

**ИНЖЕНЕРНАЯ И  
КОМПЬЮТЕРНАЯ  
ГРАФИКА**  
**КУРС ЛЕКЦИЙ В СЛАЙДАХ**

**ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ  
ПРОЕКЦИОННОГО ЧЕРТЕЖА**

НАПРАВЛЕНИЕ «СТРОИТЕЛЬСТВО»  
(БАКАЛАВРИАТ)

# РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

**1. Короев Ю.И.**

Начертательная геометрия. Архитектура – С,М., 2014 –424 с.: ил.

**2. Короев Ю.И.,Орса Ю.Н.**

Сборник задач и заданий по начертательной геометрии.

**3. Короев Ю.И.**

Черчение для строителей. М.: Высш. шк.,2003 – 253с.ил.  
Архитектура – С,М., 2007

**4. Гордон В.О., Семенцов – Огиевский М.А.**

Курс начертательной геометрии . Учебное пособие для вузов

М.: Наука, 2008 – 272 с.:ил

**5. Н.Н. Крылов , Г.С. Иконников, В.Л. Николаев, Н.М. Лаврухина**

Начертательная геометрия :учеб. для вузов  
М.: Высш. шк.,2007 – 244 с.:ил.

---

ЛЕКЦИЯ 1

***ТОЧКА. ПРЯМАЯ  
ЛИНИЯ.***

---

***Начертательная геометрия изучает методы изображения пространственных форм на плоскости и способы решения геометрических задач по этим изображениям***

**По изображениям, построенным по правилам начертательной геометрии, можно представить форму предмета в пространстве, его размеры и расположение относительно других предметов. Начертательная геометрия является основой инженерной графики.**

**Основателем начертательной геометрии**

## В курсе начертательной геометрии изучаются:

- **Методы изображения пространственных форм на плоском чертеже**
- **Способы графического решения различных геометрических задач**
- **Способы преобразования и исследования геометрических свойств изображенного объекта**
- **Способы геометрического формообразования поверхностей**

## Принятые обозначения

$A, B, C, D$  или  $I, II, III \dots$  - точки , расположенные в пространстве

$a, b, c, d$  или  $1, 2, 3 \dots$  - горизонтальные проекции точек

$a', b', c', d'$  или  $1', 2', 3' \dots$  - фронтальные проекции точек

$a'', b'', c'', d''$  или  $1'', 2'', 3'' \dots$  - профильные проекции точек

$H$  – горизонтальная плоскость проекций

$V$  – фронтальная плоскость проекций

$W$  – профильная плоскость проекций

$P, S, Q, R \dots$  - плоскости в пространстве

$P_H, P_V, P_W, S_H, S_V, S_W \dots$  - следы плоскости

$\alpha$  - угол наклона к горизонтальной плоскости проекций

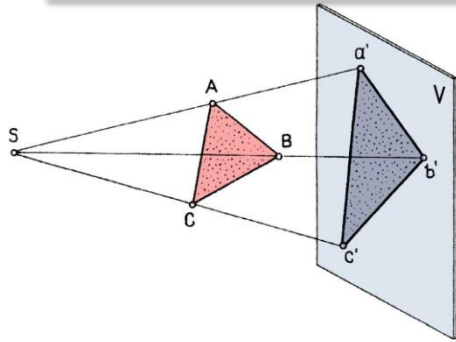
$\beta$  - угол наклона к фронтальной плоскости проекций

$\gamma$  - угол наклона к профильной плоскости проекций

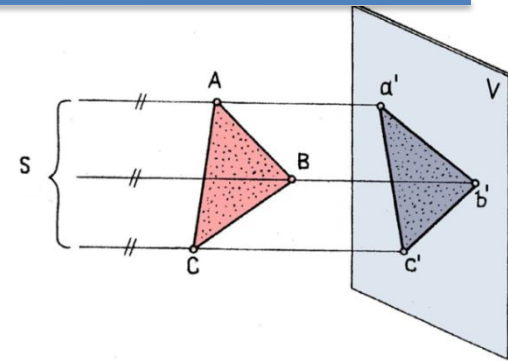
символы  $\equiv$  – тождество ,  $r$  – перпендикуляр ,  $\cap$  – пересечение

