The background features a dark blue gradient with faint, light blue circular patterns and a scale-like structure on the left side. The scale has numerical markings from 140 to 260 in increments of 10. The text is centered on the right side of the image.

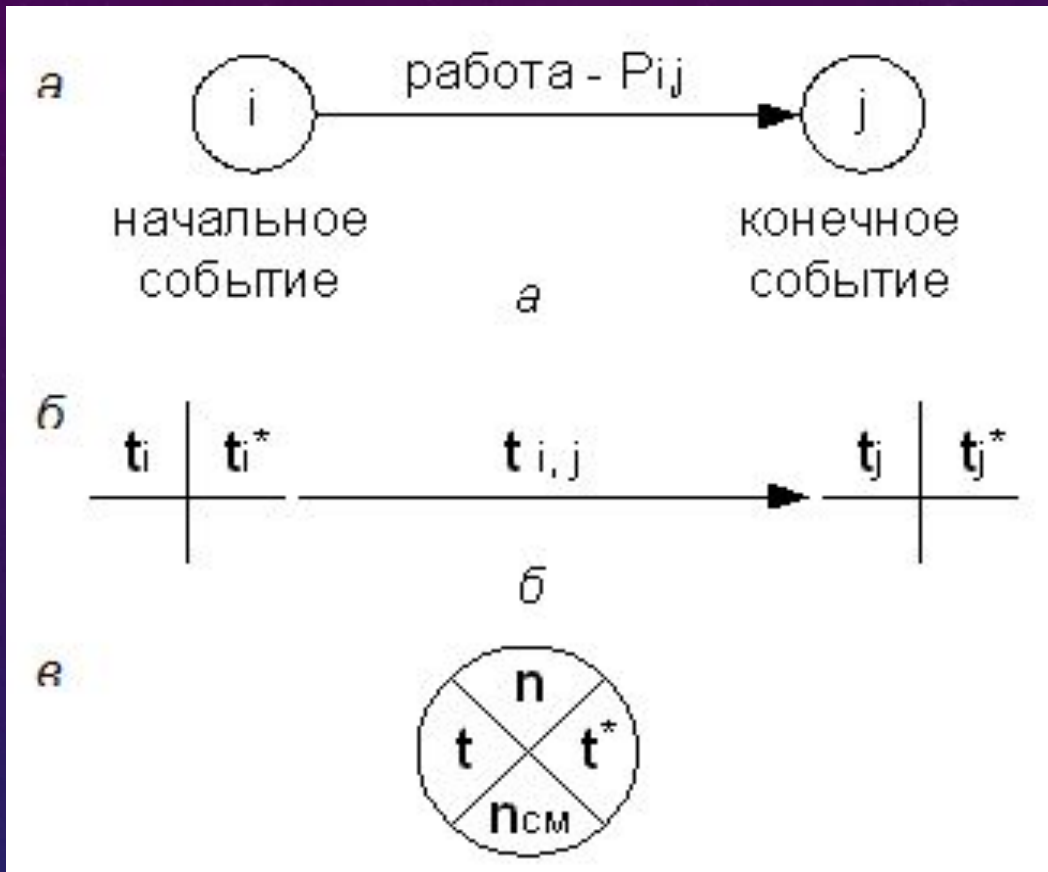
# **СЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ**

- **Система методов СПУ** – система методов планирования и управления разработкой крупных народно-хозяйственных комплексов, научными исследованиями, конструкторской и технологической подготовкой производства новых видов изделий, строительством и реконструкцией, капитальным ремонтом основных фондов путем применения сетевых графиков.

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- **Сетевой график** – наглядное отображение плана работ
- **Событие** – состояние, момент достижения промежуточной или конечной цели разработки
- **Работа** – протяжённый во времени процесс, необходимый для совершения события.

# РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СЕТЕВОГО ГРАФИКА



Начало и окончание любой работы описываются парой событий, которые называются начальным и конечным событиями. Поэтому для указания конкретной работы используют код работы  $P_{i,j}$ , состоящий из номеров начального ( $i$ -го) и конечного ( $j$ -го) событий (а)

На рис. б изображен пример кодирования работ и событий в принятых обозначениях:  $t_{i,j}$  – продолжительность работы  $P_{i,j}$ ,  $t$  – ранний срок (ожидаемый момент) осуществления события,  $t^*$  – поздний срок (предельный момент) осуществления события,  $n$  – номер события,  $n_{см}$  – номер предшествующего (смежного) события.



- Ранний срок (ожидаемый момент) осуществления  $j$ -го события представляет собой момент времени, раньше которого событие произойти не может и рассчитывается по формуле

$$t_j = \max (t_i + t_{ij})$$

- Поздний срок (предельный момент) осуществления  $i$ -го события показывает максимальную задержку во времени наступления данного события:

$$t_i^* = \min (t_j^* - t_{ij})$$

# РЕЗЕРВЫ ВРЕМЕНИ РАБОТ

- **Критический путь** – последовательность работ между начальными и конечными событиями сети, имеющих наибольшую продолжительность во времени.
- **Длина** критического пути равна раннему сроку свершения завершающего события, т.е.  $t_{кр} = t_{п} = t_{п}^*$ .
- Любая из работ пути  $L$  на его участке, не совпадающем с критическим путем (замкнутым между двумя событиями критического пути), обладает **резервом времени**.

## Полный резерв времени

работы  $P_{i,j}$  показывает, на сколько можно увеличить время выполнения данной работы при условии, что срок выполнения комплекса работ не изменится.

Полный резерв определяется по формуле

$$M_{ij}^* = t_j^* - t_i - t_{ij}$$

## Свободный резерв времени

работы  $P_{i,j}$  представляет часть полного резерва времени, на которую можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом раннего срока ее конечного события.

находится по формуле

$$M_{ij} = t_j - t_i - t_{ij}$$



# СЕТЕВОЙ ГРАФИК В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Чаще всего продолжительность работы по сетевому графику заранее не известна и может принимать лишь одно из ряда возможных значений

Продолжительность работы  $t_{ij}$  является случайной величиной, характеризующейся своим законом распределения, а значит, своими числовыми характеристиками –  $\bar{T}_{ij}$  *средним значением*, или *математическим ожиданием*, и дисперсией

$$\sigma^2_{i,j}$$



Для определения числовых характеристик работы  $P_{i,j}$  на основании опроса ответственных исполнителей проекта и экспертов определяют три временные оценки:

а) оптимистическую оценку  $a_{ij}$ ;

б) пессимистическую оценку  $b_{ij}$ ;

в) наиболее вероятную оценку  $m_{ij}$ .

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОТЫ

Указанные три оценки являются основой для расчета средней ожидаемой продолжительности работы и ее дисперсии. При этом используется гипотеза об определенном законе распределения длительностей работ (так называемое  $\beta$ -распределение).

$$\bar{t}_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$$

$$\sigma_{ij}^2 = \left( \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \right)^2$$

# ОБЩАЯ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПУТИ L

- Общая продолжительность пути имеет нормальный закон распределения со средним значением , равным сумме средних значений продолжительности составляющих его работ и дисперсией, равной сумме соответствующих дисперсий:

$$\bar{t}(L) = \sum_{R_{ij} \in L} \bar{t}_{ij}$$

$$\sigma^2(L) = \sum_{R_{ij} \in L} \sigma_{ij}^2$$



# ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ T

- Требуется оценить вероятность того, что срок выполнения проекта  $t_{кр}$  не превзойдет заданного директивного срока  $T$ .
- Полагая  $t_{кр}$  случайной величиной, имеющей нормальный закон распределения, получим

$$P(t_{кр} \leq T) = \Phi\left(\frac{T - \bar{t}_{кр}}{\sigma_{кр}}\right)$$

где  $\Phi(z)$  – значение интеграла вероятностей Лапласа,  
где

$$z = \frac{T - \bar{t}_{кр}}{\sigma_{кр}}$$

- Если  $P(t_{кр} \leq T)$  мала (например, меньше 0,3), то опасность срыва заданного срока выполнения комплекса велика, необходимо принятие дополнительных мер (перераспределение ресурсов по сети, пересмотр состава работ и событий и т. п.).
- Если  $P(t_{кр} \leq T)$  значительна (например, более 0,8), то, очевидно, с достаточной степенью надежности можно прогнозировать выполнение проекта в установленный срок.

