

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ.



**Теория вероятностей** – это раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними. ...

**Теория вероятности** изучает данные закономерности



● СОБЫТИЯ МОЖНО  
ПОДРАЗДЕЛИТЬ НА  
СЛЕДУЮЩИЕ ТРИ ВИДА:

\* достоверные

\* невозможные

\* случайные

# ДОСТОВЕРНОЕ СОБЫТИЕ



Достоверным называется событие, которое **обязательно произойдет** в данных условиях

- Например, закат

# НЕВОЗМОЖНОЕ СОБЫТИЕ

**Невозможным** называют событие, которое **заведомо не произойдет** в данных условиях



Например,  
свободный  
полет  
человека в  
условиях  
земли

# СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ



Например, попадание молнии в  
дерево

- **СЛУЧАЙНЫМ**  
НАЗЫВАЮТ  
СОБЫТИЕ,  
КОТОРОЕ В  
ДАННЫХ  
УСЛОВИЯХ  
**МОЖЕТ ЛИБО**  
**ПРОИЗОЙТИ,**  
**ЛИБО НЕ**  
**ПРОИЗОЙТИ.**

# Событие



Достоверное

обязательно  
произойдет

Невозможное

точно не  
произойдет

Случайное

либо  
произойдет,  
либо нет

# ПОПРОБУЙТЕ САМИ ПРИВЕСТИ ПРИМЕРЫ СОБЫТИЙ

- Достоверных
- Невозможных
- Случайных

В корзине лежало 3 красных и 3 жёлтых яблока. Из сумки наугад вынимают яблоко.

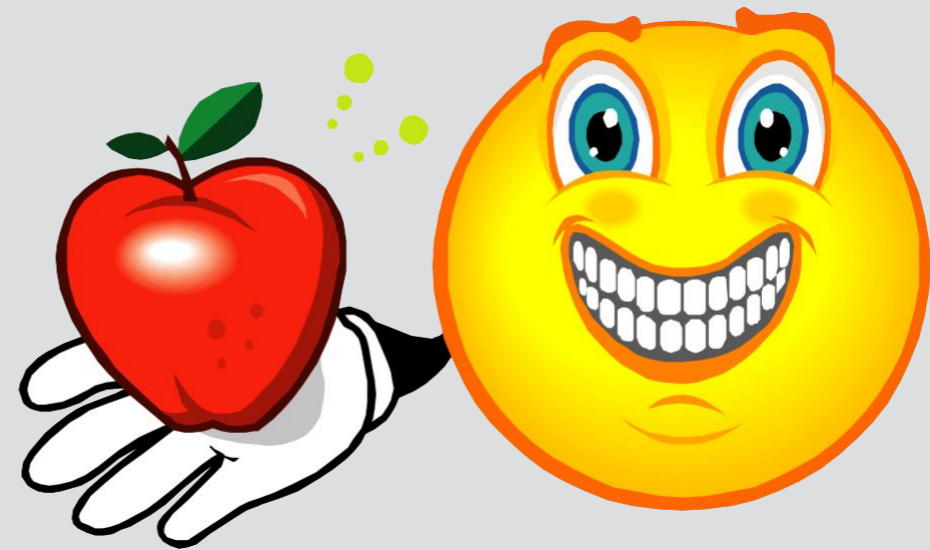
Среди следующих событий укажите случайные, достоверные, невозможные события.

**A: Вынуто красное яблоко**

**B: Вынуто жёлтое яблоко**

**C: Вынуто зелёное яблоко**

**D: Вынуто яблоко**





В корзине лежало 3 красных и 3 жёлтых яблока. Из сумки наугад вынимают яблоко.

Среди следующих событий укажите случайные, достоверные, невозможные события.

**A: Вынуто красное яблоко**

**B: Вынуто жёлтое яблоко**

**СЛУЧАННЫЕ**

**C: Вынуто зелёное яблоко**

**НЕВОЗМОЖНОЕ**

**D: Вынуто яблоко**

**ДОСТОВЕРНОЕ**

**ГАРДЕРОБ СВОИ ШЛЯПЫ.** РАСХОДИЛИСЬ ОНИ ПО  
ДОМАМ ПОСЛЕДНИМИ, И ПРИТОМ В ПОЛНОЙ ТЕМНОТЕ,  
ПОЭТОМУ РАЗОБРАЛИ СВОИ ШЛЯПЫ НАУГАД .