$\parallel$  – параллельность  $\in$  – принадлежность

# МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ



## Проецирование



### Центральное

При построении  
перспективных  
изображений

### Параллельное

### Прямоугольное

При построении  
ортогональных  
проекций

### Косоугольное

При построении  
аксонометрических  
проекций

# Центральное проецирование

Объект

Проецирующ  
ие лучи

S

A

B

C

$a_K$

K

$b_K$

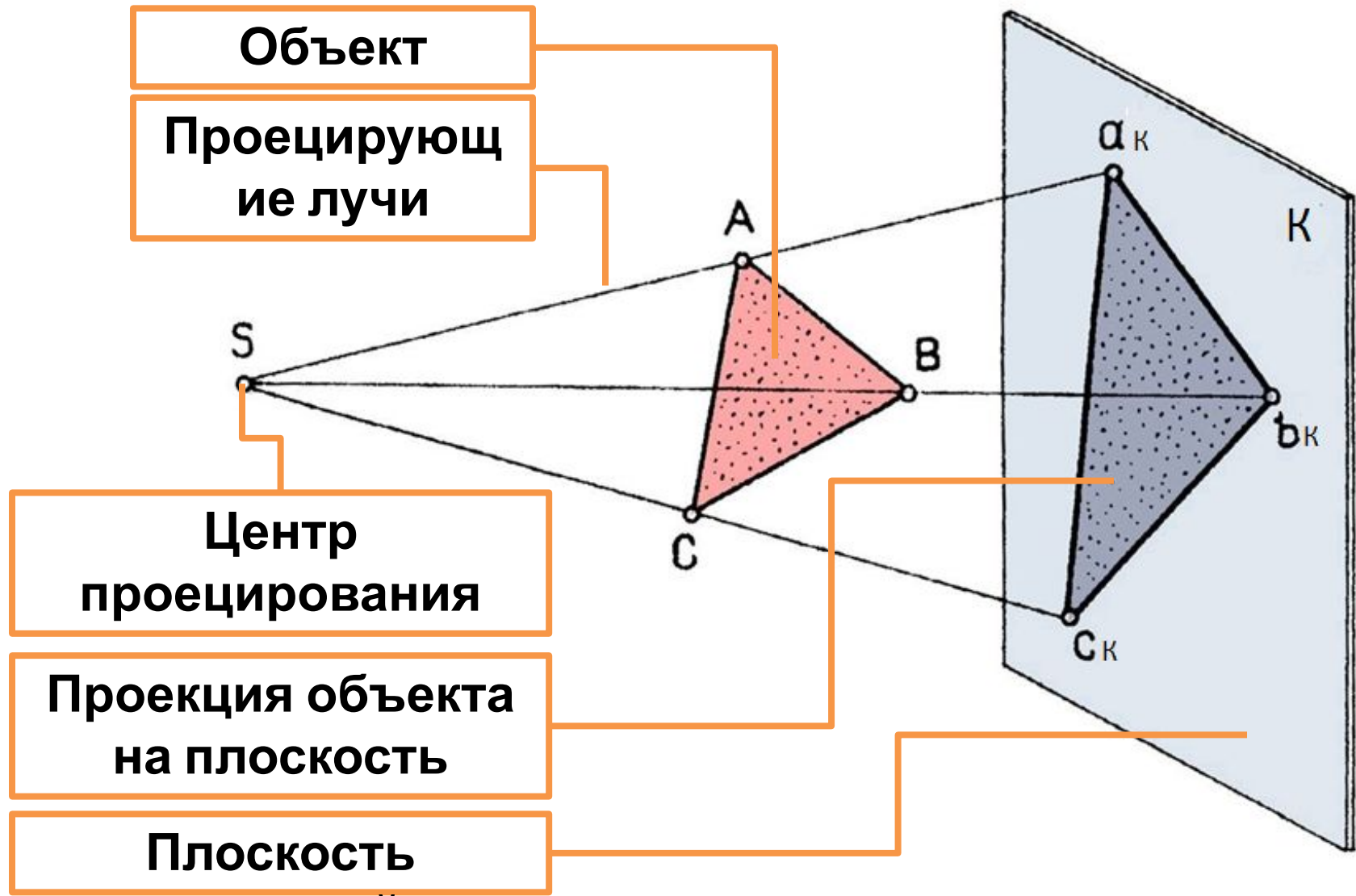
$c_K$

Центр  
проецирования

Проекция объекта  
на плоскость

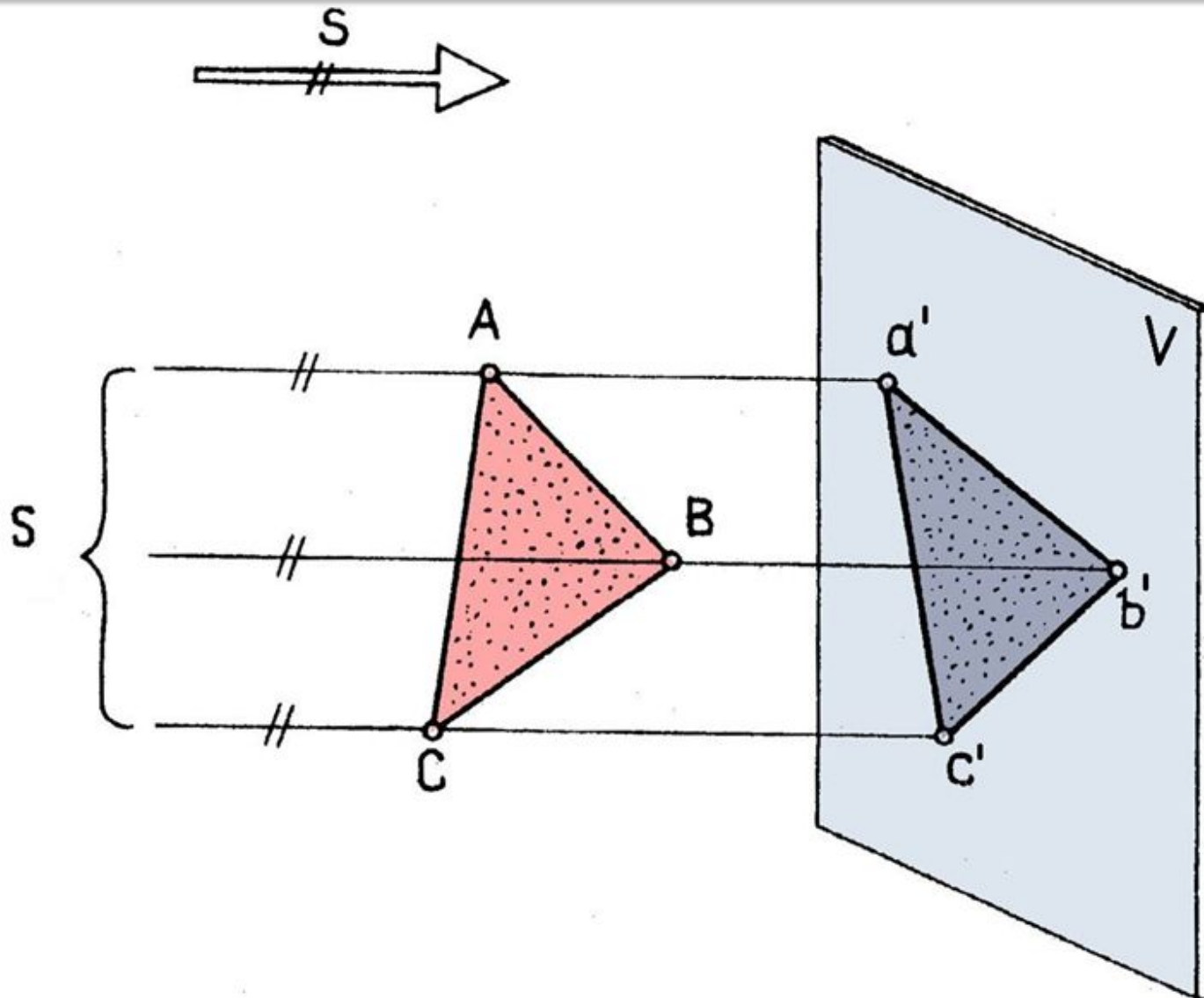
Плоскость  
проекций

Способ получения центральной проекции



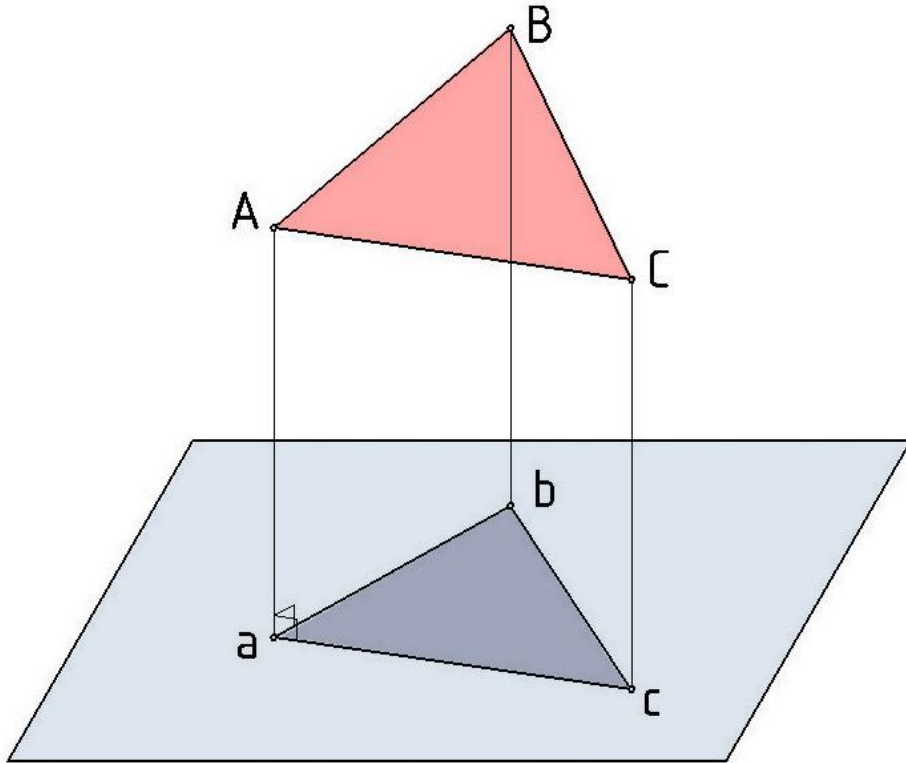


# Параллельное проецирование

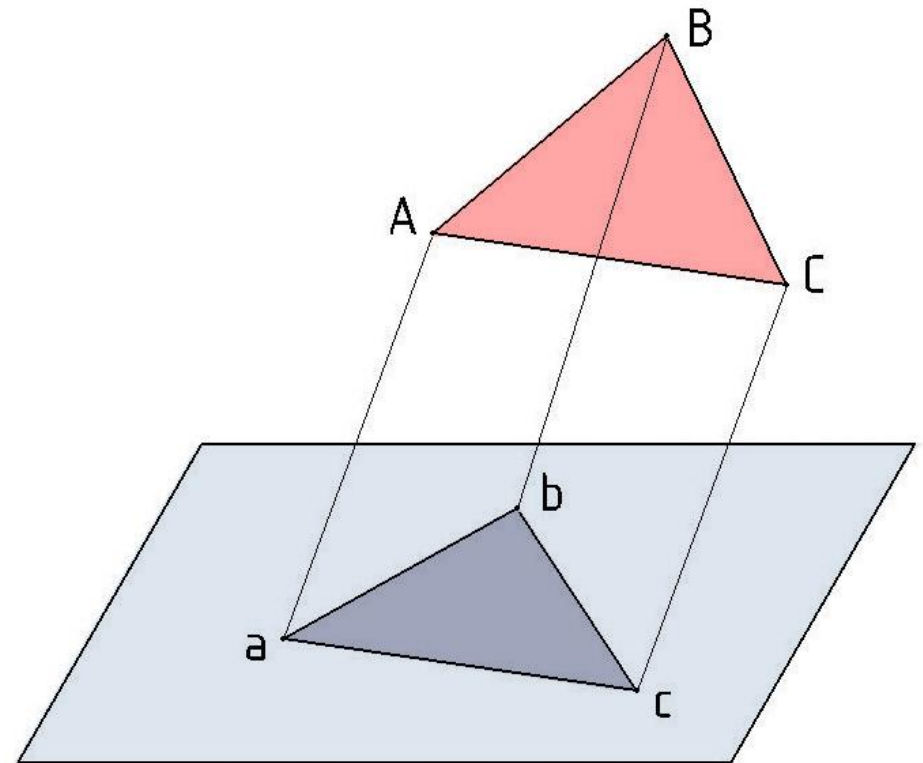


Способ получения параллельной проекции

## Параллельное проецирование



**Прямоугольное**  
(ортогональное)  
-проецирующие прямые  
**перпендикулярны**  
плоскости проекций



**Косоугольное**  
-проецирующие прямые  
**не перпендикулярны**  
плоскости проекций

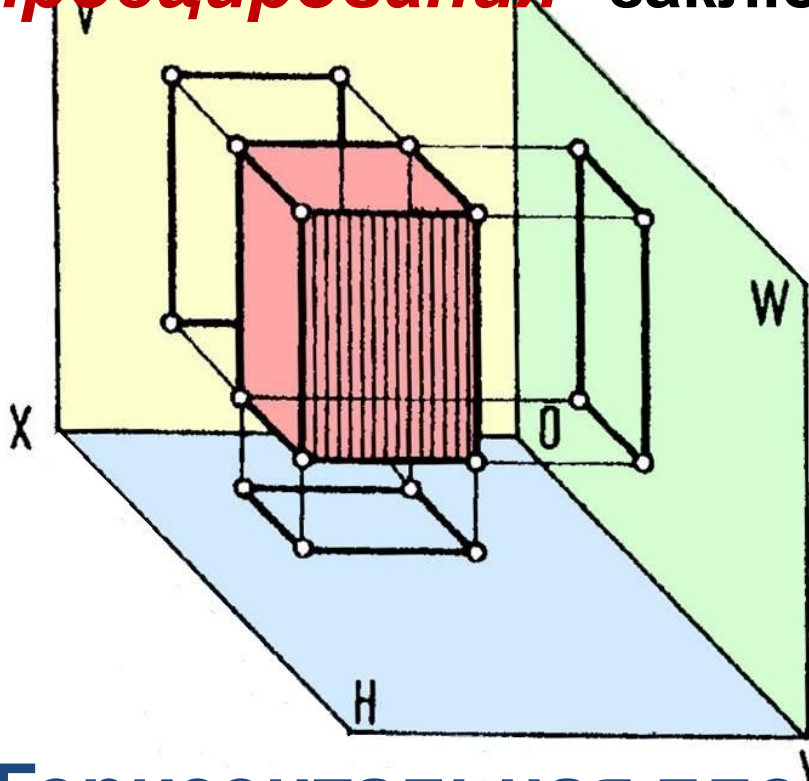
## Свойства параллельного проецирования

- Проекция точки – точка
- Проекция прямой – прямая
- Если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции этой прямой
- Отношение отрезков в пространстве сохраняется на проекциях (  $\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$  )
- Если прямые в пространстве параллельны, то параллельны и их проекции

$$( AB \parallel CD \rightarrow ab \parallel cd )$$

## Ортогональное проецирование

Сущность метода **ортогонального проецирования** заключается в том, что предмет (фигура) проецируется на две или три взаимно перпендикулярные плоскости лучами, ортогональными (перпендикулярными) к этим плоскостям.



