Функция. Свойства функции.

Алгоритм описания свойств функции

1. Область определения
2. Область значений
3. Нули функции
4. Четность
5. Промежутки знакопостоянства
6. Непрерывность
7. Монотонность
8. Наибольшее и наименьшее значения
9. Ограниченность
10. Выпуклость

1.Область определения

Область определения функции – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : D (f).

Пример. Функция задана формулой $y = \dfrac{6}{x^2 - 9}$

Данная формула имеет смысл при всех значениях
x ≠ -3, x ≠ 3,
поэтому **D(y)=(- ∞;-3) U (-3;3) U (3; +∞)**

2. Область значений

Область (множество) значений функции – все значения, которые принимает зависимая переменная.

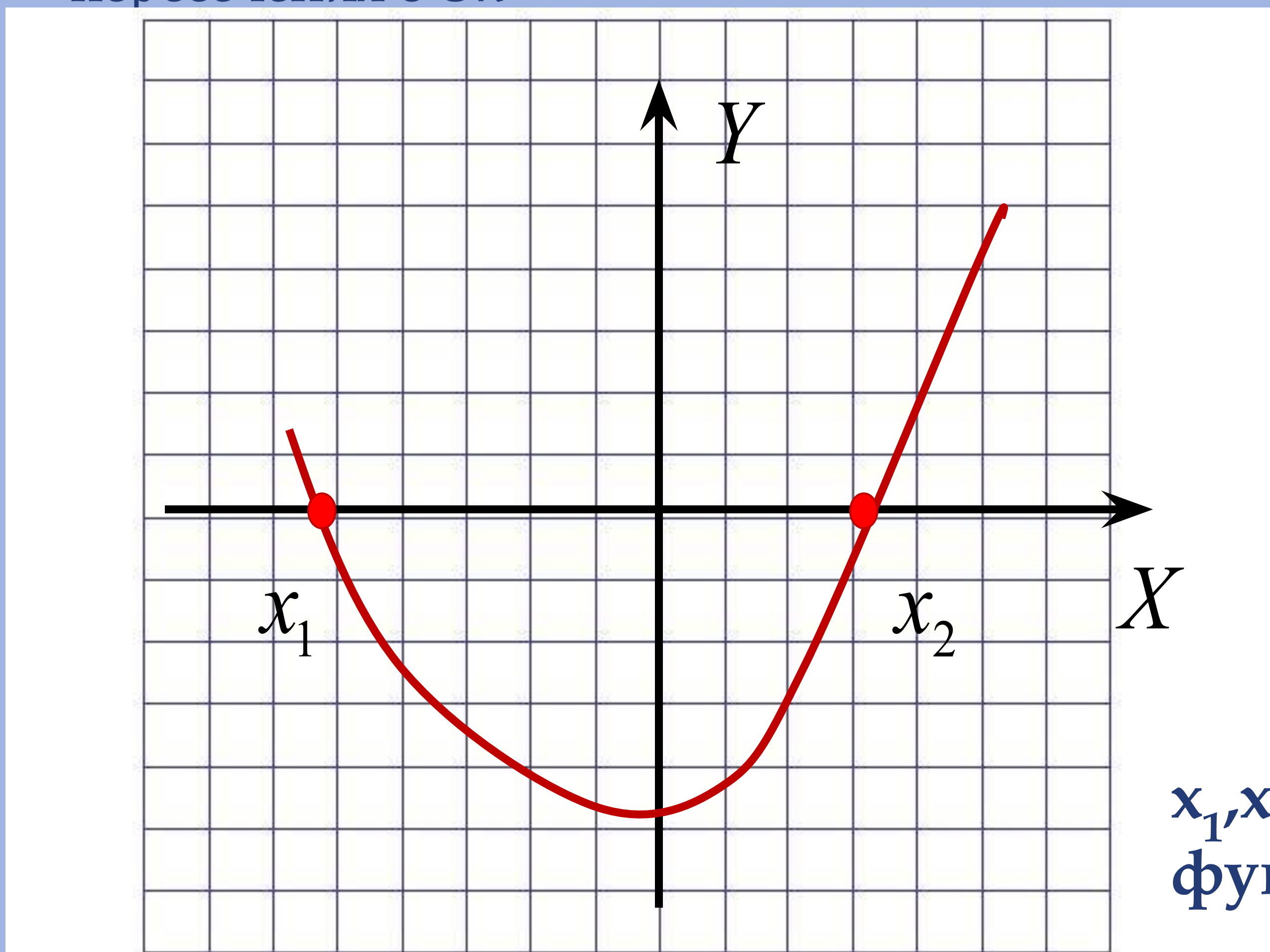
Обозначается : E (f)