# АНАЛИЗ СЕТЕВОГО ГРАФИКА

- Сложность сетевого графика оценивается коэффициентом сложности, который определяется по формуле

$$K_{\text{сл}} = \frac{n_{\text{раб}}}{n_{\text{соб}}}$$

где  $K_{\text{сл}}$  – коэффициент сложности сетевого графика;  $n_{\text{раб}}$  – количество работ, ед.;  $n_{\text{соб}}$  – количество событий, ед. Сетевые графики, имеющие коэффициент сложности от 1,0 до 1,5, являются простыми, от 1,51 до 2,0 – средней сложности, более 2,1 – сложными.



# КОЭФФИЦИЕНТА НАПРЯЖЕННОСТИ РАБОТ

- Определить степень трудности выполнения в срок каждой группы работ не критического пути можно с помощью коэффициента напряженности работ.
- Коэффициентом напряженности  $K_n$  работы  $P_{i,j}$  называется отношение продолжительности несовпадающих (заключенных между одними и теми же событиями) отрезков пути, одним из которых является путь максимальной продолжительности, проходящий через данную работу, а другим – критический путь

$$K_H = \frac{t(L_{\max}) - t'_{кр}}{t_{кр} - t'_{кр}}$$

где  **$t(L_{\max})$**  – продолжительность максимального пути, проходящего через работу  **$P_{i,j}$** , от начала до конца сетевого графика;  **$t_{кр}$**  – продолжительность (длина) критического пути;  **$t'_{кр}$**  – продолжительность отрезка рассматриваемого максимального пути, совпадающего с критическим путем.

- Чем ближе к 1 коэффициент напряженности  $k_n$  работы  $p_{i,j}$ , тем сложнее выполнить данную работу в установленные сроки. Чем ближе  $k_n$  работы  $p_{i,j}$  к нулю, тем большим относительным резервом обладает максимальный путь, проходящий через данную работу.
- Вычисленные коэффициенты напряженности позволяют дополнительно классифицировать работы по зонам. В зависимости от величины  $k_n$  выделяют три зоны:
  - критическую ( $k_n > 0,8$ );
  - подкритическую ( $0,6 < k_n < 0,8$ );
  - резервную ( $k_n < 0,6$ ).



# ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВОГО ГРАФИКА МЕТОДОМ «ВРЕМЯ-СТОИМОСТЬ»

При использовании метода «время-стоимость» предполагают, что уменьшение продолжительности работы пропорционально возрастанию ее стоимости. Каждая работа  $P_{i,j}$  характеризуется продолжительностью  $t_{i,j}$ , которая может находиться

$$a_{ij} \leq t_{ij} \leq b_{ij}$$

где  $a_{ij}$  – минимально возможная (экстренная) продолжительность работы  $P_{i,j}$ , которую только можно осуществить в условиях разработки;  $b_{ij}$  – нормальная продолжительность выполнения работы  $P_{i,j}$ .

# ВЫЧИСЛЕНИЕ СТОИМОСТИ РАБОТЫ

- При этом стоимость  $c_{i,j}$  работы  $P_{i,j}$  заключена в границах от  $c_{\min}$  (при нормальной продолжительности работы) до  $c_{\max}$  (при экстренной продолжительности работы).
- Затраты на ускорение работы  $P_{i,j}$  (по сравнению с нормальной продолжительностью) на единицу времени рассчитываются по формуле

$$h_{i,j} = \frac{c_{\max i,j} - c_{\min i,j}}{b_{i,j} - a_{i,j}}$$

где  $h_{i,j}$  – коэффициент затрат на ускорение работы  $P_{i,j}$ .

