

Измерение информации: содержательный подход

Информация и информационные процессы

Как измерить информацию?

Вопрос: «**Как измерить информацию?**»
очень непростой.

Ответ на него зависит от того, что понимать под информацией. Но поскольку определять информацию можно по-разному, то и **способы измерения** тоже **могут быть разными**.



ИНФОРМАЦИЯ

Определите количество информации в следующих сообщениях с позиции «много» или «мало».

- 1) Столица России — Москва.
- 2) Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.
- 3) Дифракцией света называется совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью.
- 4) Эйфелева башня имеет высоту 300 метров и вес 9000 тонн.

Пояснение: содержит ли сообщение новые и понятные сведения.

Содержательный подход к измерению информации

Получение новой информации приводит к расширению знаний.

Если некоторое сообщение приводит к уменьшению неопределенности нашего знания, то можно говорить, что **такое сообщение содержит информацию**.

Сообщение информативно (т.е. содержит ненулевую информацию), **если оно пополняет знания** человека.

- Содержит ли информацию учебник физики за 10 класс?
- Для кого он будет информативным - для ученика 10 класса или 1 класса?
- Информативно ли сообщение о прогнозе погоды на завтра?
- Информативно ли сообщение о вчерашней погоде?

Информативность сообщения

Сообщение несет информацию для человека, если содержащиеся в нем сведения являются для него новыми и понятными.

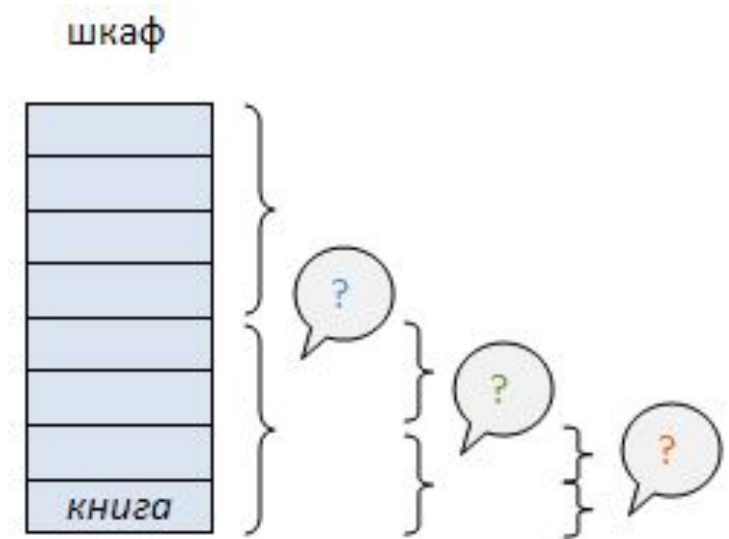
Единица измерения информации

Сообщение, уменьшающее неопределенность знаний в два раза, несет 1 бит информации.

Неопределенность знаний о некотором событии — это количество возможных результатов события.

Пример:

На книжном стеллаже восемь полок. Книга может быть поставлена на любую из них. Сколько информации содержит сообщение о том, где находится книга?



Задаем вопросы:

- Книга лежит выше четвертой полки?
- Нет.
- Книга лежит ниже третьей полки?
- Да .
- Книга — на второй полке?
- Нет.
- Ну теперь все ясно! Книга лежит на первой полке!

Каждый ответ уменьшал неопределенность в два раза.

Всего было задано три вопроса. Значит набрано 3 бита информации. И если бы сразу было сказано, что книга лежит на первой полке, то этим сообщением были бы переданы те же 3 бита информации.

