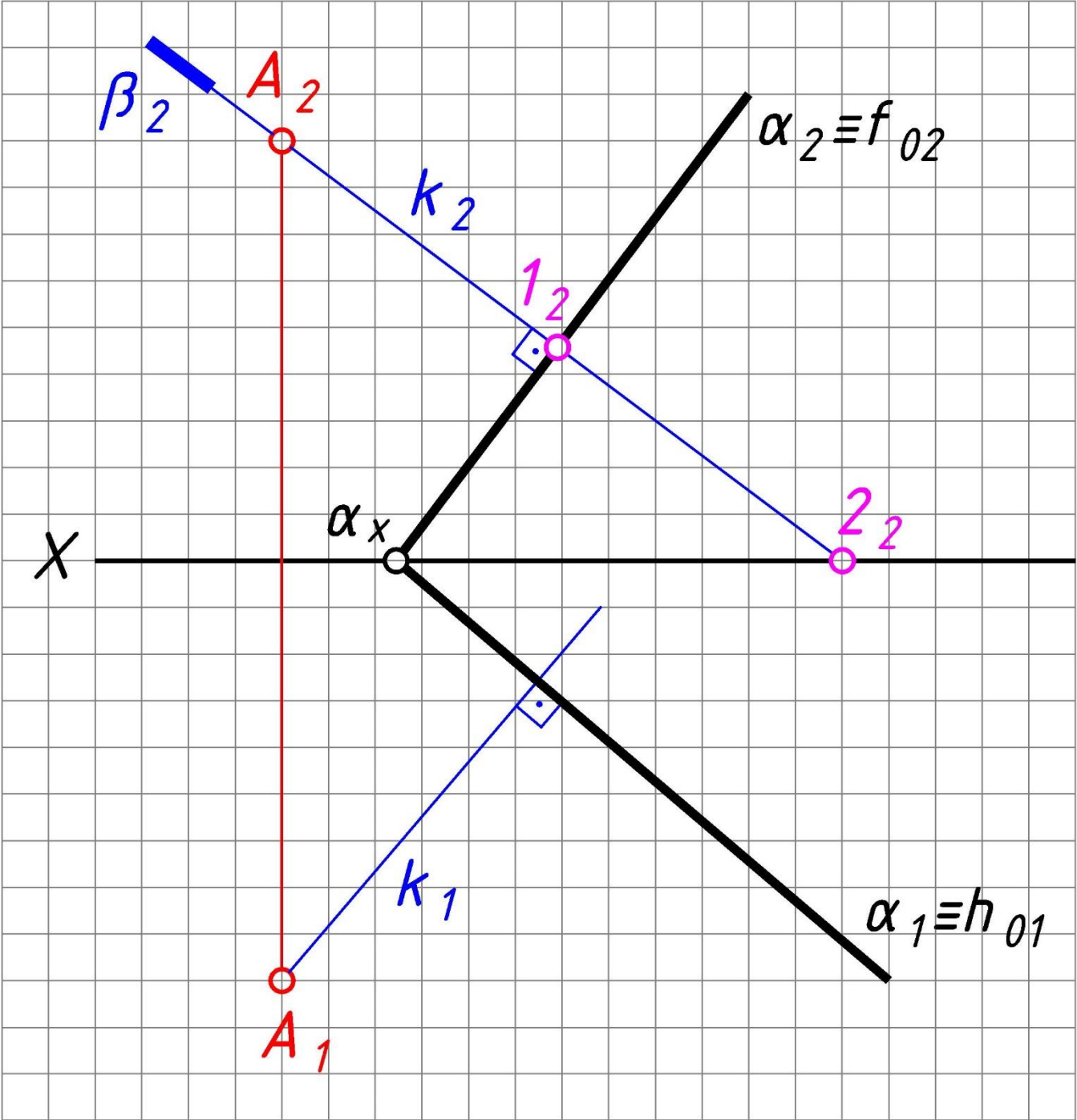


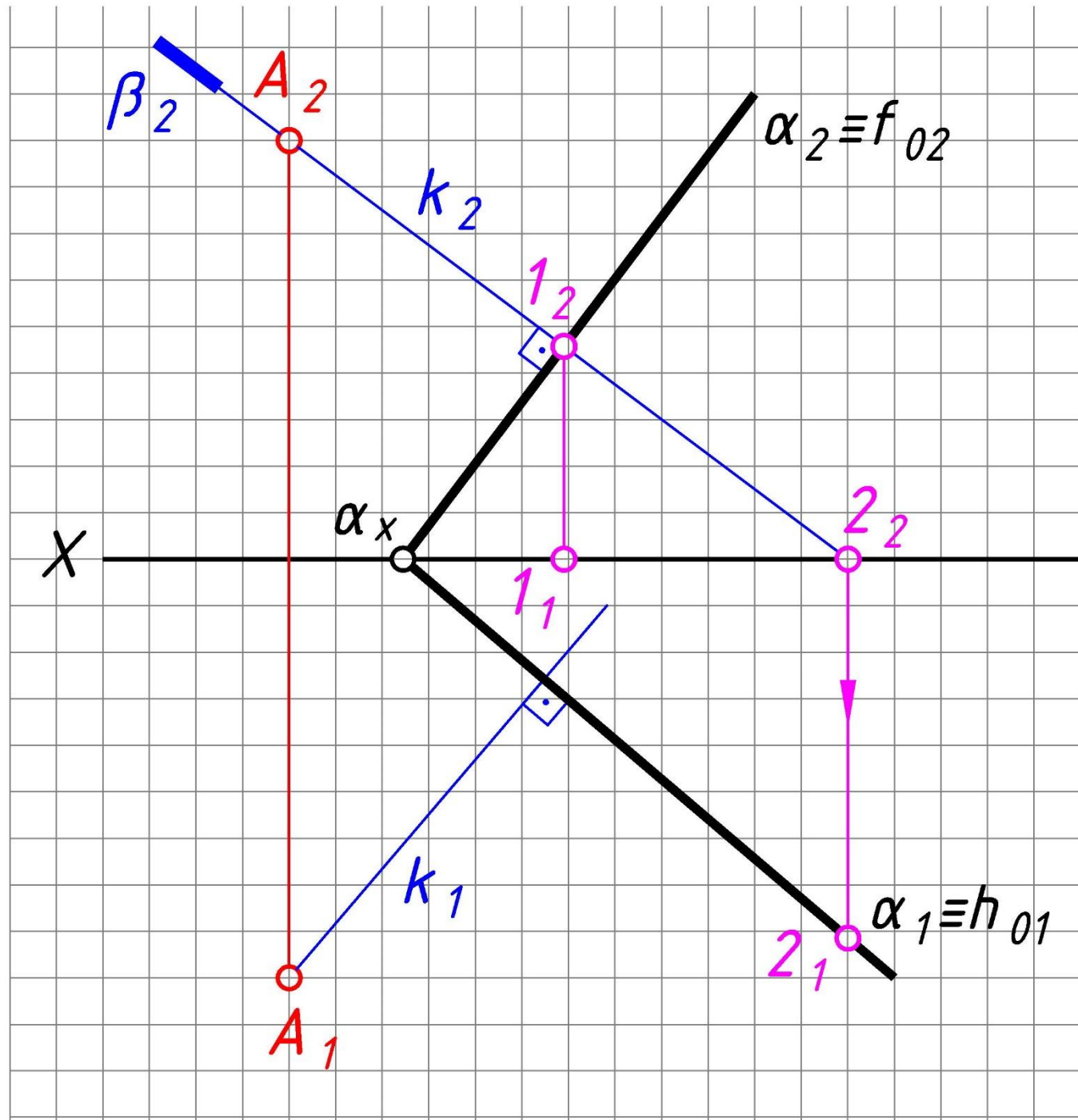