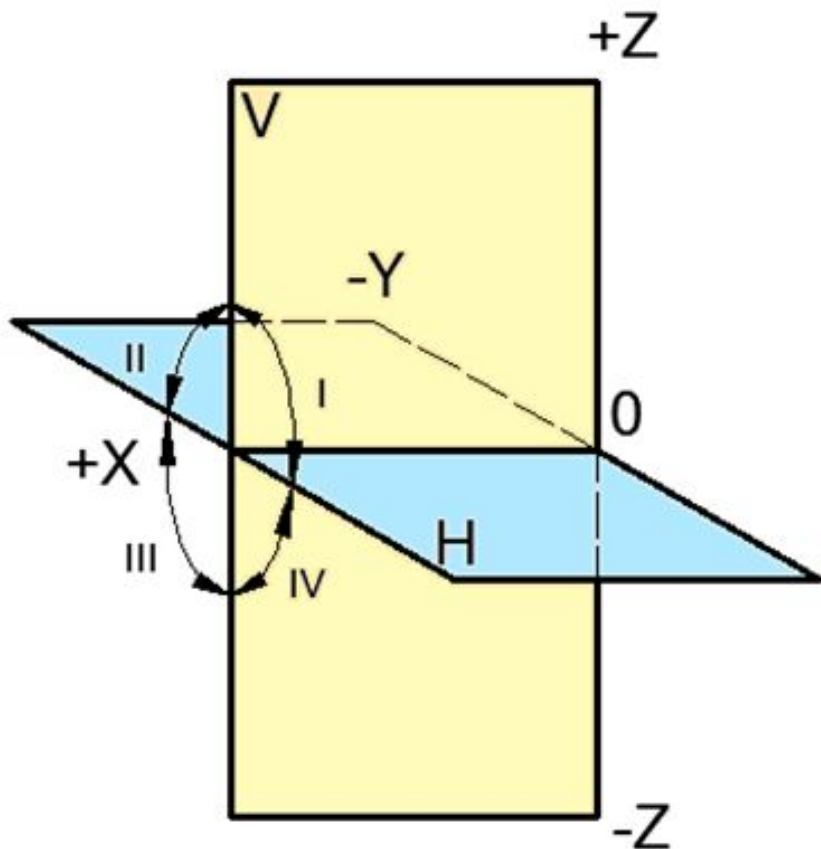
Горизонтальная плоскость  
проекций – Н

Фронтальная плоскость проекций –

V — Профильная плоскость

# ТОЧКА , ПРЯМАЯ , ПЛОСКОСТЬ

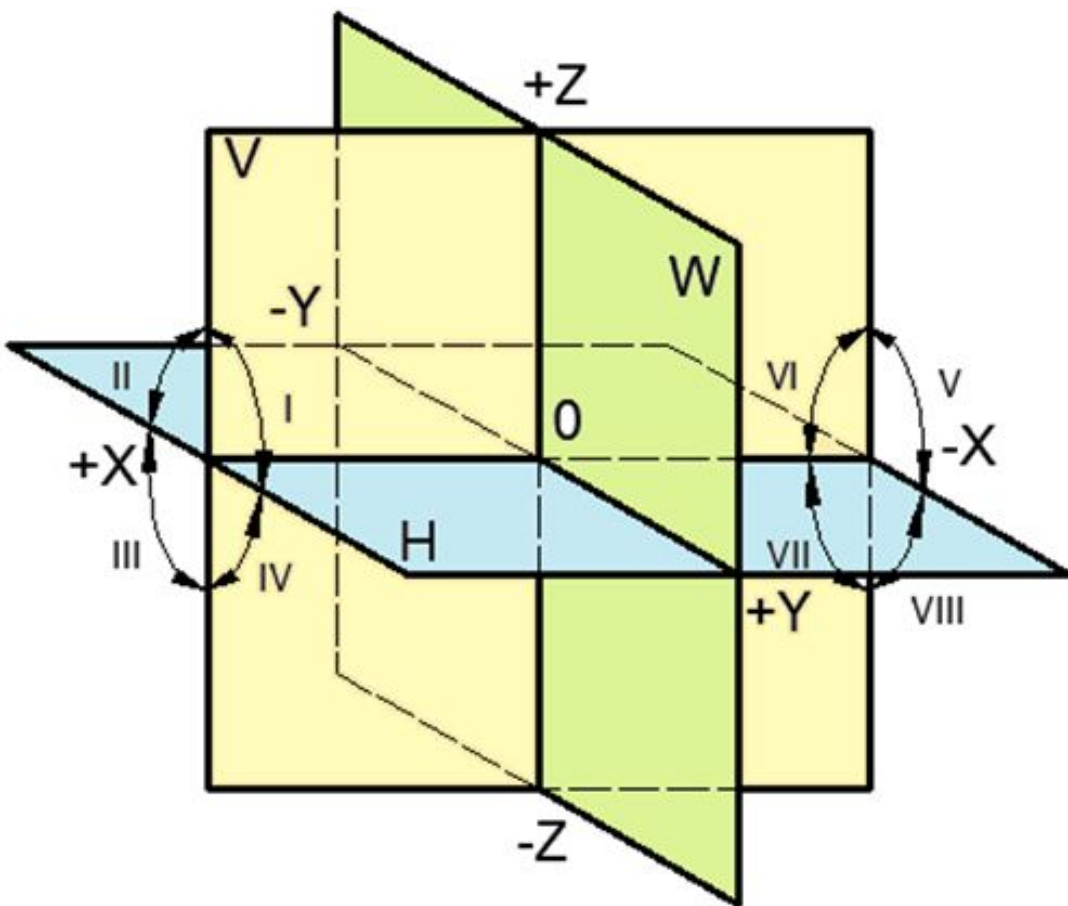
## Ортогональная система плоскостей проекций



Две взаимно перпендикулярные плоскости проекций делят все пространство на четыре двугранных угла - **четверти**, которые нумеруют римскими цифрами (I, II, III, IV)

Предмет, расположенный в первой четверти пространства, считается видимым

## Ортогональная система плоскостей проекций

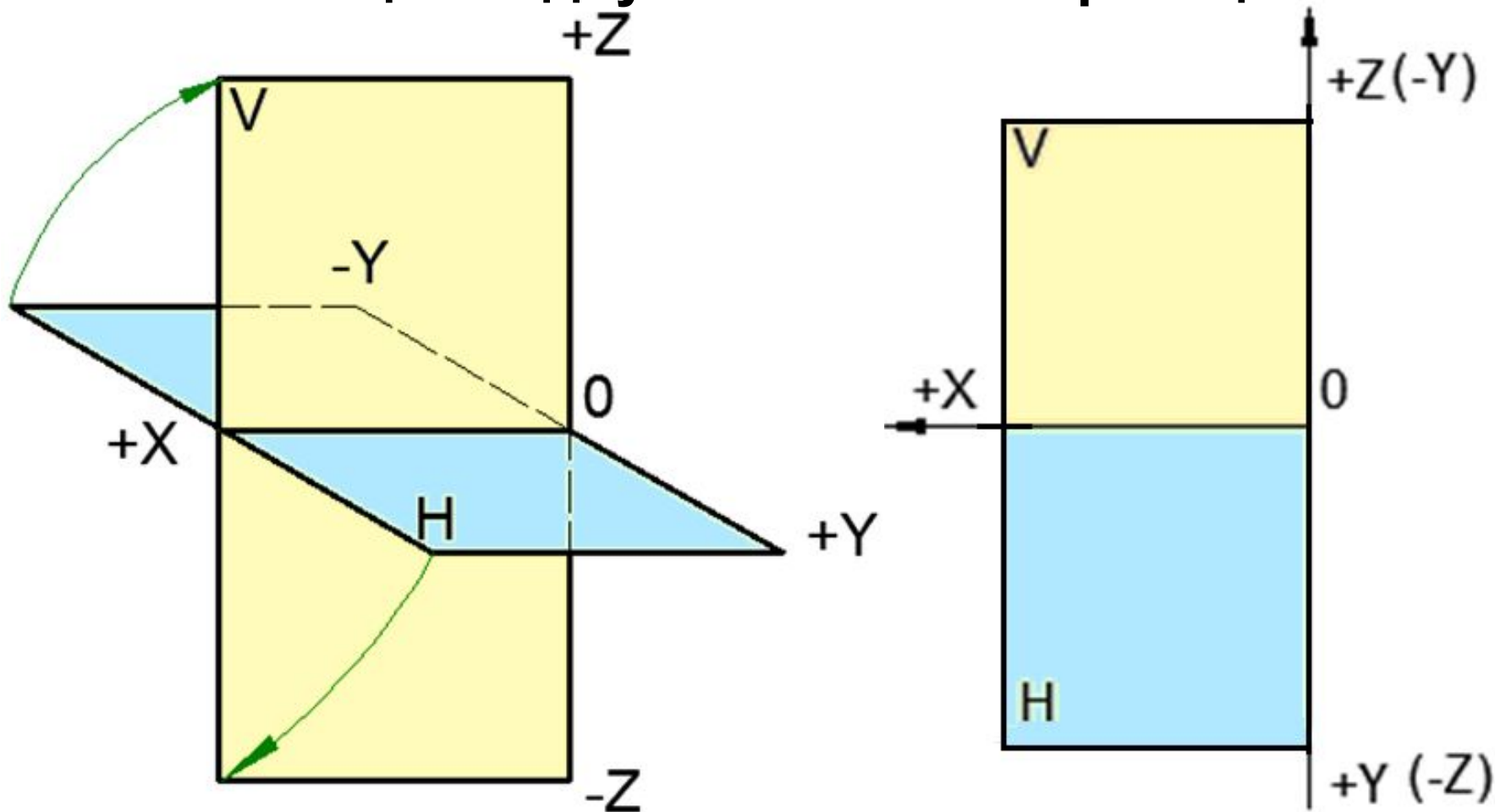


Три взаимно перпендикулярные плоскости проекций делят все пространство на восемь трехгранных углов – **октантов**, которые нумеруются римскими цифрами (I...VIII)

Плоскости проекций попарно пересекаясь, определяют три оси координат  **$Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$**