КАКИЕ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ СОБЫТИЙ

**СЛУЧАЙНЫЕ, НЕВОЗМОЖНЫЕ,**

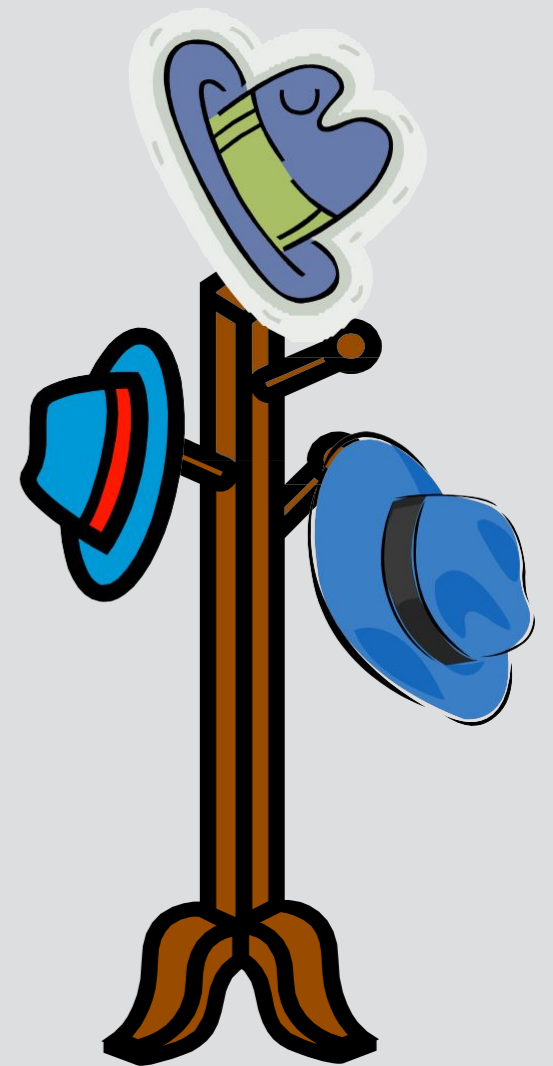
**ДОСТОВЕРНЫЕ?**

***A: «каждый надел свою шляпу».***

***B: «все надели чужие шляпы».***

***C: « двое надели чужие шляпы , а один - свою».***

***D: « двое надели свои шляпы , а один - чужую».***

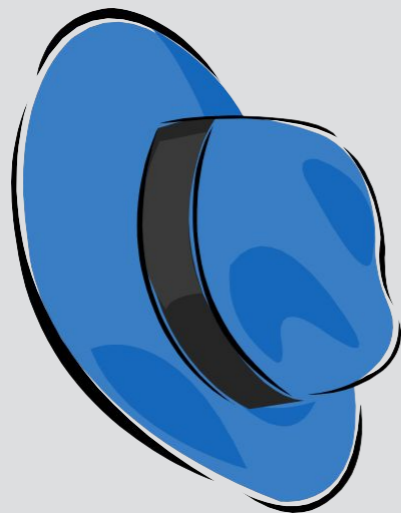
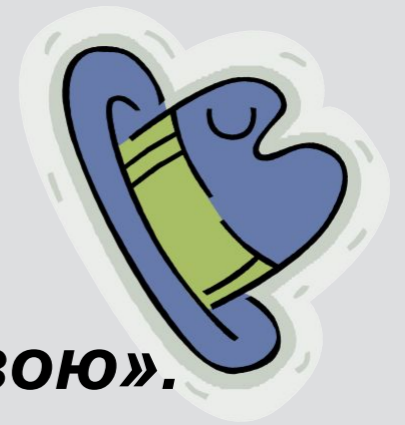