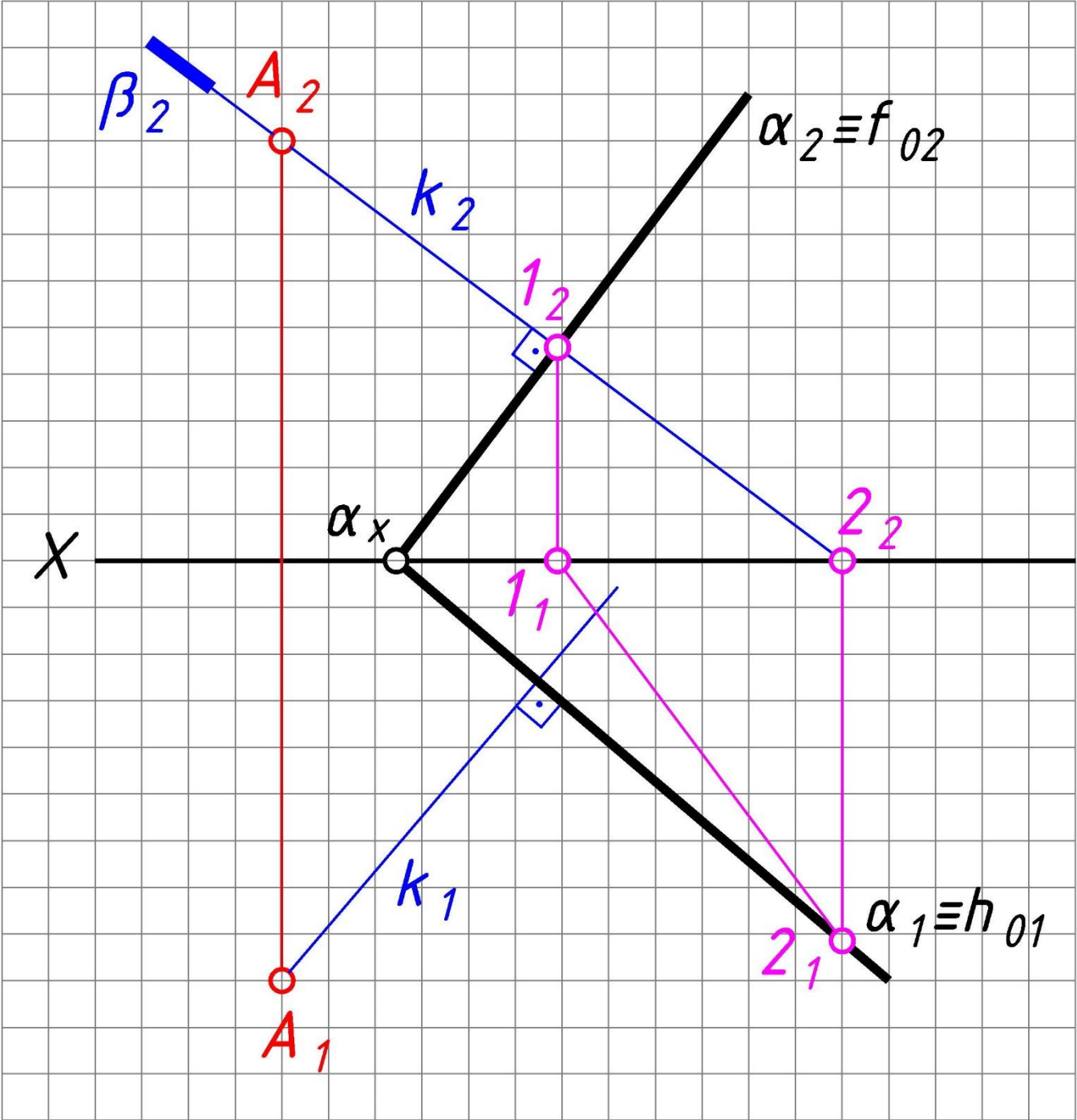