# Ортогональная система плоскостей проекций

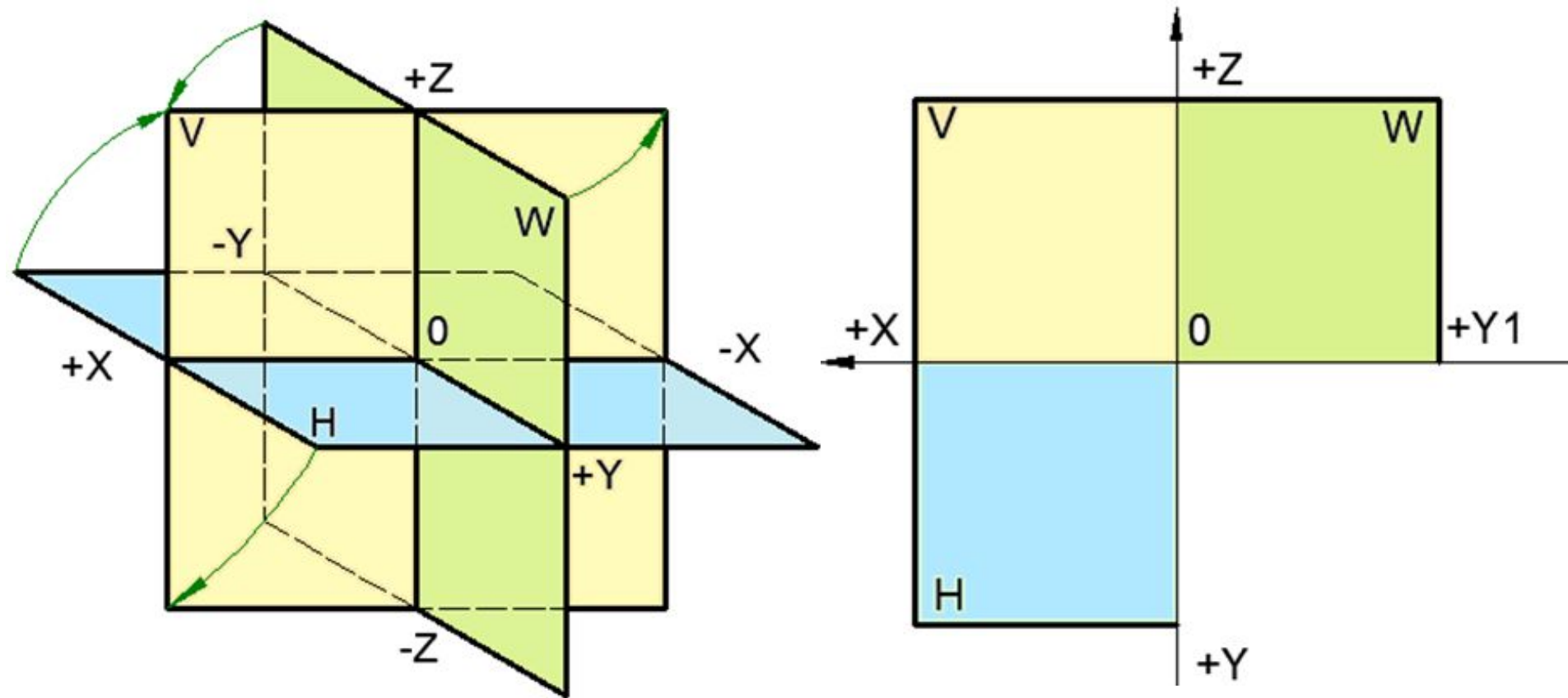
## Совмещение двух плоскостей проекций



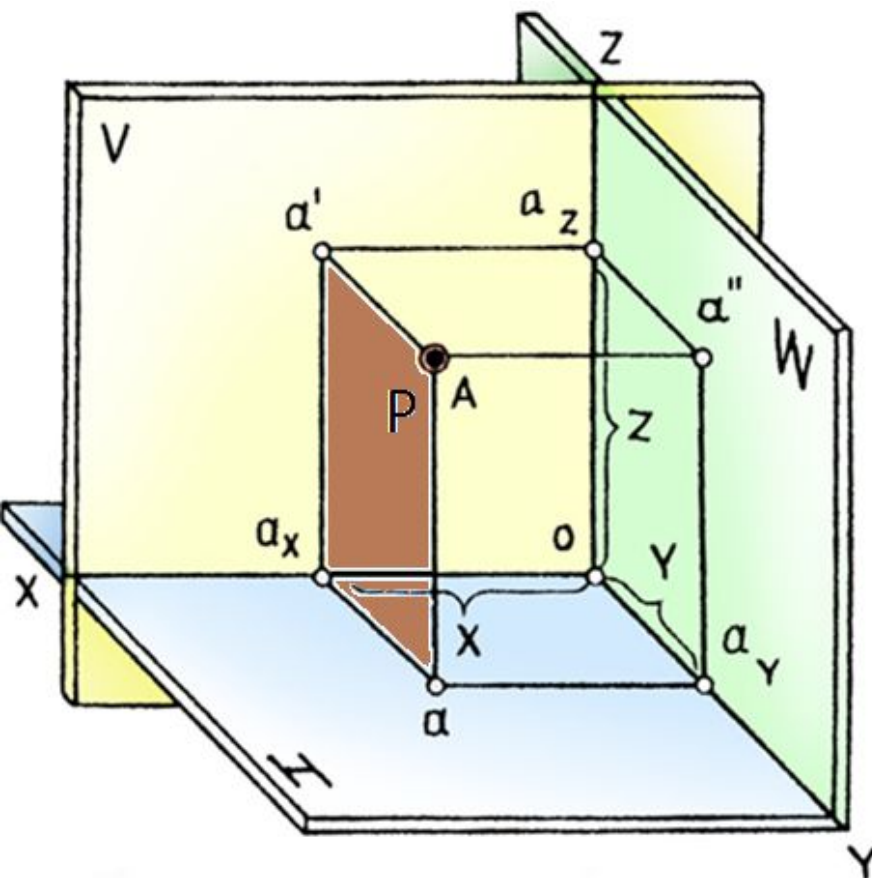
Вращением вокруг оси **Ox** совмещаем плоскость **H** с плоскостью **V**

# Ортогональная система плоскостей проекций

## Совмещение трех плоскостей проекций

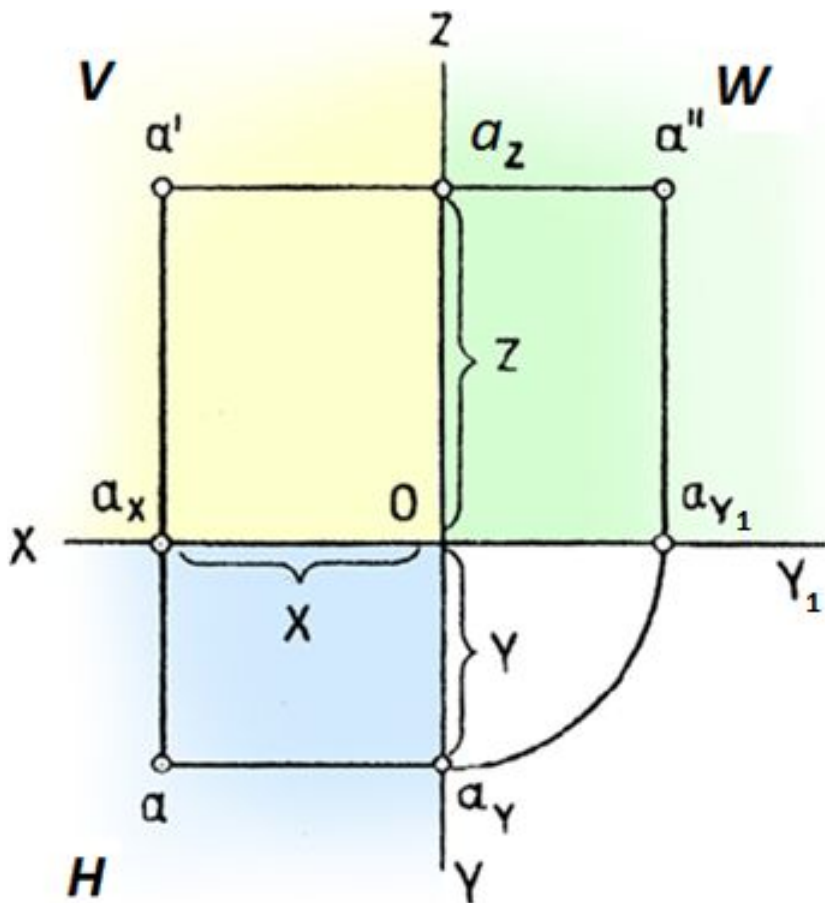






- **Ортогональной проекцией точки называется основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость проекций**
- **Положение точки устанавливают с помощью прямоугольных декартовых координат  $x, y, z$  с началом в точке  $O$**

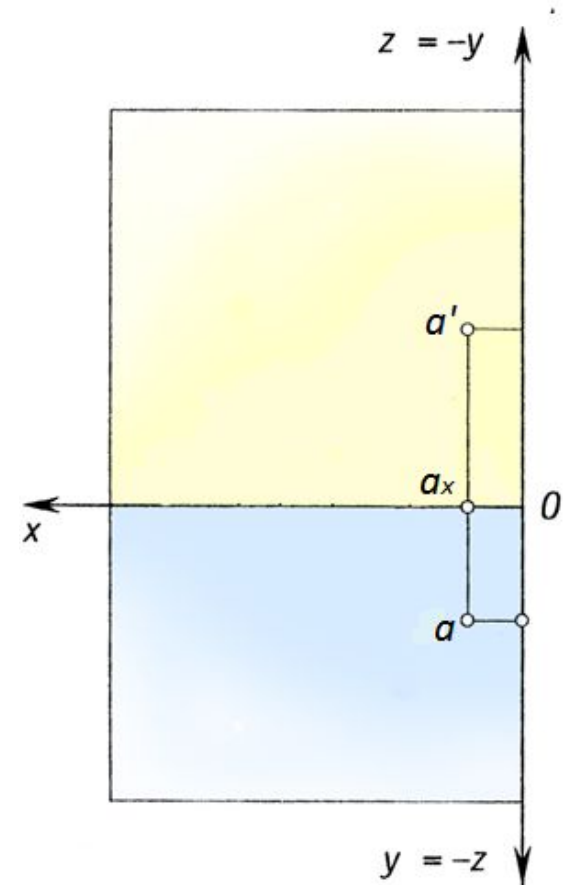
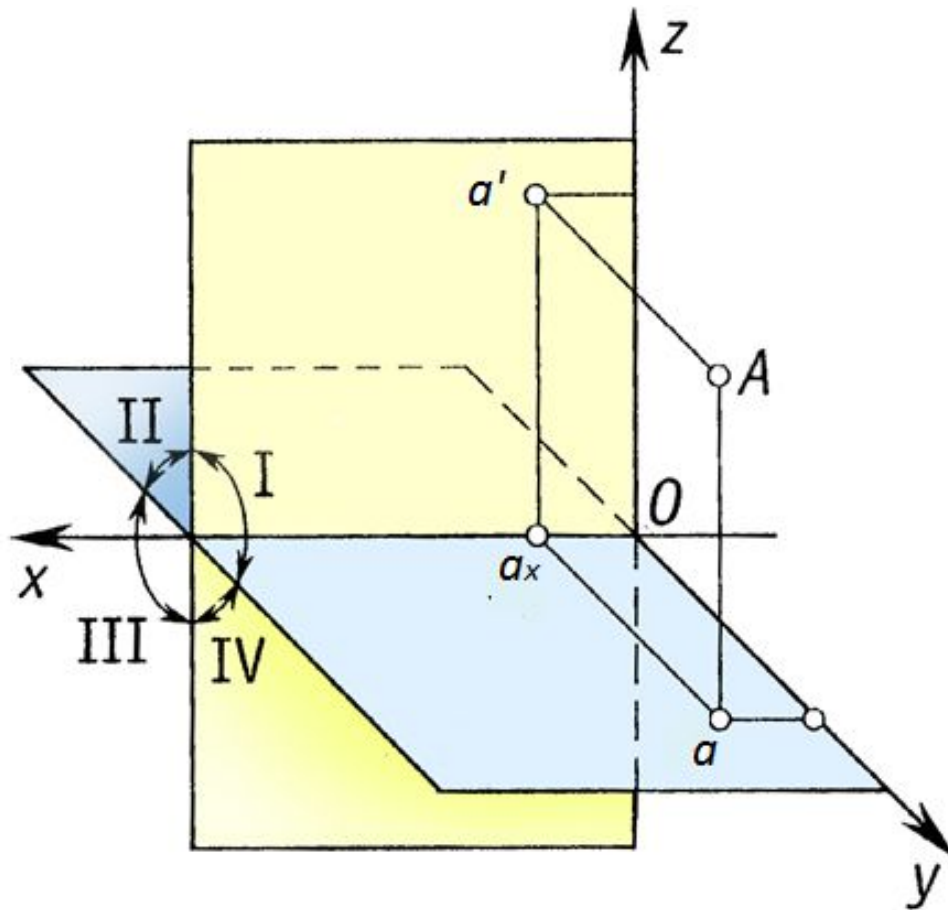
## Проекционный чертеж, полученный в результате совмещения плоскостей проекций, называется **эпюром Монжа**