Пример. Функция задана формулой у $x^2 + 9$

Данная функция является квадратичной , график – парабола, вершина (0; 9)
поэтому **E(y)= [9 ; +∞)**

3. Нули функции

Нулем функции ***y = f (x)*** называется такое значение аргумента ***x$_0$***, при котором функция обращается в нуль*:* ***f (x$_0$) = 0***. **Нули функции** - абсциссы точек пересечения с Ох

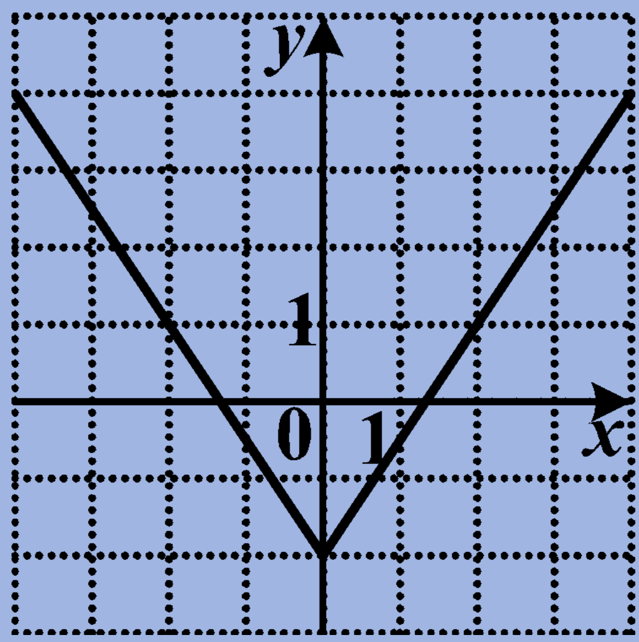


x_1,x_2 - нули функции

4. Четность

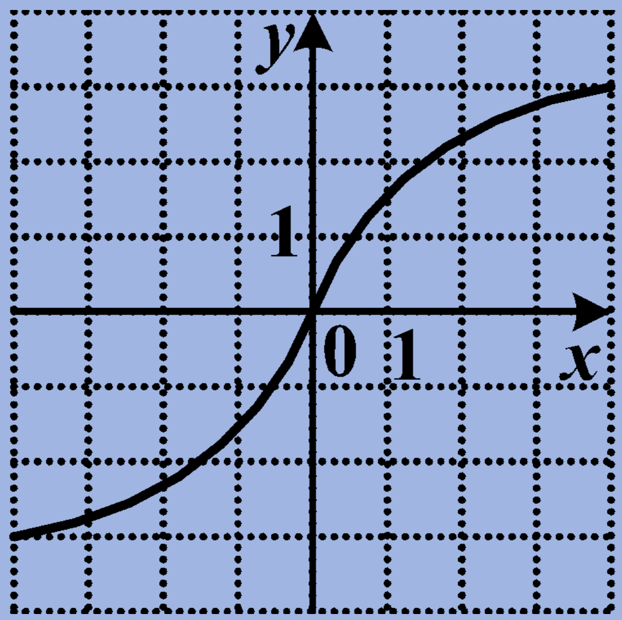
Четная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. График четной функция симметричен относительно ***оси ординат***.



Нечетная функция

Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечетной функции симметричен относительно ***начала координат***.