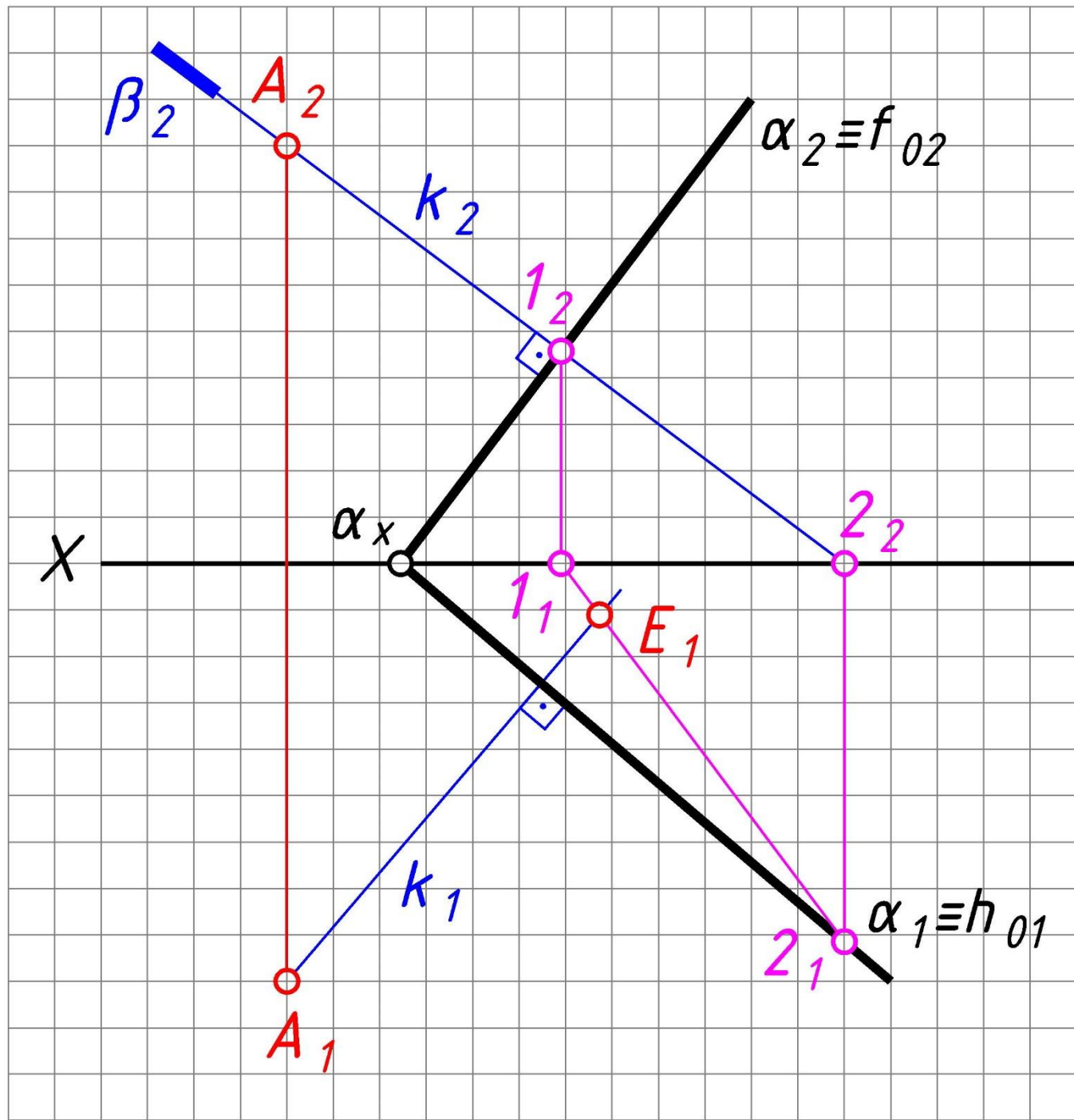


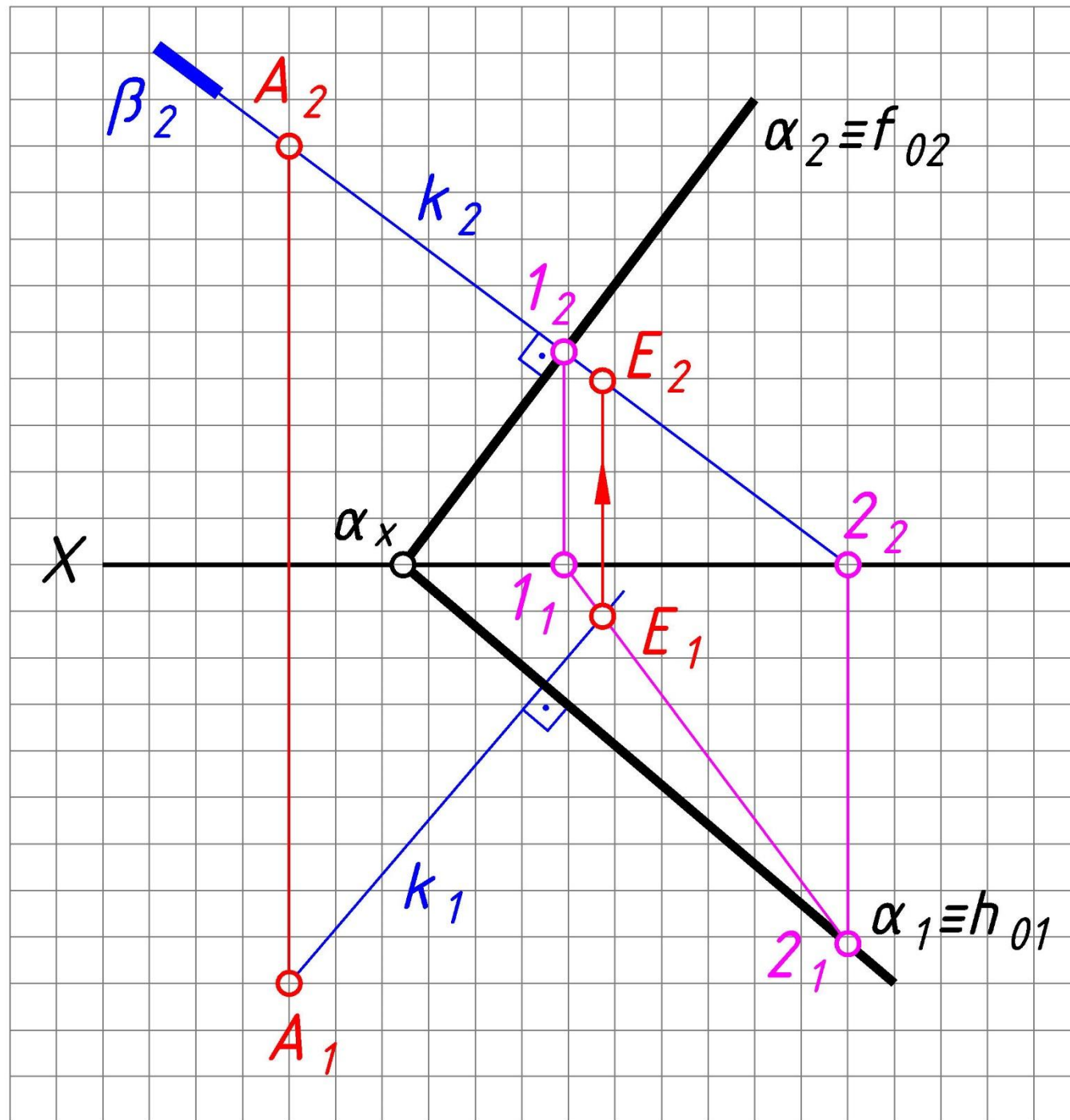