***А: «КАЖДЫЙ НАДЕЛ СВОЮ ШЛЯПУ».***

***В: «все надели чужие шляпы».***

***С: « двое надели чужие шляпы , а один - свою».***

***Д: « двое надели свои шляпы , а один - чужую».***

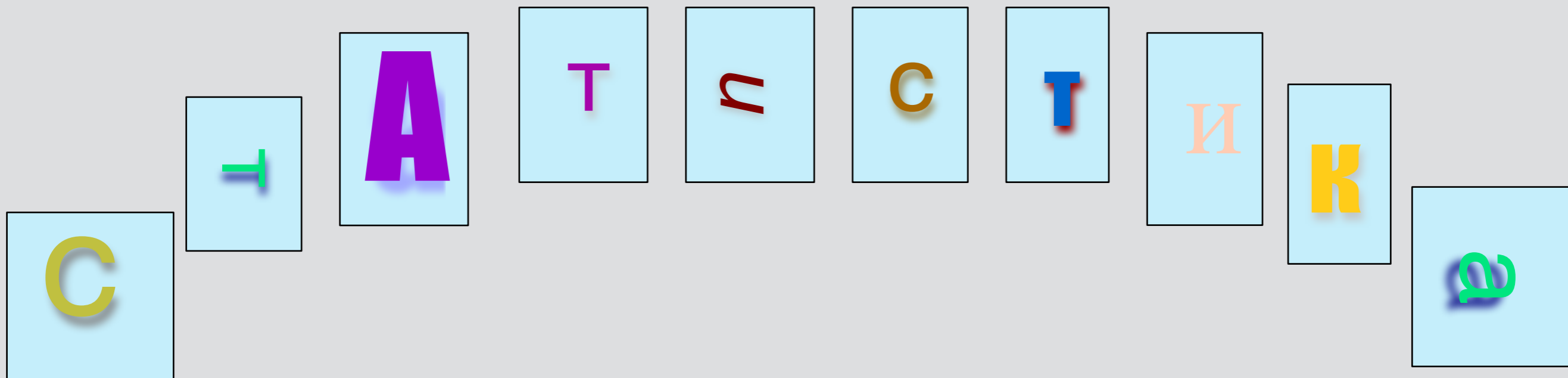


**ОТВЕТ: события А,В,С–  
случайные, событие D -  
невозможное**

# РАВНОВОЗМОЖНЫЕ (РАВНОВЕРОЯТНЫЕ) СОБЫТИЯ

Это события, которые при данных условиях имеют одинаковые шансы для наступления.





Из карточек составили слово «статистика».

Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить?

Какие события равновероятные?



# ***РЕШЕНИЕ:***

**Всего 10 букв.**

*Буква «с» встречается 2 раза –*

$$P(c) = 2/10 = 1/5;$$

*буква «т» встречается 3 раза –*

$$P(t) = 3/10;$$

*буква «а» встречается 2 раза –*

$$P(a) = 2/10 = 1/5;$$

*буква «и» встречается 2 раза –*

$$P(i) = 2/10 = 1/5;$$

*буква «к» встречается 1 раз –*

$$P(k) = 1/10.$$



Рассмотрим следующую ситуацию.

Мы бросаем игральный кубик. Допустим, мы заинтересованы в выпадении четного числа очков на кубике. Как часто такое будет случаться?



Всего на кубике 6 граней. В результате броска выпадет либо 1, либо 2, 3, 4, 5, 6. То есть произойдет одно событие из шести равновозможных.

Все шесть событий или исходов испытания (выпадение 1, 2, 3, 4, 5, 6) можно подразделить на две группы: **благоприятные** для нас (выпадение 2, 4, 6) и неблагоприятные (выпадение 1, 3, 5).

**вероятность события  $p$  равна отношению числа благоприятных исходов  $k$  к числу всевозможных исходов  $n$ , то есть  $p=k/n$**

В нашем случае вероятность выпадения четного числа очков при броске игрального кубика равна  $3/6=1/2=0,5$

вероятность события не может быть больше 1

Если *вероятность события равна нулю*, значит оно не случится.

ЭТО НЕВОЗМОЖНОЕ СОБЫТИЕ

Если *вероятность события равна 1*, то событие обязательно произойдет.

ЭТО ДОСТОВЕРНОЕ СОБЫТИЕ

*Например, вероятность вытащить из мешка с черными шарами белый шар равна нулю, а вероятность вытащить черный шар равна 1.*





**Задача 1.** На экзамене 40 вопросов, Коля не выучил 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

*Решение:*

**Вероятность события** определяется формулой:  $p = k/p$  где  $k$  - число благоприятных событий (исходов),  $p$  - число всех возможных событий.

Из 40 вопросов (число всевозможных исходов) Коля выучил  $40 - 4 = 36$  вопросов (число благоприятных исходов).

Тогда вероятность того, что попадет выученный вопрос

– это  $36/40$

Ответ: 0,9.



**Задача 2.** В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси

$$p = 7/35 = 0,2$$



**Задача 3.** В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

*Решение:*

В сумме выпадет 7 очков в следующих вариантах:

5+1+1 (3 комбинации)

1+2+4 (6 комбинаций)

1+3+3 (3 комбинации)

2+2+3 (3 комбинации)

Всего 15 вариантов.