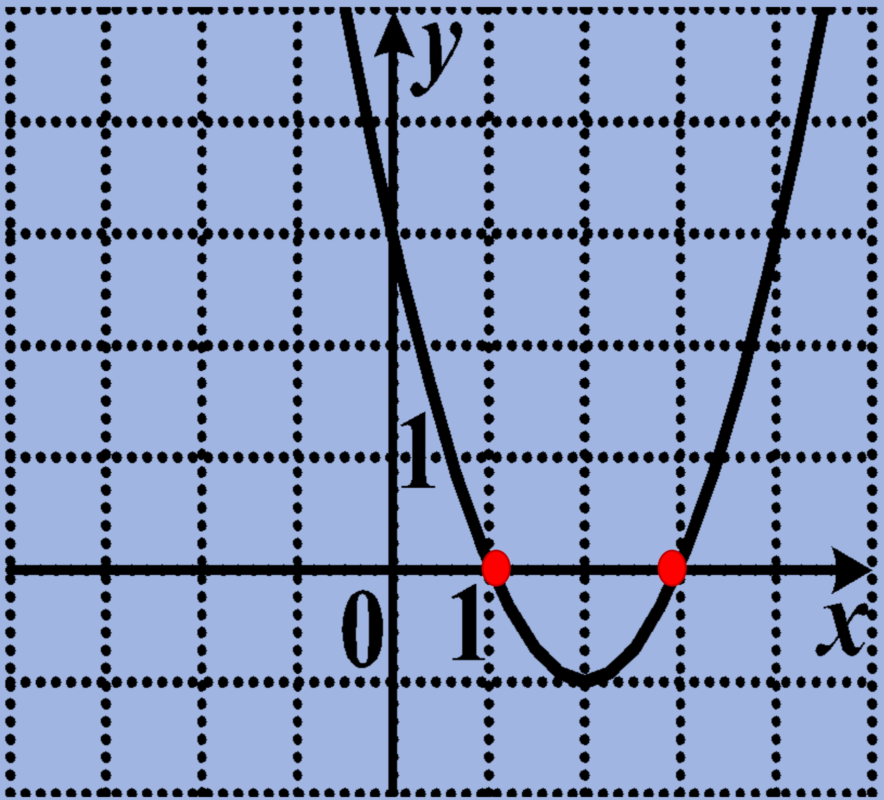


5. Промежутки знакопостоянства

Промежутки, на которых непрерывная функция сохраняет свой знак и не обращается в нуль, называются промежутками знакопостоянства.

y > 0 (график расположен выше оси OX) при x $\in$ **(- ∞; 1) U (3; +∞)**,

y<0 (график расположен ниже OX) при x $\in$ **(1;3)**

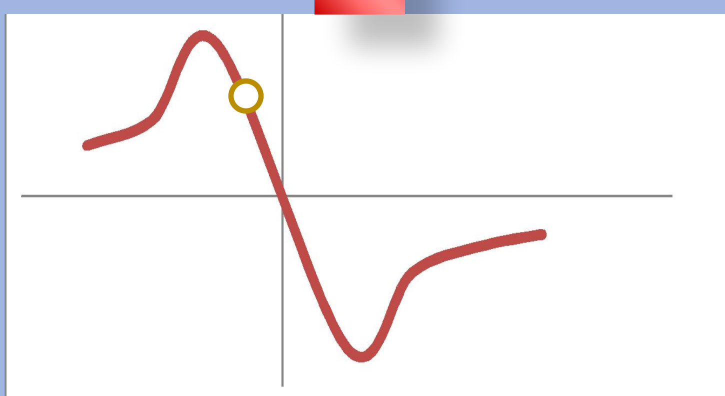


6. Непрерывность

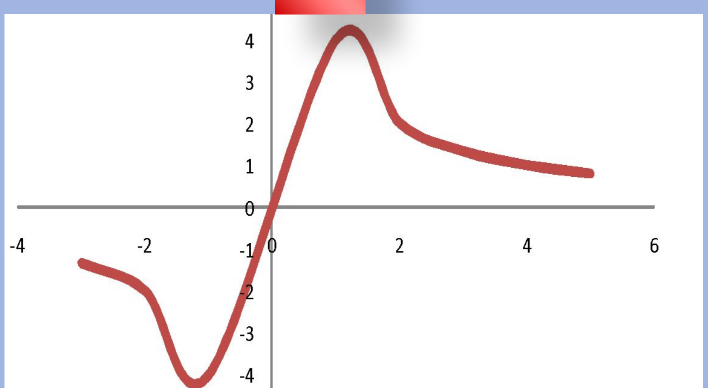
Функция называется **непрерывной** на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