Формула вычисления количества информации

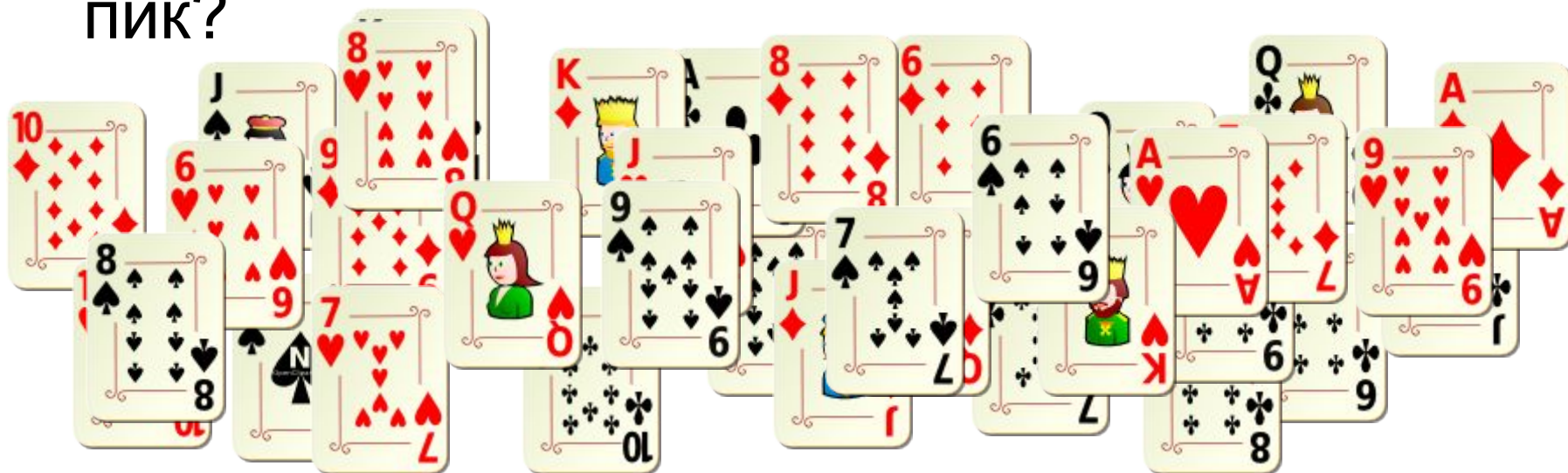
Количество информации I , содержащееся в сообщении о том, что произошло одно из N равновероятных событий, определяется из решения показательного уравнения:

$$2^I = N \quad \text{или} \quad I = \log_2 N$$

<i>N</i>	<i>i</i>	<i>N</i>	<i>i</i>	<i>N</i>	<i>i</i>	<i>N</i>	<i>i</i>
1	0,00000	17	4,08746	33	5,04439	49	5,61471
2	1,00000	18	4,16993	34	5,08746	50	5,64386
3	1,58496	19	4,24793	35	5,12928	51	5,67243
4	2,00000	20	4,32193	36	5,16993	52	5,70044
5	2,32193	21	4,39232	37	5,20945	53	5,72792
6	2,58496	22	4,45943	38	5,24793	54	5,75489
7	2,80735	23	4,52356	39	5,28540	55	5,78136
8	3,00000	24	4,58496	40	5,32193	56	5,80735
9	3,16993	25	4,64386	41	5,35755	57	5,83289
10	3,32193	26	4,70044	42	5,39232	58	5,85798
11	3,45943	27	4,75489	43	5,42626	59	5,88264
12	3,58496	28	4,80735	44	5,45943	60	5,90689
13	3,70044	29	4,85798	45	5,49185	61	5,93074
14	3,80735	30	4,90689	46	5,52356	62	5,95420
15	3,90689	31	4,95420	47	5,55459	63	5,97728
16	4,00000	32	5,00000	48	5,58496	64	6,00000

Задание 1:

Сколько информации содержит сообщение о том, что из колоды карт достали король пик?



Задание 1:

Сколько информации содержит сообщение о том, что из колоды карт достали король пик?

Решение:

В колоде 32 карты. В перемешанной колоде выпадение любой карты равновероятное событие.

$$N = 36. I - ?$$

$$i = \log_2 N$$

$$i = \log_2 36$$

$$I = 5,16993 \text{ бит}$$



Задание 2:

Сколько информации содержит сообщение о выпадении грани с числом 3 на шестигранном игральном кубике?



Задание 2:

Сколько информации содержит сообщение о выпадении грани с числом 3 на шестигранном игральном кубике?