# ВАРИАНТ ЧАСТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕВОГО ГРАФИКА

- Продолжительность каждой работы, имеющей резерв времени, увеличивают до тех пор, пока не будет исчерпан этот резерв или пока не будет достигнуто верхнее значение продолжительности  $b_{ij}$ . Стоимость выполнения проекта до оптимизации

$$C = \sum_{P_{ij}} c_{ij}$$

- Стоимость выполнения проекта после оптимизации уменьшится на величину

$$\Delta C = \sum_{P_{ij}} \Delta c_{ij} = \sum_{P_{ij}} (b_{ij} - t_{ij}) h_{ij}$$



# МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

- Методику решения задач СПУ рассмотрим на следующем примере.
- Предположим, что при составлении некоторого проекта выделено 12 событий: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 24 связывающие их работы:  $(0 \rightarrow 1)$ ,  $(0 \rightarrow 3)$ ,  $(0 \rightarrow 5)$ ,  $(1 \rightarrow 2)$ ,  $(1 \rightarrow 3)$ ,  $(1 \rightarrow 4)$ ,  $(2 \rightarrow 7)$ ,  $(3 \rightarrow 4)$ ,  $(3 \rightarrow 5)$ ,  $(3 \rightarrow 6)$ ,  $(4 \rightarrow 6)$ ,  $(4 \rightarrow 7)$ ,  $(5 \rightarrow 6)$ ,  $(5 \rightarrow 8)$ ,  $(5 \rightarrow 9)$ ,  $(6 \rightarrow 7)$ ,  $(6 \rightarrow 8)$ ,  $(6 \rightarrow 9)$ ,  $(6 \rightarrow 10)$ ,  $(7 \rightarrow 10)$ ,  $(8 \rightarrow 9)$ ,  $(9 \rightarrow 10)$ ,  $(9 \rightarrow 11)$ ,  $(10 \rightarrow 11)$ .