Задание . Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции **.**

1



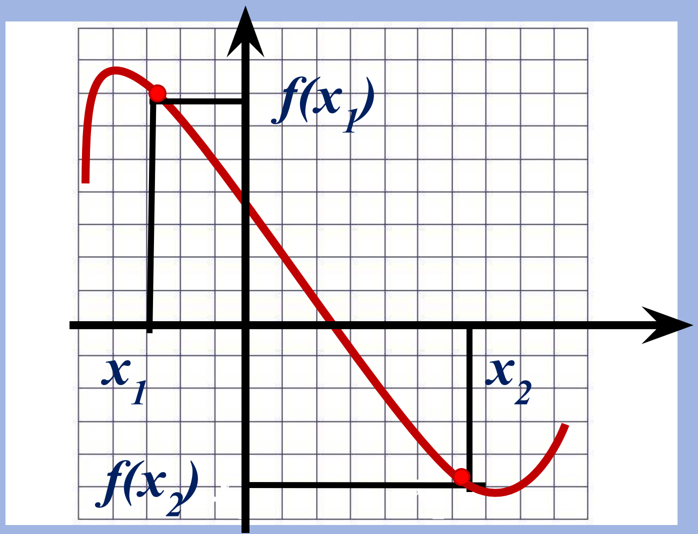
2



7. Монотонность

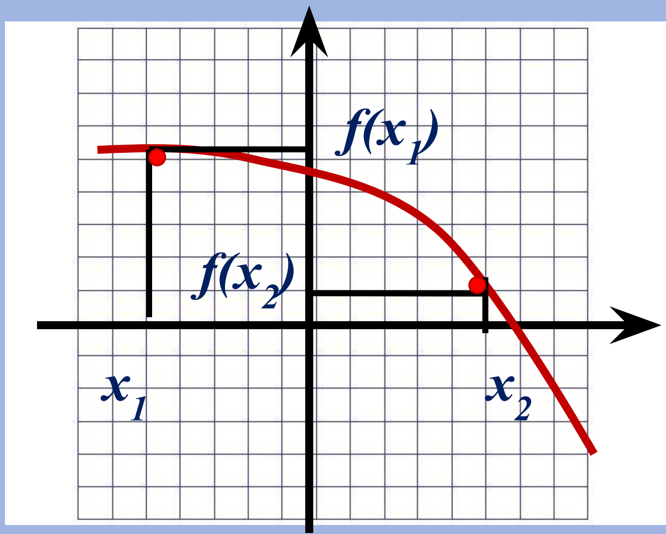
Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве X, если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) < f(x_2).$$



Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве X, если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



8.Наибольшее и наименьшее значения

Число m называют наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X, если:

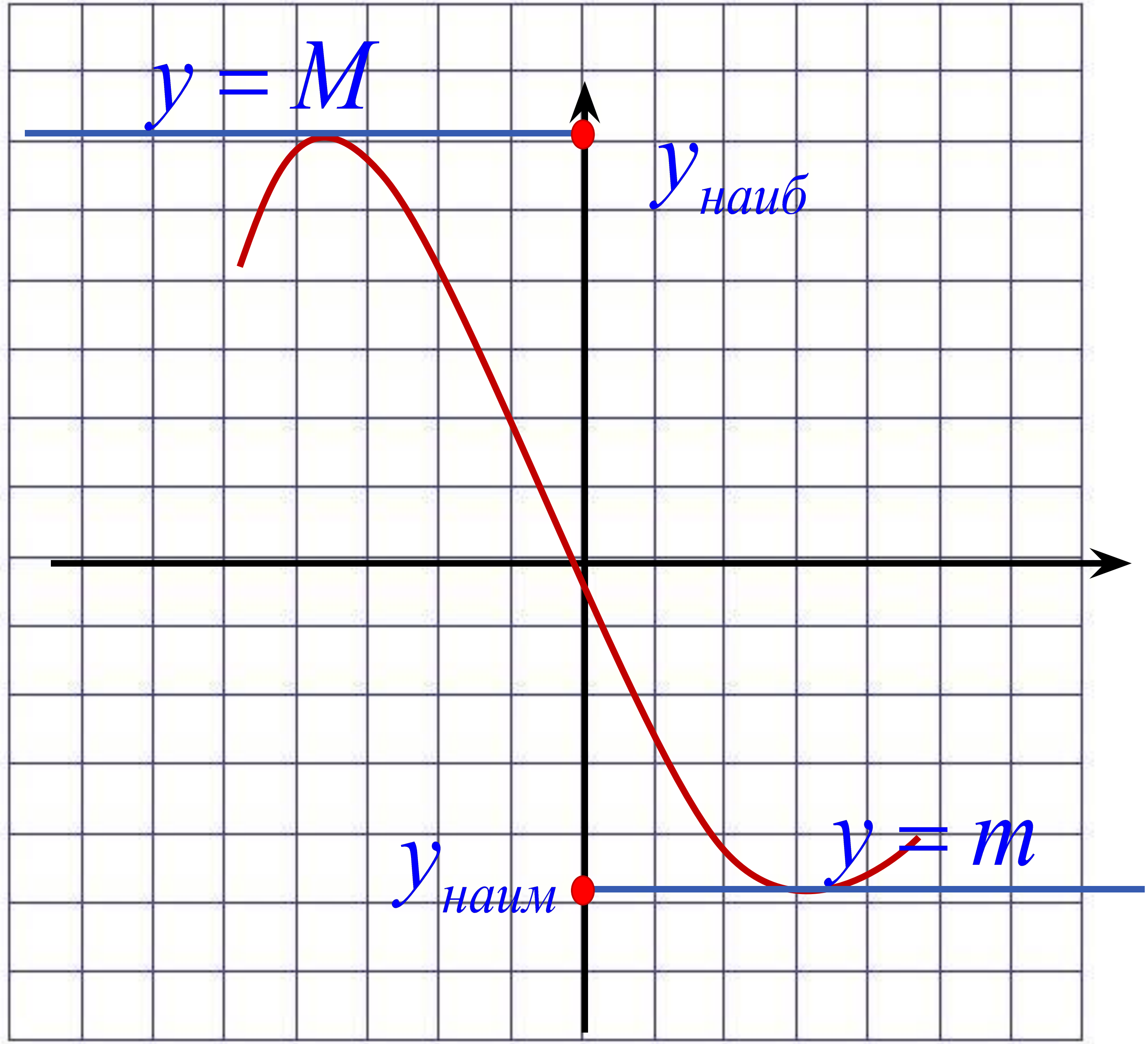
1) в области определения существует такая точка x_0, что $f(x_0) = m$.
2) всех x из ***области определения*** выполняется неравенство

$$f(x) \geq f(x_0).$$

Число M называют наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X, если:

1) в области определения существует такая точка x_0, что $f(x_0) = M$.
2) для всех x из ***области определения*** выполняется неравенство