**Последовательность построения проекций точки:**

- отложив по осям координаты точки  $A(x, y, z)$ , получим точки  $a_x, a_y, a_z$ ;
- через полученные точки  $a_x, a_y, a_z$  проводим линии связи перпендикулярно осям координат;
- на пересечении линий связи определяем проекции точки  $a, a', a''$

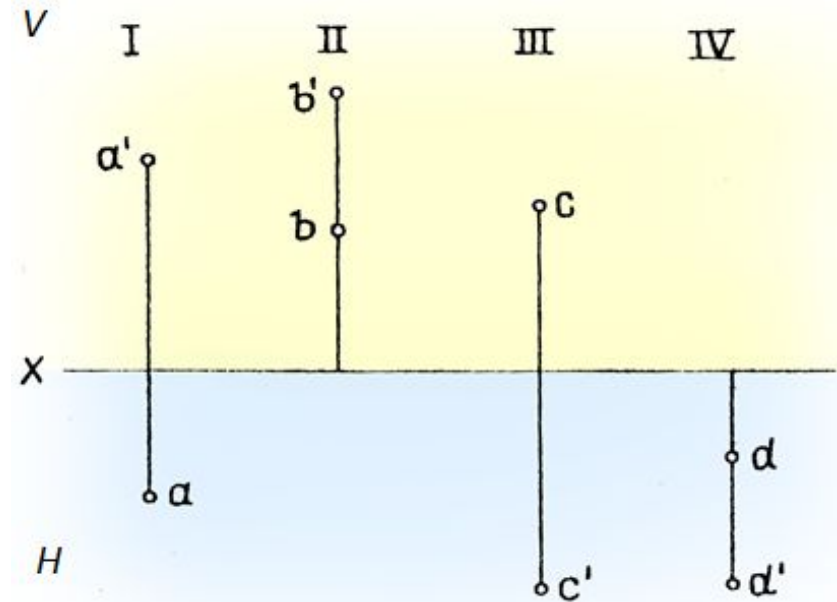
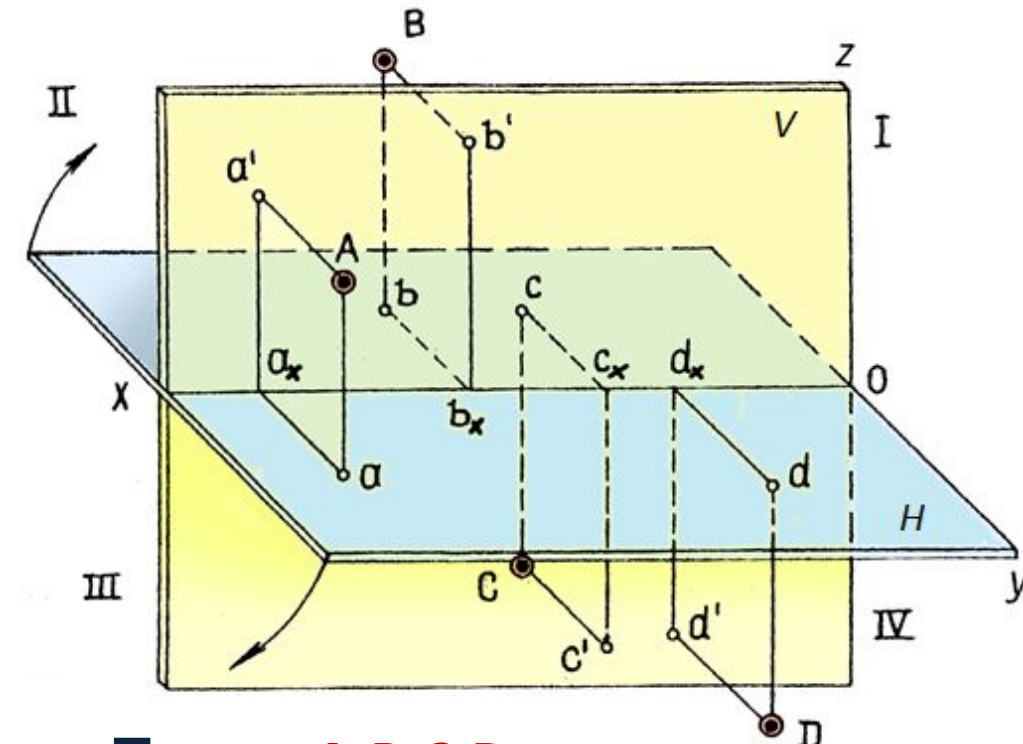
# Точка



- **Две проекции точки однозначно определяют положение точки в пространстве**

## Точка

Положение проекций точек на эюре зависит от того, в какой четверти находится данная точка

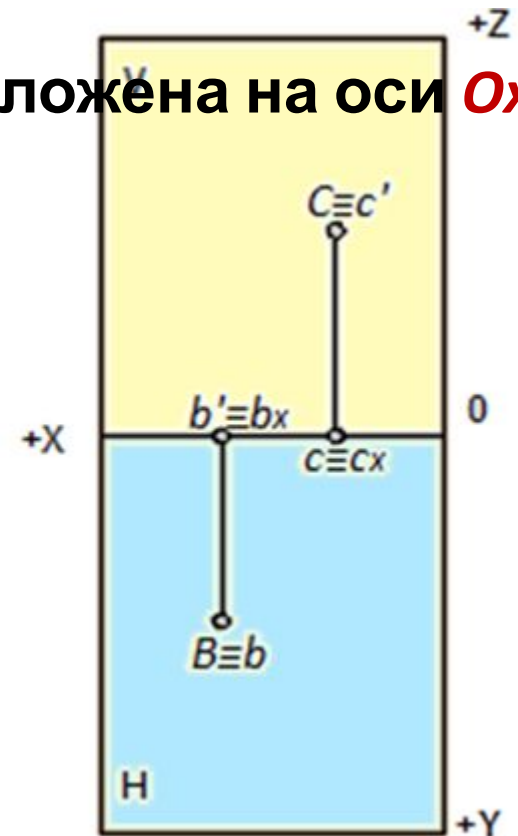
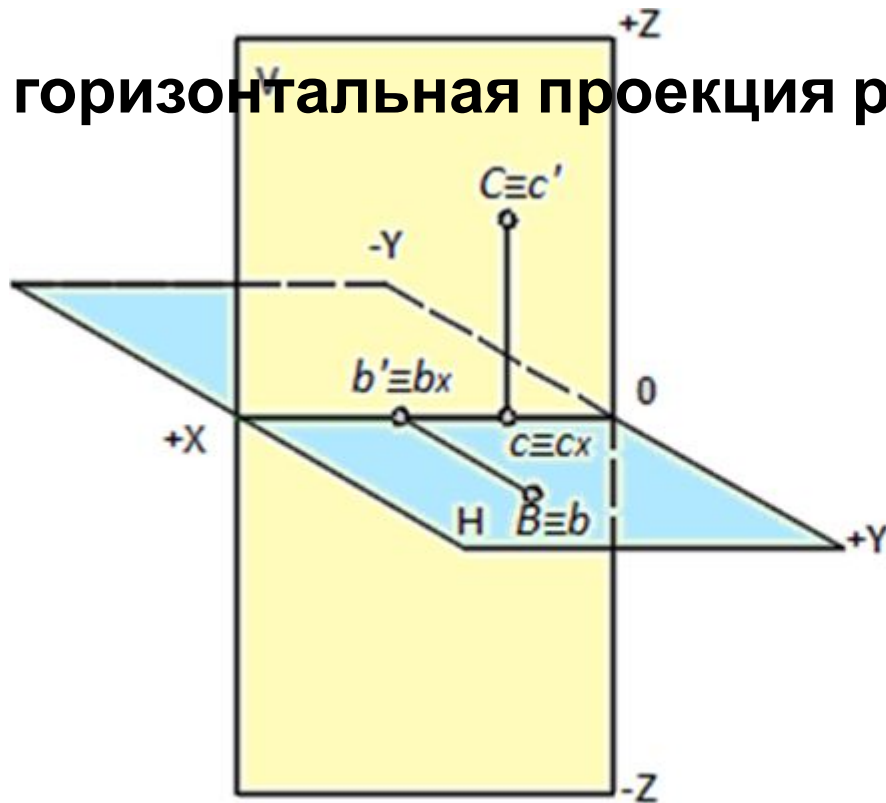


- Точки **A, B, C, D** расположены соответственно в **I, II, III, IV** четвертях пространства

- Эпюр точек **A, B, C, D**

## Точка

- Если точка расположена на плоскости  $H$  (точка  $B$ ), то ее фронтальная проекция расположена на оси  $Ox$
- Если точка расположена на плоскости  $V$  (точка  $C$ ), то ее горизонтальная проекция расположена на оси  $Ox$



## Прямая линия

### Прямые

#### Общего

#### положения

Прямая, не параллельная  
и не перпендикулярная ни  
одной из плоскостей  
проекций

#### Прямые уровня

Прямые, параллельные  
плоскостям проекций:

- *горизонталь*
- *фронталь*
- *профильная прямая*

#### Частного

#### положения

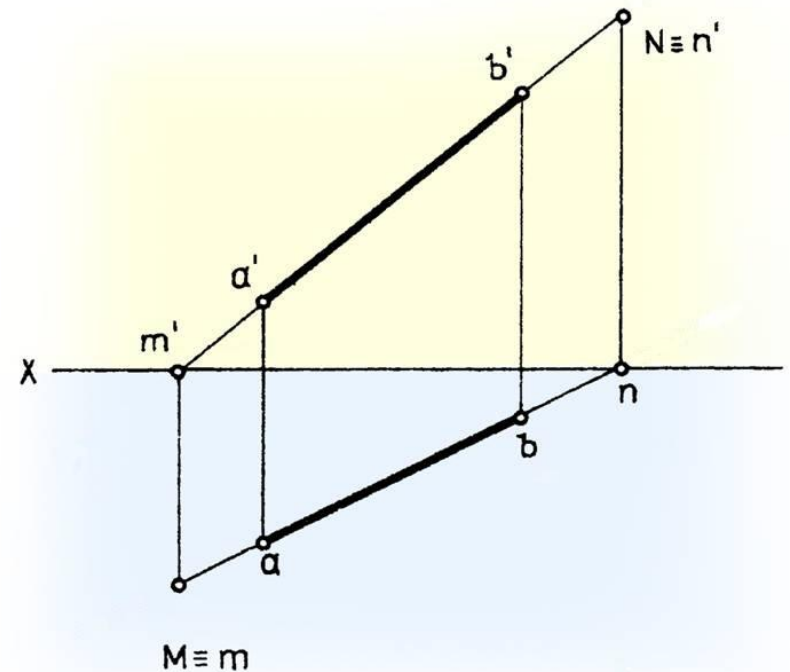
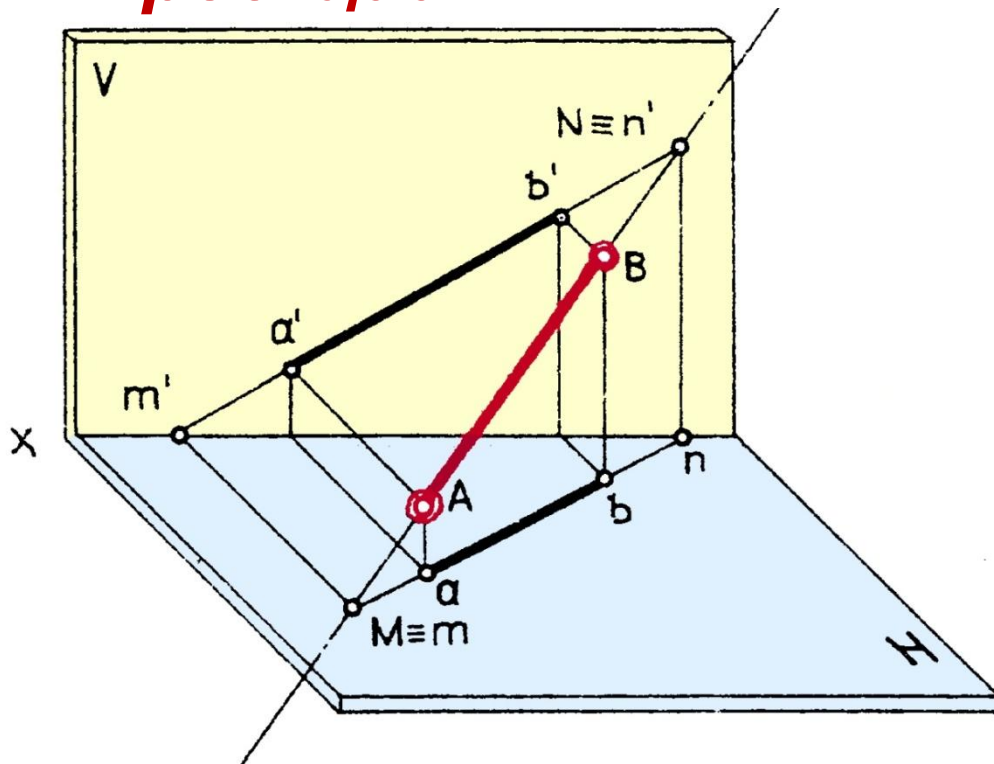
#### Проецирующие

Прямые, перпендикулярные  
плоскостям проекций:

- *горизонтально  
проецирующие*
- *фронтально проецирующие*
- *профильно проецирующие*

## Прямая линия

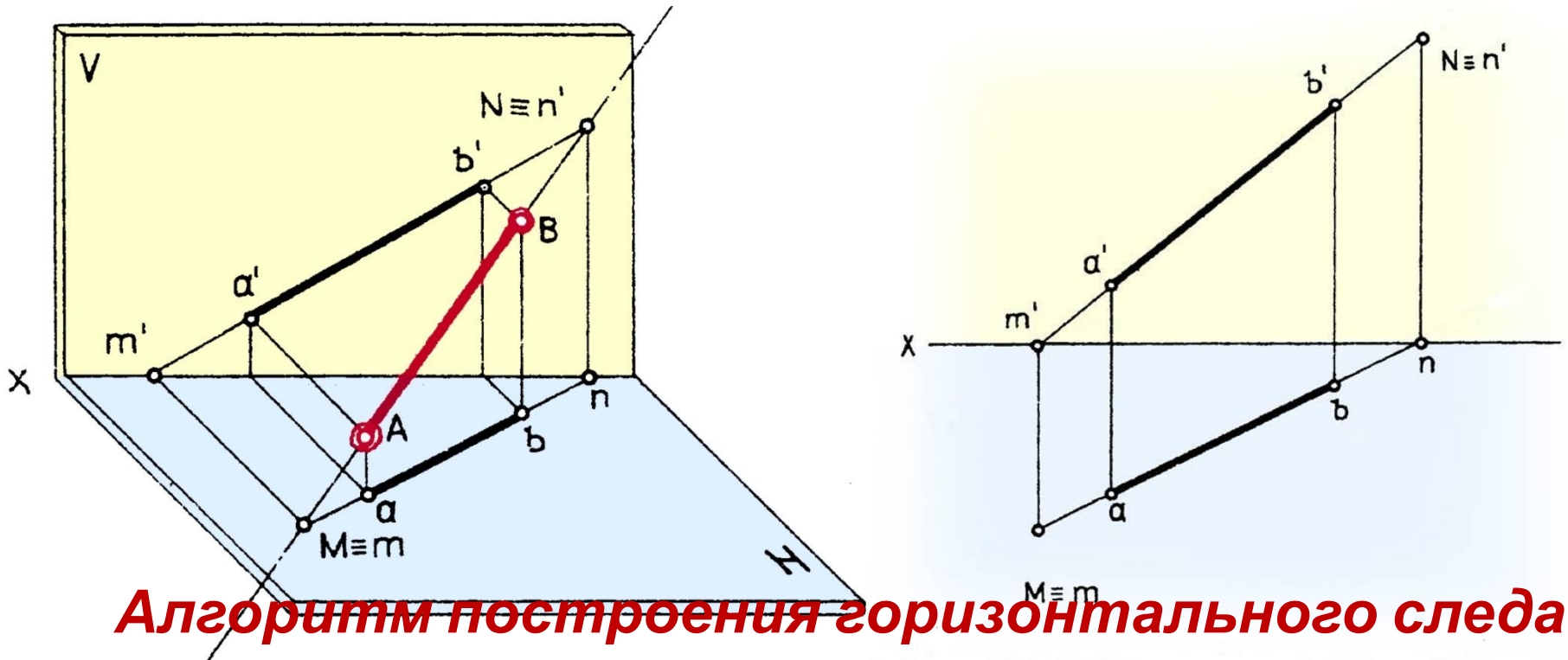
- Следом прямой линии называется точка, в которой прямая пересекается с плоскостью проекций



Горизонтальный след прямой –  $M$ . Его проекции –  $m$ ,  $m'$

Фронтальный след прямой –  $N$ . Его проекции –  $n$ ,  $n'$

## Прямая линия



### Алгоритм построения горизонтального следа прямой:

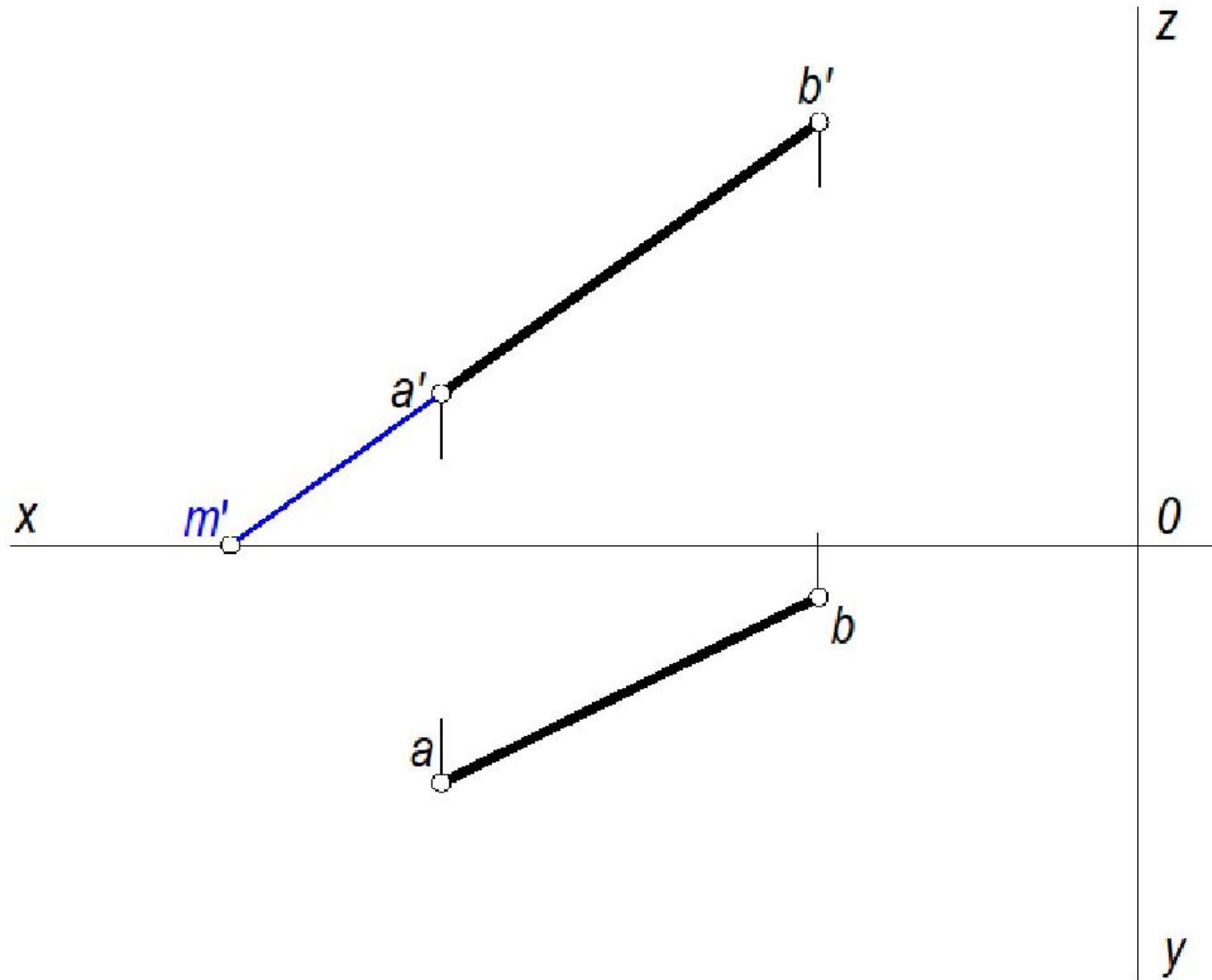
- фронтальную проекцию прямой  $a'b'$  продлить до пересечения с осью  $Ox$  - получим точку  $m'$
- через точку  $m'$  провести перпендикуляр к оси  $Ox$  (линию связи) до пересечения с продолжением горизонтальной проекции прямой  $ab$  - получим точку  $M \equiv m$