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ШАГОВ РЕШЕНИЯ

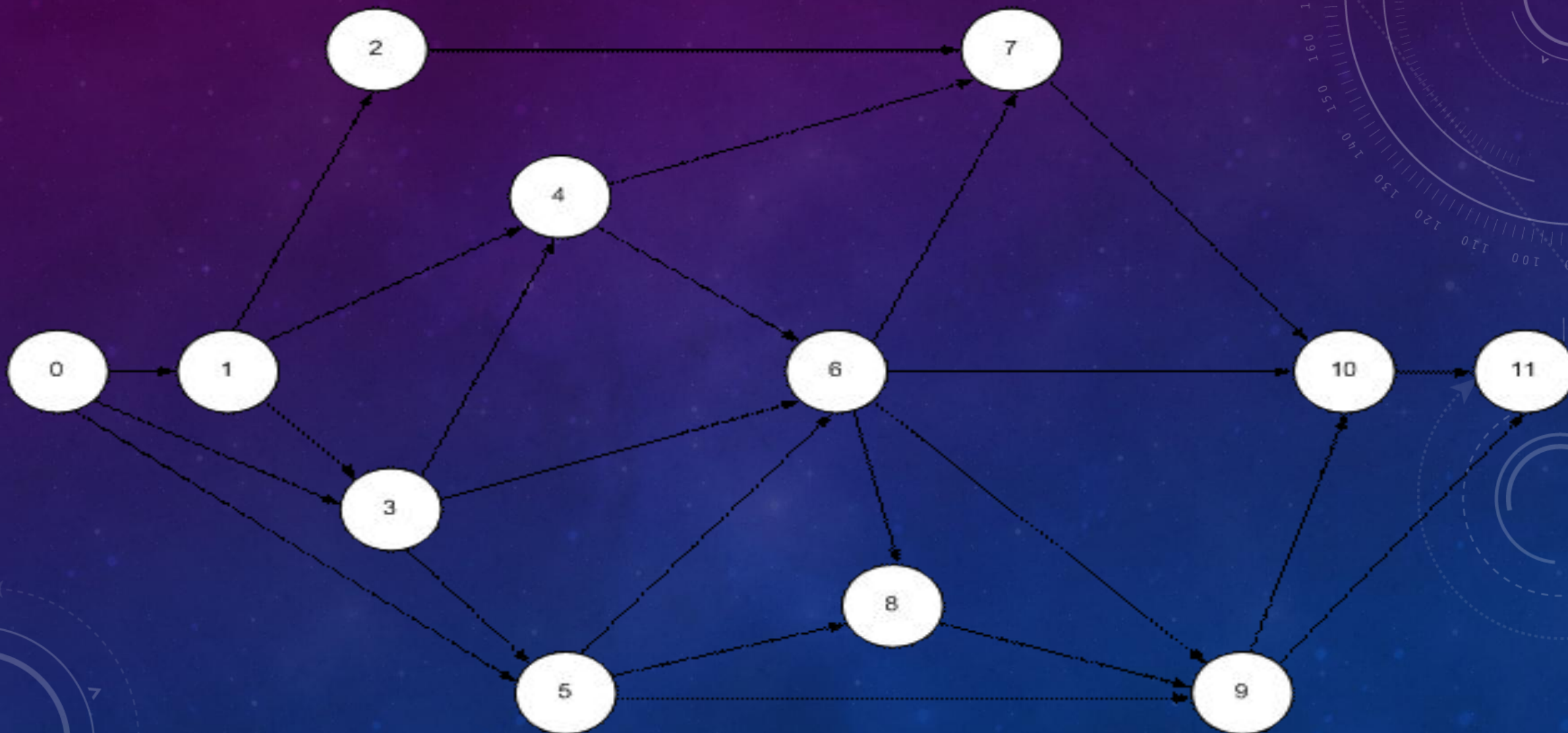
**1) составить и упорядочить сетевой график;**

**2) определить временные параметры сетевого графика;**

**3) оценить вероятность выполнения проекта в установленный срок;**

**4) оптимизировать сетевой график методом «время-стоимость».**

# СЕТЕВОЙ ГРАФИК РАБОТ



# ВРЕМЕННЫЕ ПАРАМЕТРЫ РАБОТ

Работа $P_{i,j}$	$a_{ij}$	$b_{ij}$	$m_{ij}$	$t_{ij}$	Работа $P_{i,j}$	$a_{ij}$	$b_{ij}$	$m_{ij}$	$t_{ij}$	Работа $P_{i,j}$	$a_{ij}$	$b_{ij}$	$m_{ij}$	$t_{ij}$
0,1	2	10	9	8	3,5	1	9	8	7	6,10	4	6	5	5
0,3	14	16	12	13	3,6	3	9	6	6	6,9	14	16	12	13
0,5	2	12	10	9	4,7	2	10	9	8	6,8	7	9	8	8
1,2	1	13	10	9	4,6	2	4	3	3	7,10	2	8	5	5
1,4	4	12	5	6	5,6	2	12	10	9	8,9	3	5	4	4
1,3	2	10	3	4	5,8	6	18	9	10	9,10	5	7	6	6
2,7	2	4	3	3	5,9	4	12	5	6	9,11	5	21	19	17
3,4	5	19	9	10	6,7	1	7	4	4	10,11	14	20	11	13



Далее определяются временные параметры событий (ранний и поздний срок). Критический путь находят, следуя от завершающего события к исходному, по номерам смежных событий