$$f(x) \leq f(x_0).$$

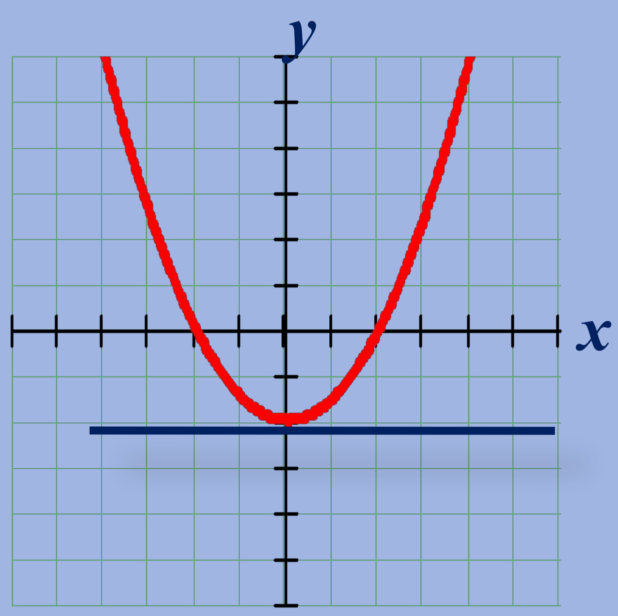


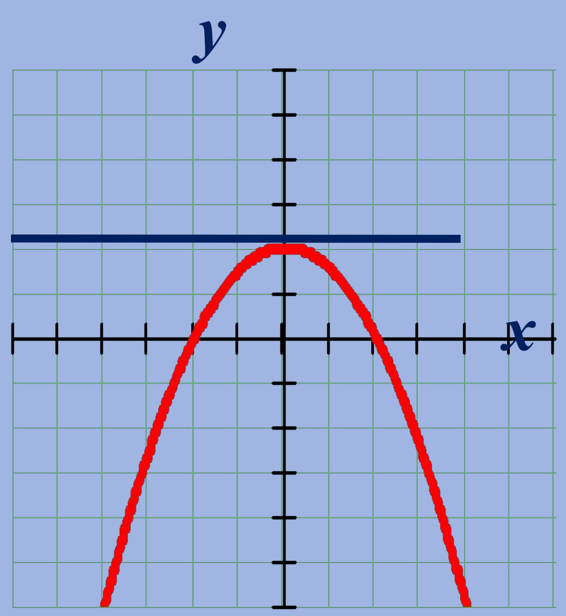
$y = M$
$y_{наиб}$
$y_{наим}$
$y = m$

9. Ограниченность

Функцию *y = f(x)* называют ***ограниченной снизу*** на множестве ***X***, если все значения функции на множестве ***X*** ***больше некоторого числа***.

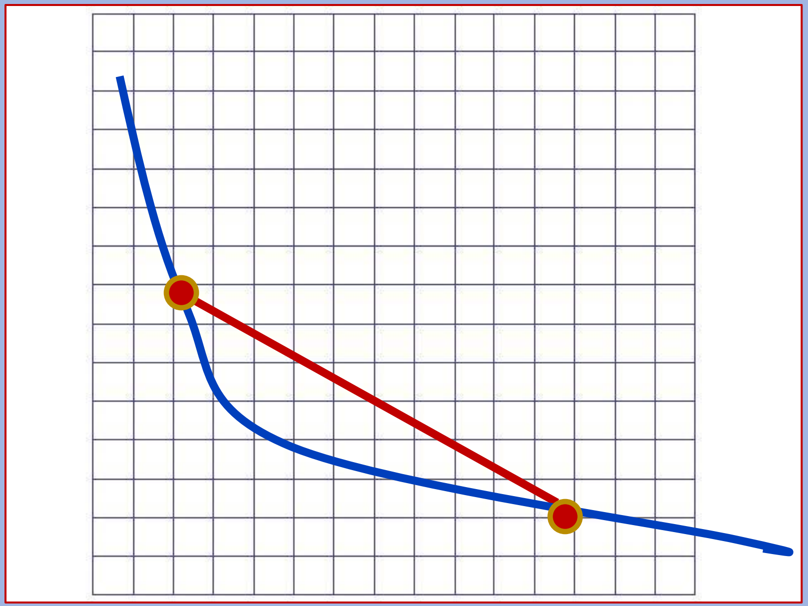
Функцию *y = f(x)* называют ***ограниченной сверху*** на множестве ***X***, если все значения функции на множестве ***X*** ***меньше некоторого числа***.





10. Выпуклость

Функция ***выпукла вниз*** на промежутке ***X*** если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ***ниже*** проведенного отрезка.



Функция ***выпукла вверх*** на промежутке ***X***, если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ***выше*** проведенного отрезка .