Каждый из трех кубиков может выпасть шестью гранями, поэтому общее число исходов равно  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ .

Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков, равна  $15/216$  или примерно 0,07

Ответ: 0,07.



**Задача 4.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

*Решение:* Благоприятный исход: орел-орел-орел-орел.

Всего исходов – 16

вероятность того, что решка не выпадет ни разу – есть  $1/16$

Ответ: 0,0625.



**Задача 5.** Научная конференция проводится в 3 дня.

Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями.

Порядок докладов определяется жеребьёвкой.

Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

*Решение:*

Всего запланировано 75 докладов, и так как в первый день запланировано 27, то на оставшиеся два дня остается  $75 - 27 = 48$  докладов, при этом во второй и третий дни будет прочитано по  $48 : 2 = 24$  доклада.

Значит вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на третий день есть  $24 / 75 = 0,32$

Ответ: 0,32.



**Задача 6.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.

Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин.

Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России?

*Решение:*

В первом туре Василий Лукин может сыграть с  $26 - 1 = 25$  шашкистом, из которых  $3 - 1 = 2$  из России.

Значит, вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России, есть  $2/25=0,08$

Ответ: 0,08.



**ЗАДАЧА.** В УРНЕ НАХОДЯТСЯ 3 СИНИХ, 8 КРАСНЫХ И 9 БЕЛЫХ ШАРОВ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА И ВЕСА, НЕРАЗЛИЧИМЫХ НА ОЩУПЬ. ШАРЫ ТЩАТЕЛЬНО ПЕРЕМЕШАНЫ. КАКОВА ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ СИНЕГО, КРАСНОГО И БЕЛОГО ШАРОВ ПРИ ОДНОМ ВЫНИМАНИИ ШАРА ИЗ УРНЫ?

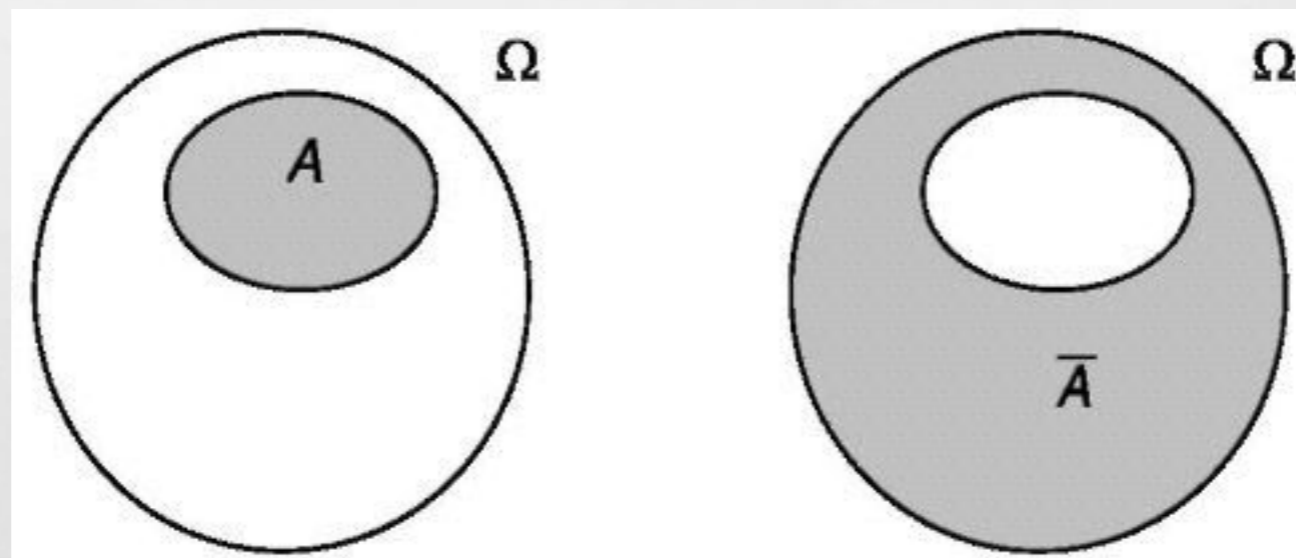
**Всего  $3+8+9=20$   
шаров**

Событие называется **противоположным** событию  $A$ ,  
если не произошло событие  $A$ .

