ЛЕКЦИЯ № 11
Тема: Критерий согласия распределений χ 2

χ 2 – критерий Пирсона.

Назначения критерия.

Критерий $\chi 2$ применяется в двух целях:

1. **Для сопоставления эмпирического распределения признака с теоретическим – равномерным, нормальным или каким-то иным;**

2. **Для сопоставления двух, трех и более эмпирических распределений одного и того же признака.**

Описание критерия

Критерий χ 2 отвечает на вопрос о том, с одинаковой ли частотой встречаются разные значения признака в эмпирическом и теоретическом распределениях или двух и более эмпирических распределениях.

Преимущество метода состоит в том, что он позволяет сопоставлять распределения признаков, представленных в любой шкале, начиная от шкалы наименований. В самом простом случае альтернативного распределения «да - нет», (допустил брак – не допустил брака) и т.п. уже можем применить критерий χ2 .

С помощью метода $\chi 2$
вариант сопоставления двух эмпирических распределений по простейшему альтернативному признаку
(конечно, простейший с точки зрения математики, а не психологической).

При сопоставлении эмпирического распределения с теоретическим мы определяем степень расхождения между эмпирическим и теоретическим частотами.

При сопоставлении двух эмпирических распределений мы определяем степень расхождения между эмпирическими частотами и теоретическими частотами, которые наблюдались бы в случае совпадения двух этих эмпирических распределений.

Чем больше расхождений между двумя сопоставляемыми распределениями,
тем больше эмпирическое значение $\chi 2$.

Гипотезы:

Возможно несколько вариантов гипотез, в зависимости от задач, которые мы перед собой ставим.

I вариант.
H0 : Полученное эмпирическое распределение признака не отличается от теоретического (например, равномерного) распределения.
H1 : Полученное эмпирическое распределение признака отличается от теоретического распределения.

II вариант.
H0 : Эмпирическое распределение 1 не отличается от эмпирического распределения 2.
H1 : Эмпирическое распределение 1 отличается от эмпирического распределения 2.

III вариант.
H : Эмпирическое распределение 1, 2, 3… не различаются между собой.
H : Эмпирическое распределение 1, 2, 3… различаются между собой.

Критерий χ2 позволяет проверить все три варианта гипотез.

Ограничения критерия

1.Объем выборки должен быть достаточно большим: $n \geq 30$. При $n < 30$ критерий $\chi 2$ дает весьма приближенные значения.

2.Теоретическая частота для каждой ячейки таблицы не должна быть меньше 5, $f \geq 5$.

Это означает, что если число разрядов задано заранее и не может быть изменено, то мы не можем применять метод $\chi 2$, не накопив определенного минимального числа наблюдений.

Если количество разрядов (k) задано заранее, то min число наблюдений (n) определяется по формуле:

$$n = k \cdot 5$$

3.Выбранные разряды должны «вычерпывать» все распределения, то есть охватывать весь диапазон вариативности признаков. При этом группировка на разряды должна быть одинаковой во всех сопоставляемых распределениях.

4.Необходимо вносить «поправку на непрерывность» при сопоставлении распределений признаков, которые принимают всего 2 значения. При внесении поправки значение $\chi 2$ уменьшается.

5. Разряды должны быть неперекрещивающимися: если наблюдение отнесено к одному разряду, то оно уже не может быть отнесено ни к какому другому разряду.

Сумма по разрядам всегда должна быть равна общему количеству наблюдений.

Что считать числом наблюдений:

количество выборов, реакций, действий или количество испытуемых, которые совершают выбор, проявляют реакции или производят действия.

Главное же ограничение критерия $\chi 2$ – то, что он кажется пугающе сложным.

Алгоритм расчета критерия χ 2

1. Занести в таблицу наименования разрядов и соответствующие им эмпирические частоты (первый столбец);

2. Рядом с каждой эмпирической частотой записать теоретическую частоту (второй столбец);

3. **Подсчитать разности между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду (строке) и записать их в третий столбец;**

4. Определить число степеней свободы по формуле: $\nu = k - 1$, k – количество разрядов признака. Если $\nu = 1$, внести поправку на «непрерывность»;

5. Возвести в квадрат полученные разности и занести их в четвертый столбец;
6. Разделить полученные квадраты разностей на теоретическую частоту и записать результаты в пятый столбец;

7. **Просуммировать значения пятого столбца. Полученную сумму обозначить как $\chi^2_{эмп}$;**

8. Определить по табл. критические значения для данного числа степеней свободы ν.

Если $\chi2_{эмп.}$ меньше критического значения, расхождения между распределениями статистически недостоверны.

Если $\chi2_{эмп.}$ равно критическому значению или превышает его, расхождения между распределениями статистически достоверны.

Особые случаи в применении критерия

1. **В случае, если число степеней свободы $\nu = 1$, т.е. если признак принимает всего 2 значения, необходимо вносить поправку на непрерывность (предназначена для коррекции несоответствия между дискретным биноминальным распределением и непрерывным распределением).**

2. **Если признак варьирует в широком диапазоне, возникает необходимость укрупнять ряды.**

Особый случай 1:

поправка на непрерывность для признаков, которые принимают всего 2 значения

а) когда эмпирическое распределение сопоставляется с равномерным распределением и количество разрядов признака $k = 2$, $\nu = k - 1 = 1$.

б) когда сопоставляются два эмпирических распределения, и количество разрядов признака равно 2, т.е. и количество строк k = 2 и количество столбцов c = 2 и

$$\nu = (k - 1)(c - 1) = 1.$$