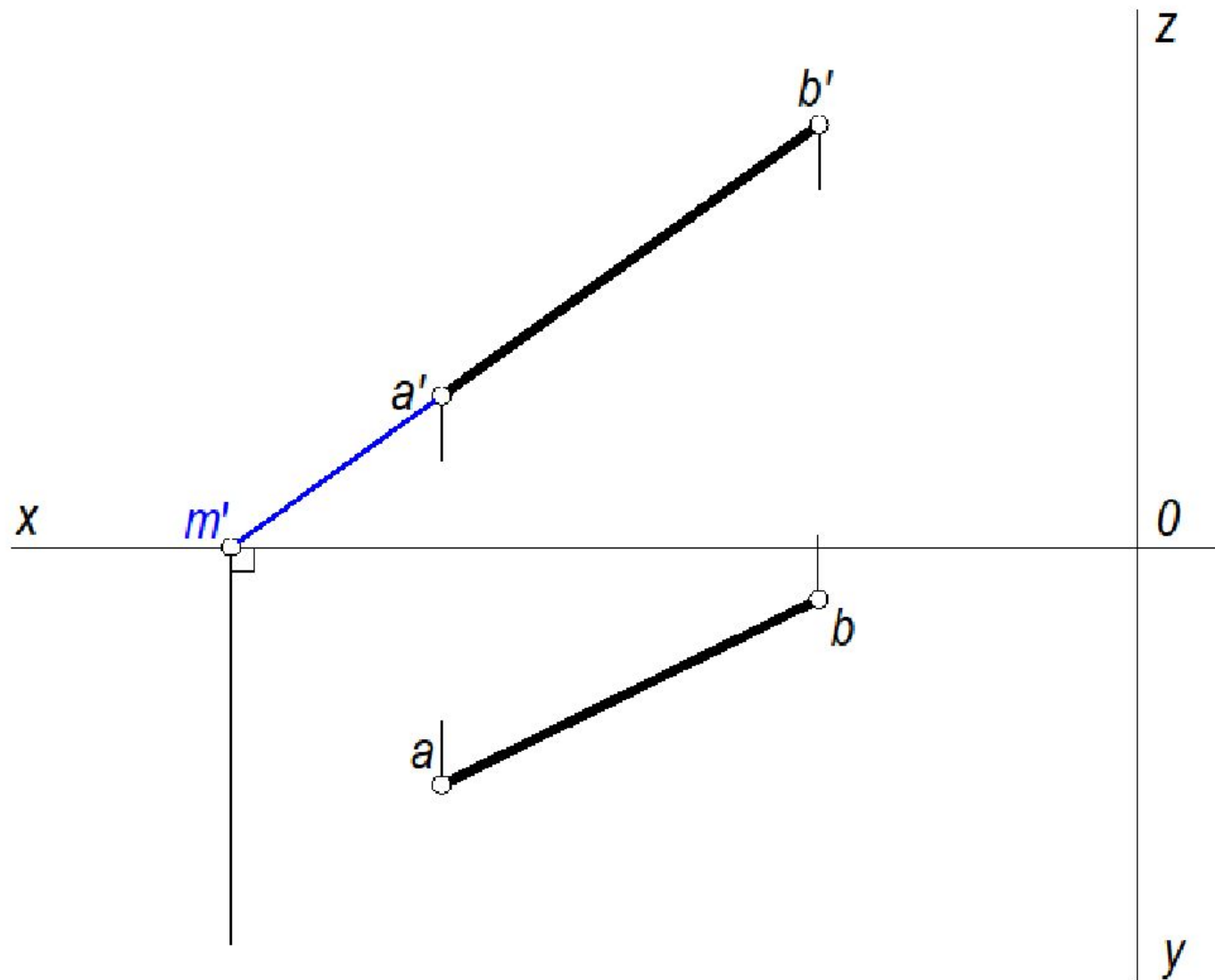
**Задача:** Построить следы прямой  
**AB**