*Например, при стрельбе по мишени событие «промах» – противоположно  
событию «попадание».*

Сумма вероятностей противоположных событий равна единице, то есть

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$





1) ВЕРОЯТНОСТЬ СТРЕЛКА ПОПАСТЬ ПО МИШЕНИ  
РАВНА 0,8

НАЙТИ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ОН  
ПРОМАХНЕТСЯ

$$1 - 0,8 = 0,2$$



2) Бросают две игральные кости. Найти  
вероятность того, что сумма выпавших  
очков меньше 12

Меньше 12 будет в каждом кроме одного  
случая ровно 12 очков (две шестерки).  
вероятность этого

случая  $1/36$ . Тогда «меньше 12» - это  
противоположное событие и его  
вероятность  $1 - 1/36 = 35/36$

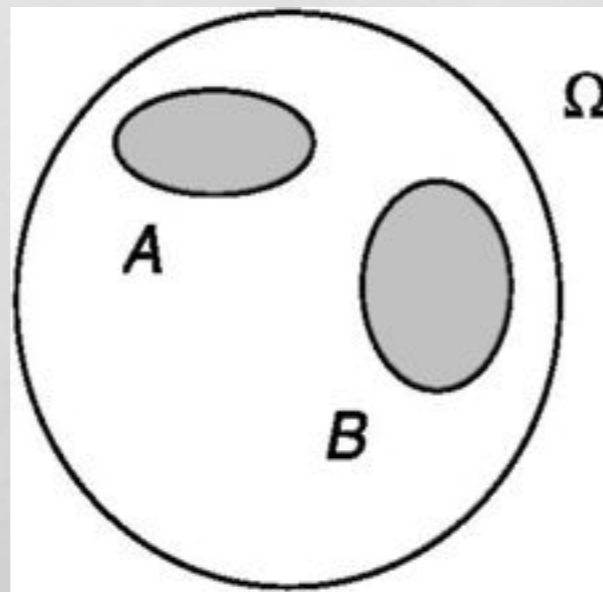


# НЕСОВМЕСТИМЫЕ СОБЫТИЯ

События называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление других. То есть, может произойти только одно определённое событие, либо другое.



*Например, бросая игральную кость, можно выделить такие события, как выпадение четного числа очков и выпадение нечетного числа очков. Эти события несовместны.*



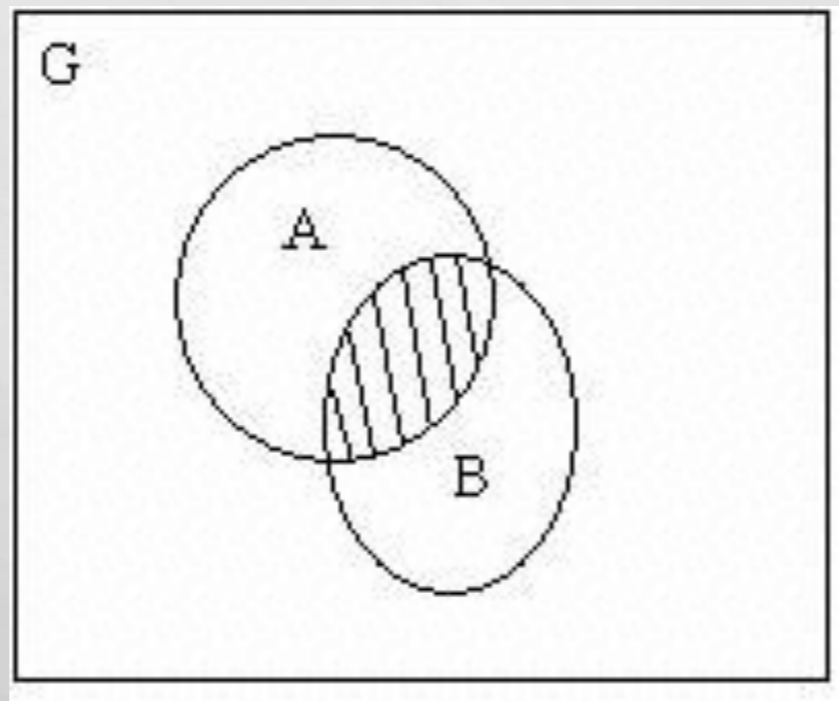
# СОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

События называются **совместными**, если наступление одного из них не исключает наступления другого.