Решение:

$$N = 6. I - ?$$

$$2^I = N$$

$$2^I = 6$$

$$I = 2.58496 \text{ бит}$$

Задание 3:

Сколько информации содержит сообщение о том, что на поле 4×4 клетки одна из клеток закрашена?

В книге 512 страниц. Сколько информации несет сообщение о том, что закладка лежит на какой-либо странице?

Задание 4:

- 1) Какое количество информации будет получено при отгадывании числа из интервала:
 - от 1 до 64 - от 1 до 61 - от 1 до 20.
- 2) Какое количество информации будет получено после первого хода в игре «крестики-нолики» на поле:
 - 3x3 - 4x4.
- 3) Сколько могло произойти событий, если при реализации одного из них получилось 6 бит информации.

Неравновероятные события

В жизни же мы сталкиваемся не только с равновероятными событиями, но и событиями, которые имеют разную вероятность реализации.

Например

- Если вы – лучший студент в группе, то вероятность сообщения о том, что за контрольную работу вы получили 5, больше, чем вероятность получения двойки.
- Если на озере живет 500 уток и 100 гусей, то вероятность подстрелить на охоте утку больше, чем вероятность подстрелить гуся.
- Если в мешке лежат 10 белых шаров и 3 черных, то вероятность достать черный шар меньше, чем вероятность вытаскивания белого.

Неравновероятные события

Как найти количество информации в сообщении о неравновероятных событиях?

Для этого используют следующую формулу

$$i = \log_2 \frac{1}{p}$$

где i - это количество информации, p - вероятность события.

Неравновероятные события

Вероятность события выражается в долях единицы и вычисляется по формуле:

$$p = \frac{K}{N},$$

где K — величина, показывающая, сколько раз произошло интересующее нас событие, N — общее число возможных исходов какого-то процесса.

Задача №2

И коробке лежат кубики: 10 красных, 8 зеленых, 5 желтых, 12 синих. Вычислите вероятность доставания кубика каждого цвета и количество информации, которое при этом будет получено.

- Являются ли события равновероятными? Почему?
- Какую формулу будем использовать для решения задачи?

Решение:

- Всего кубиков в коробке $N = 10 + 8 + 5 + 12 = 35$.

Найдем вероятности:

- $p_k = 10 / 35 \approx 0,29$,
- $p_z = 8 / 35 \approx 0,22$,
- $p_c = 12 / 35 \approx 0,34$,
- $p_j = 5 / 35 \approx 0,14$.

3. Найдем количество информации:

- $i_c = \log_2 (1/0,34) = \log_2 2,9 = 1,5360529$ бит,
- $i_k = \log_2 (1/0,29) = \log_2 3,4 = 1,7655347$ бит,
- $i_z = \log_2 (1/0,22) = \log_2 4,5 = 2,169925$ бит,
- $i_{ж} = \log_2 (1/0,14) = \log_2 7,1 = 2,827819$ бит.

Ответ: наибольшее количество информации мы получим при доставании желтого кубика по причине качественной связи между вероятностью и количеством информации.

Задача №1

В мешке находятся 20 шаров. Из них 15 белых и 5 красных. Какое количество информации несет сообщение о том, что достали: а) белый шар; б) красный шар. Сравните ответы.

Решение:

- Найдем вероятность того, что достали белый шар:

$$p_b = 15 / 20 = 0,75;$$

- Найдем вероятность того, что достали красный шар:

$$p = 5 / 20 = 0,25.$$

Найдем количество информации в сообщении о вытаскивании белого шара: бит.

$$i_{\text{б}} = \log_2 \frac{1}{p_{\text{б}}} = \log_2 \frac{1}{0,75} = \log_2 1,3 = 1,5470$$

Найдем количество информации в сообщении о вытаскивании красного шара: бит.

$$i_{\text{к}} = \log_2 \frac{1}{p_{\text{к}}} = \log_2 \frac{1}{0,25} = \log_2 4 = 2$$

Ответ: количество информации в сообщении о том, что достали белый шар, равно 1,1547 бит. Количество информации в сообщении о том, что достали красный шар, равно 2 бит.