# РАСЧЕТ РЕЗЕРВОВ ВРЕМЕНИ РАБОТ

№ п/п	Работа $P_{ij}$	Продол-жительность работы $t_{i,j}$	Ожидаемое время		Предельное время		Резервы времени работ	
			$t_i$	$t_j$	$t_i^*$	$t_j^*$	$M_{ij}$	$M_{ij}^*$
<b>A</b>	<b>B</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
1	0,1	8	0	8	0	9	1	0
2	0,3	13	0	13	0	13	0	0
3	0,5	9	0	20	0	20	11	11
4	1,2	9	8	17	9	40	23	0
5	1,4	6	8	23	9	26	12	9
6	1,3	4	8	13	9	13	1	1
7	2,7	3	17	33	40	43	23	13
8	3,4	10	13	23	13	26	3	0
9	3,5	7	13	20	13	20	0	0
10	3,6	6	13	29	13	29	10	10
11	4,7	8	23	33	26	43	12	2
12	4,6	3	23	29	26	29	3	3
13	5,6	9	20	29	20	29	0	0
14	5,8	10	20	37	20	38	8	7
15	5,9	6	20	42	20	42	16	16
16	6,7	4	29	33	29	43	10	0
17	6,10	5	29	48	29	48	14	14
18	6,9	13	29	42	29	42	0	0
19	6,8	8	29	37	29	38	1	0
20	7,10	5	33	48	43	48	10	10
21	8,9	4	37	42	38	42	1	1
22	9,10	6	42	48	42	48	0	0
23	9,11	17	42	61	42	61	2	2
24	10,11	13	48	61	48	61	0	0

# ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОЕКТА

- Пусть требуется оценить вероятность выполнения проекта в директивный срок, равный 63 временным единицам. Для данного сетевого графика рассчитываются дисперсии продолжительности работ критического пути, они равны:

$$\sigma^2(0 \rightarrow 3) = 0,1; \sigma^2(3 \rightarrow 5) = 1,8; \sigma^2(5 \rightarrow 6) = 2,8; \sigma^2(6 \rightarrow 9) = 0,1; \sigma^2(9 \rightarrow 10) = 0,1; \sigma^2(10 \rightarrow 11) = 1.$$

**Используя формулы , получим**

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{кр}} &= \sqrt{\sigma^2(0,3) + \sigma^2(3,5) + \sigma^2(5,6) + \sigma^2(6,9) + \sigma^2(9,10) + \sigma^2(10,11)} = \\ &= \sqrt{0,1 + 1,8 + 2,8 + 0,1 + 0,1 + 1} = \sqrt{5,89} = 2,43.\end{aligned}$$

**Тогда искомая  
вероятность**

$$P(t_{\text{кр}} \leq 63) = \Phi\left(\frac{63 - 61}{2,43}\right) = \Phi(0,82) = 0,795 \approx 0,8$$



# Нормальную функцию распределения можно рассчитать с помощью функции «НОРМРАСП» в среде MS EXCEL.

Аргументы функции

НОРМРАСП

X	63	= 63
Среднее	61	= 61
Стандартное_откл	2,43	= 2,43
Интегральная	1	= ИСТИНА

= 0,794758874

Возвращает нормальную функцию распределения.

**Стандартное\_откл** стандартное отклонение распределения, положительное число.

Значение: 0,795

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

- Так как значение вероятности составляет 0,8, то с достаточной степенью надежности можно спрогнозировать выполнения проекта в установленный срок (63 временные единицы).
- Коэффициент сложности сетевого графика:

$$K_{\text{сл}} = \frac{24}{12} = 2$$

Следовательно, сетевой график средней сложности.

- Для заданной работы (например, 1→4) рассчитаем коэффициент напряжённости

$$K_H(1,4) = \frac{49 - 32}{61 - 32} = 0,59$$



- Максимальный путь, проходящий через работу 1→4: 0→1→4→6→9→10→11, имеет продолжительность  $t(L_{\max}) = 49$  (временных единиц).
- Максимальный путь  $L_4$  совпадает с критическим на отрезке 6→9→10→11 продолжительностью  $t'_{\text{кр}} = 13 + 6 + 13 = 32$  временные единицы.
- Работу 1→4 можно отнести к резервной зоне ( $K_H i, j < 0,6$ ).