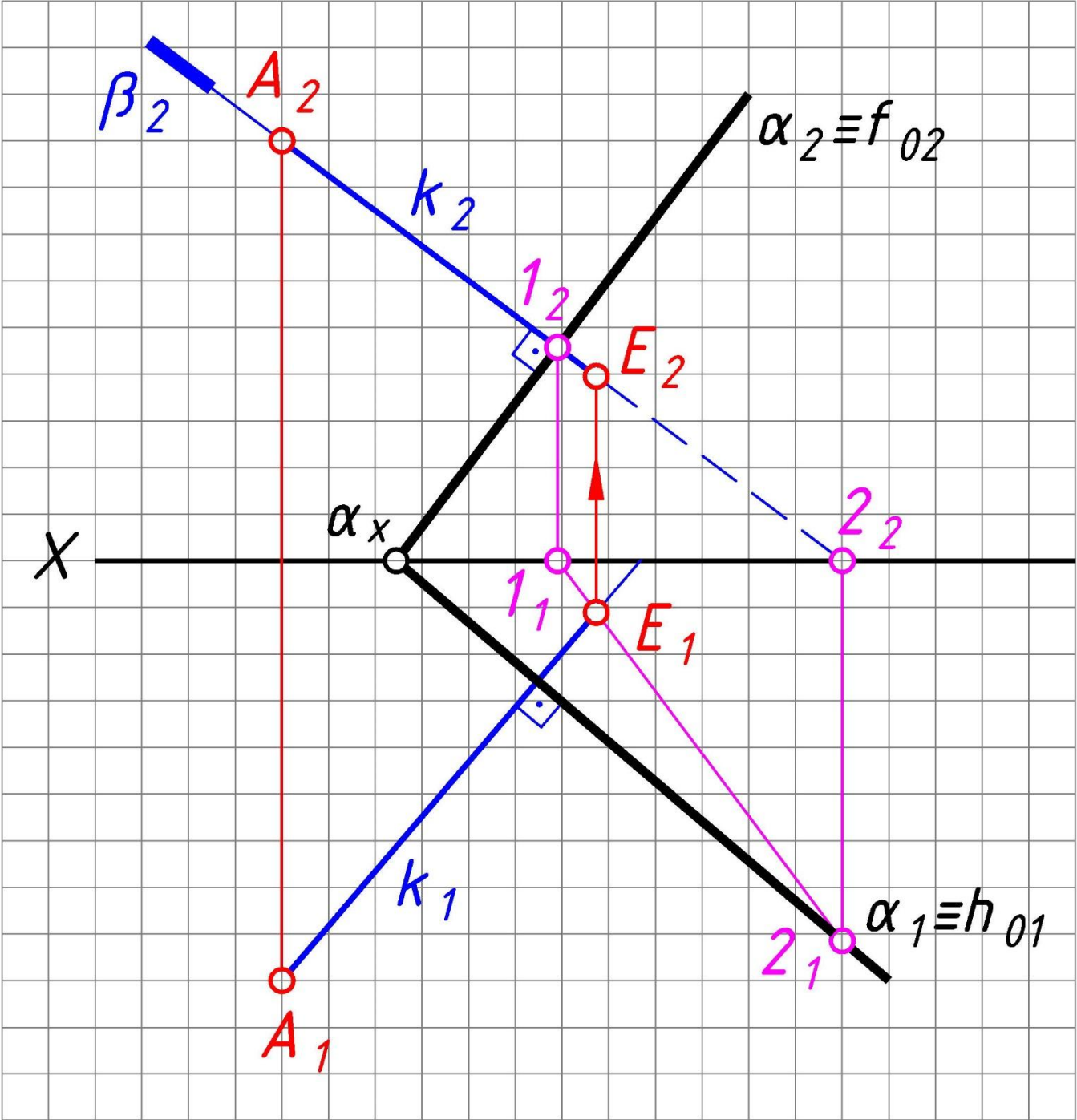












***Теорема: Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости.***

***Взаимно перпендикулярные прямые принадлежат взаимно перпендикулярным плоскостям.***