*Например, бросая игральную кость, можно выделить такие события, как выпадение нечетного числа очков и выпадение числа очков, кратных трем. Когда выпадает три, реализуются оба события.*

четные: 2, 4,  
6



кратные трем:  
3, 6

# СУММА СОБЫТИЙ

**Суммой (или объединением) нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из этих событий.**

При этом вероятность **суммы двух несовместных событий** есть сумма вероятностей этих событий:  $P(A + B) = P(A) + P(B)$

*Рассмотрим вероятность выпадения 5 или 6 очков на игральном кубике при одном броске, эти два события (выпадение 5, выпадение 6) несовместны и вероятность реализации одного или второго события вычисляется следующим образом:  $1/6 + 1/6 = 1/3$*



# ЗАВИСИМЫЕ И НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

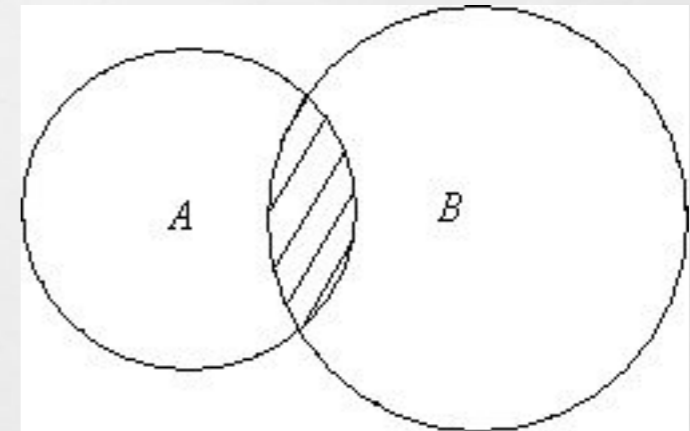
**Два случайных события  $A$  и  $B$  называются независимыми, если наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого. В противном случае события  $A$  и  $B$  называют зависимыми.**

Например, при одновременном броске двух кубиков выпадение на одном из них, скажем 1, и на втором 5, – независимые события.



# ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**Произведением (или пересечением) нескольких событий называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.**



Если происходят два **независимых события** A и B с вероятностями соответственно  $P(A)$  и  $P(B)$ , то вероятность реализации событий A и B одновременно равна произведению вероятностей:  $P$

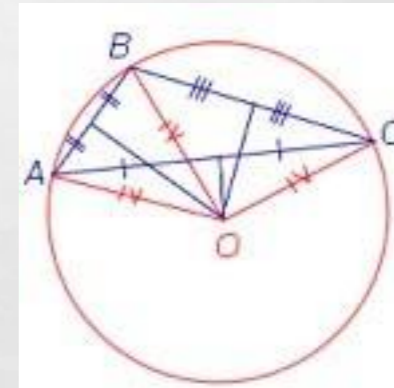
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

*Например, нас интересует выпадение на игральном кубике два раза подряд шестерки. Оба события независимы и вероятность реализации каждого из них по отдельности –  $\frac{1}{6}$ . Вероятность того, что произойдут оба эти события будет вычисляться по указанной выше формуле:  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$*

## Задача 1.

На экзамене по геометрии школьнику достаётся

один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.



*Решение:*

События «Достанется вопрос по теме Вписанные углы» и «Достанется вопрос по теме вписанная окружность» – **несовместные**. Значит, вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух

тем равна сумме вероятностей этих событий:  $0,35+0,2=0,55$ . Ответ: 0,55.

**Задача 2.** Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

*Решение:*

1. Стекло оказывается с первой фабрики (вероятность события 0,7) **И** оно бракованное (вероятность события 0,01).

**То есть должны произойти оба события.**

На языке теории вероятностей это означает **произведение вероятностей** каждого из событий:  $0,01 \cdot 0,07 = 0,007$

2. Стекло оказывается со второй фабрики (вероятность события 0,3) **И** оно бракованное (вероятность события 0,03):

3. Поскольку при покупке стекла мы оказываемся в ситуации 1 **ИЛИ** в ситуации 2, то по **формуле суммы** вероятностей несовместных событий получаем:

$$0,007 + 0,009 = 0,016$$

Ответ: 0,016.



**Задача 4.** В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что оба автомата исправны.

*Решение:*

каждый автомат исправен с вероятностью  $1 - 0,1 = 0,9$

Тогда оба автомата исправны с вероятностью  $0,9 \cdot 0,9 = 0,81$

Ответ: 0,81.



***Спасибо  
за внимание!***