# ПРОВЕДЁМ ЧАСТНУЮ ОПТИМИЗАЦИЮ СЕТЕВОГО ГРАФИКА МЕТОДОМ «ВРЕМЯ-СТОИМОСТЬ».

№ п/п	Работа, $P_{i,j}$	Продолжительность работы			$M_{i,j}$	$c_{i,j}$	Коэффициент затрат на ускорение работы, $h_{i,j}$	Уменьшение удельной стоимости проекта, $\Delta C_{ij}$
		$a_{i,j}$	$t_{ij}$	$b_{i,j}$				
1	0,5	5	9	14	11	60	8	$5 \cdot 8 = 40$
2	1,4	4	6	10	9	28	4	$4 \cdot 4 = 16$
3	<u>1,3</u>	3	4	6	1	37	12	$1 \cdot 12 = 12$
4	2,7	2	3	7	13	86	6	$4 \cdot 6 = 24$
5	3,6	4	6	9	10	92	10	$3 \cdot 10 = 30$
6	<u>4,7</u>	3	8	14	2	48	5	$2 \cdot 5 = 10$
7	<u>4,6</u>	1	3	6	3	64	12	$3 \cdot 12 = 36$
8	<u>5,8</u>	5	10	18	7	15	1	$7 \cdot 1 = 7$
9	5,9	3	6	12	16	86	7	$6 \cdot 7 = 42$
10	6,1	2	5	10	14	44	5	$5 \cdot 5 = 25$
11	<u>7,10</u>	1	5	15	10	74	4	$10 \cdot 4 = 40$
12	<u>8,9</u>	2	4	8	1	20	3	$1 \cdot 3 = 3$
13	<u>9,1</u>	11	17	23	2	40	4	$2 \cdot 4 = 8$
Итого						694	—	293

- В табл. представлены параметры лишь тех работ, которые имеют свободный резерв времени.
- Стоимости  $c_{i,j}$  остальных работ:  $c(0,1) = 50$ ;  $c(0,3) = 45$ ;  $c(1,2) = 82$ ;  $c(3,4) = 55$ ;  $c(3,5) = 72$ ;  $c(5,6) = 30$ ;  $c(6,7) = 26$ ;  $c(6,9) = 75$ ;  $c(6,8) = 42$ ;  $c(9,10) = 35$ ;  $c(10,11) = 10$  (усл. ден. ед.).
- Подчеркнуты те работы, свободные резервы времени которых полностью использованы на увеличение их продолжительности.



- **Стоимость первоначального варианта сетевого графика или плана равна сумме стоимостей всех работ (в том числе работ, не имеющих резервов и не включенных в табл. ):**
- **$C = 694 + 50 + 45 + 82 + 55 + 72 + 30 + 26 + 75 + 42 + 35 + 10 = 1216$  усл. ден. ед.**
- **Стоимость нового плана  $C' = C - \Delta C = 1216 - 293 = 923$  усл. ден. ед., т. е. стоимость уменьшилась почти на 25 %.**
- **В результате оптимизации сети получился план, позволяющий выполнить комплекс работ в срок  $t_{кр} = 61$  ед. времени при минимальной его стоимости  $C = 923$  усл. ден. ед.**

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

- 1) постановка задачи (что такое сетевой график, его элементы и правила построения, правила организации работ);
- 2) составление сетевого графика в соответствии с заданием (по данным о кодах и длительностях работ);
- 3) расчёт временных параметров сетевого графика (среднего времени выполнения работы, раннего и позднего срока свершения событий);
- 4) определение полного и свободного резервов времени выполнения работ;
- 5) определение критического пути сетевого графика и его выделение на рисунке;
- 6) оценка вероятности выполнения комплекса работ в установленный срок;
- 7) расчёт коэффициента сложности сетевого графика и определение коэффициентов напряжённости для заданных работ;
- 8) оптимизация сетевого графика методом «время-стоимость».