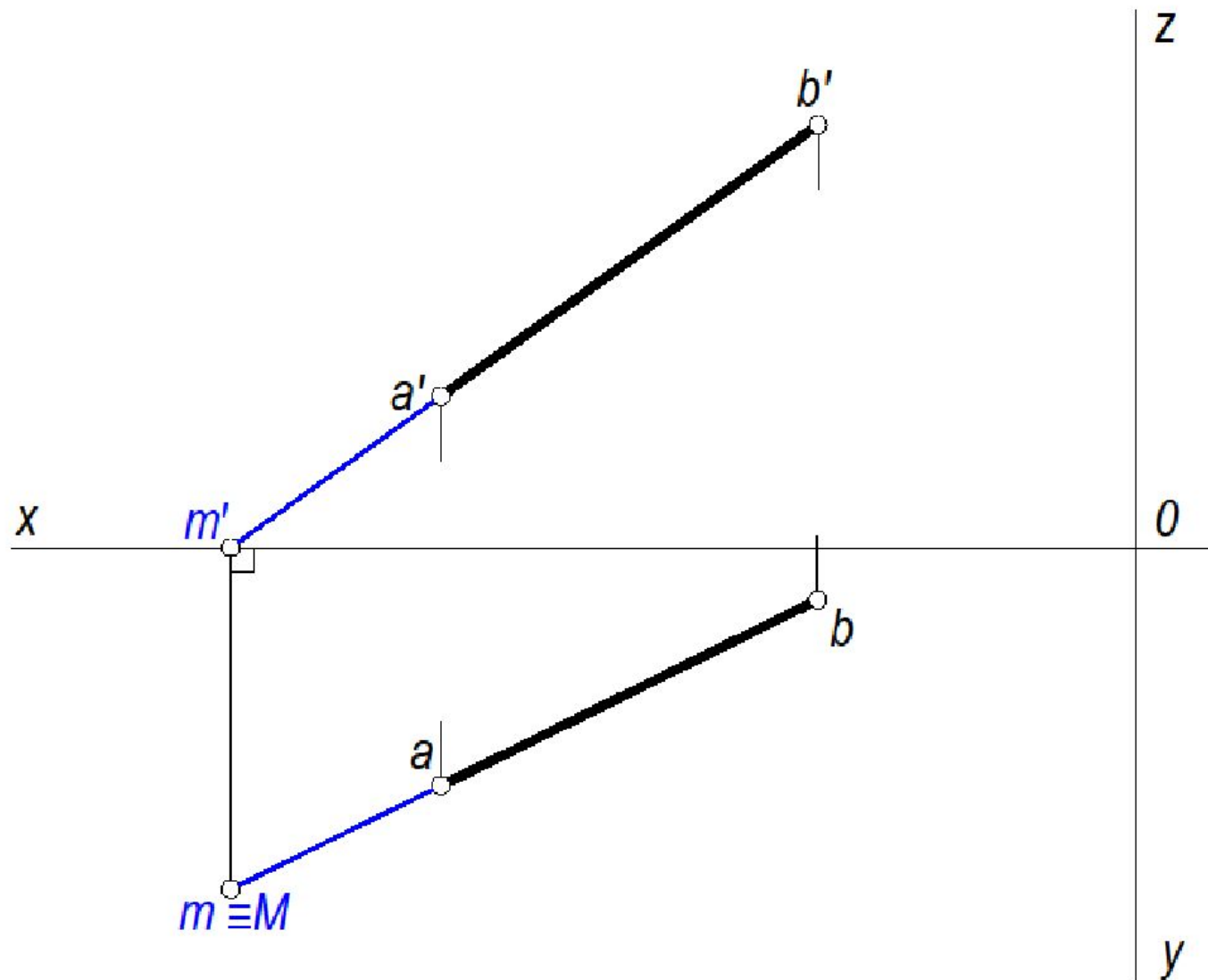
## Решение задачи



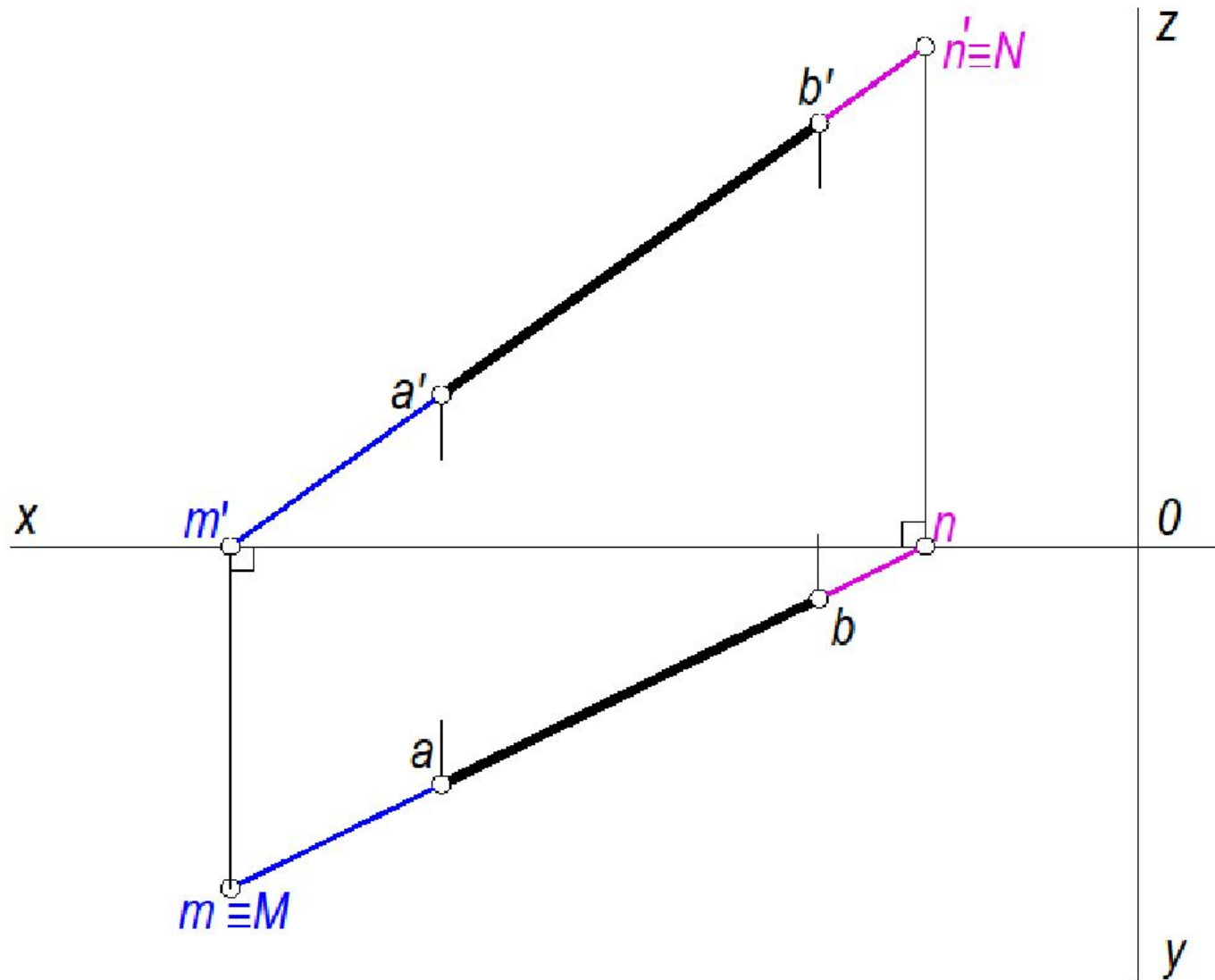
## Решение задачи



## Решение задачи

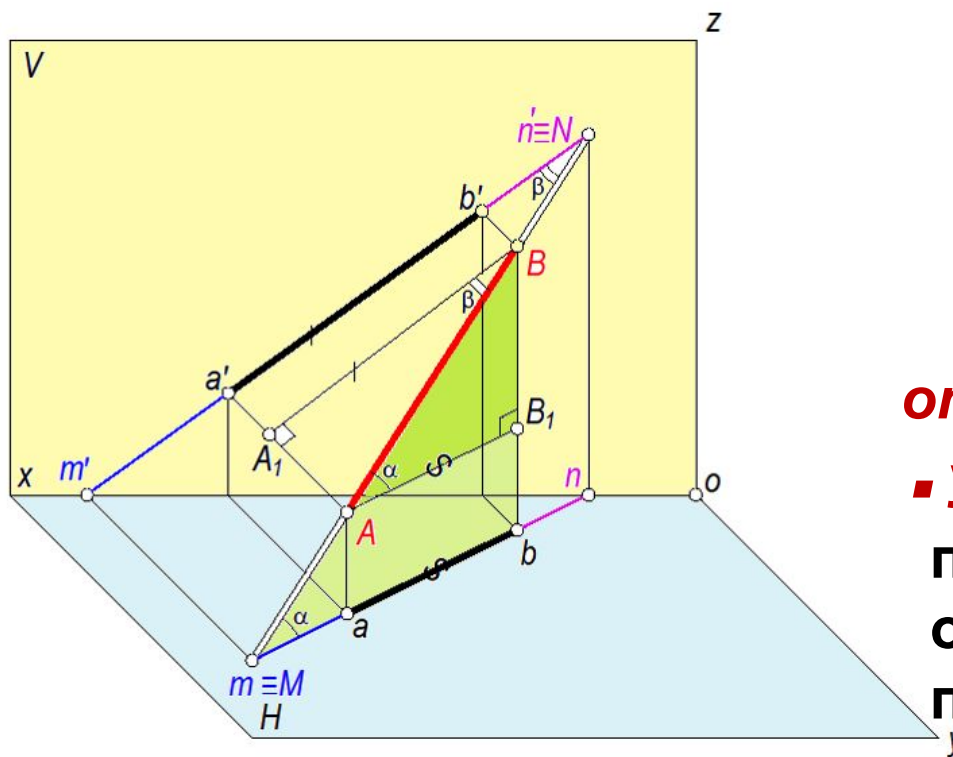


## Решение задачи



## Прямая линия

# Натуральная величина отрезка прямой Углы наклона прямой



- *Длина отрезка прямой равна гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен проекции отрезка, а другой катет равен разности координат концов отрезка, отсчитываемых*

- *от этой плоскости проекций*  
▪ **угол наклона прямой к**  
плоскости проекций  
определяется как угол, между  
прямой и ее проекцией на эту  
плоскость

**$\alpha$**  – **угол** наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций  
 **$\beta$**  – **угол** наклона прямой к фронтальной плоскости проекций

## Решение

задачи

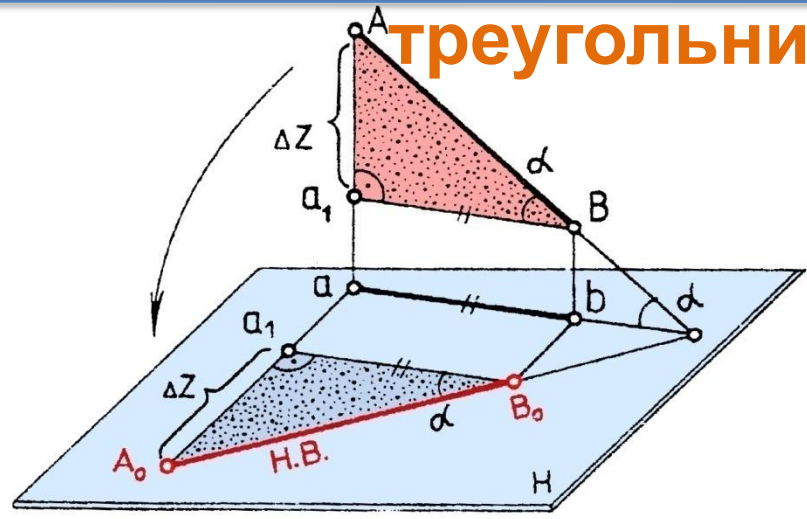
**Задача:** Определить длину отрезка **AB** и угол его

наклона к плоскостям проекции

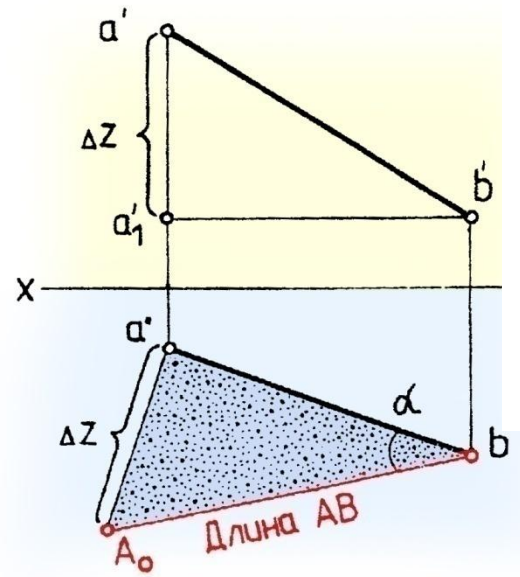
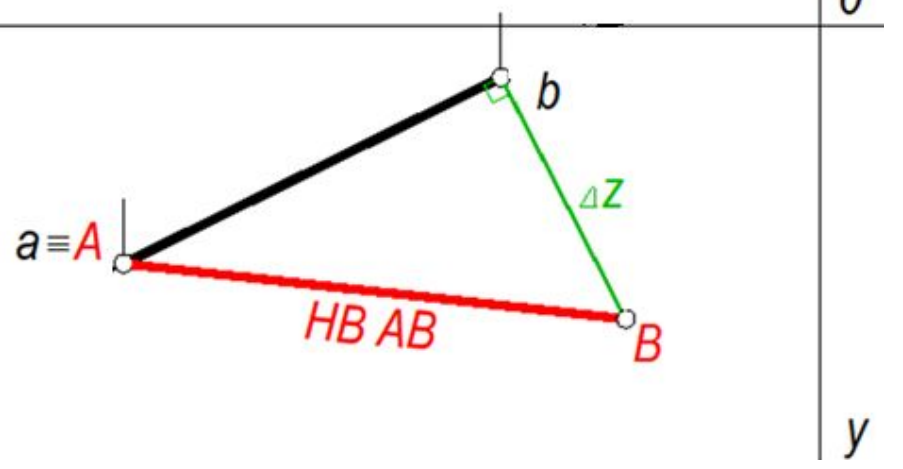
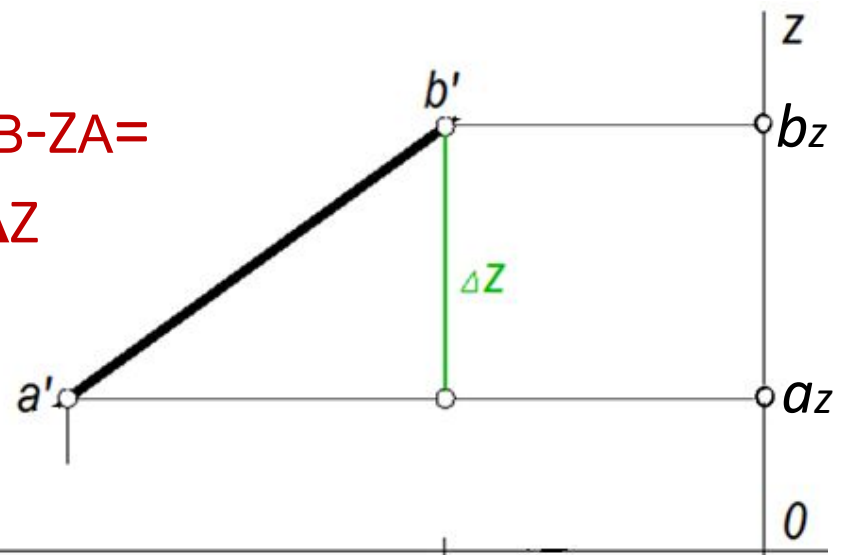


# Прямая линия

## Способ прямоугольного треугольника



$$ZB - ZA = \Delta Z$$

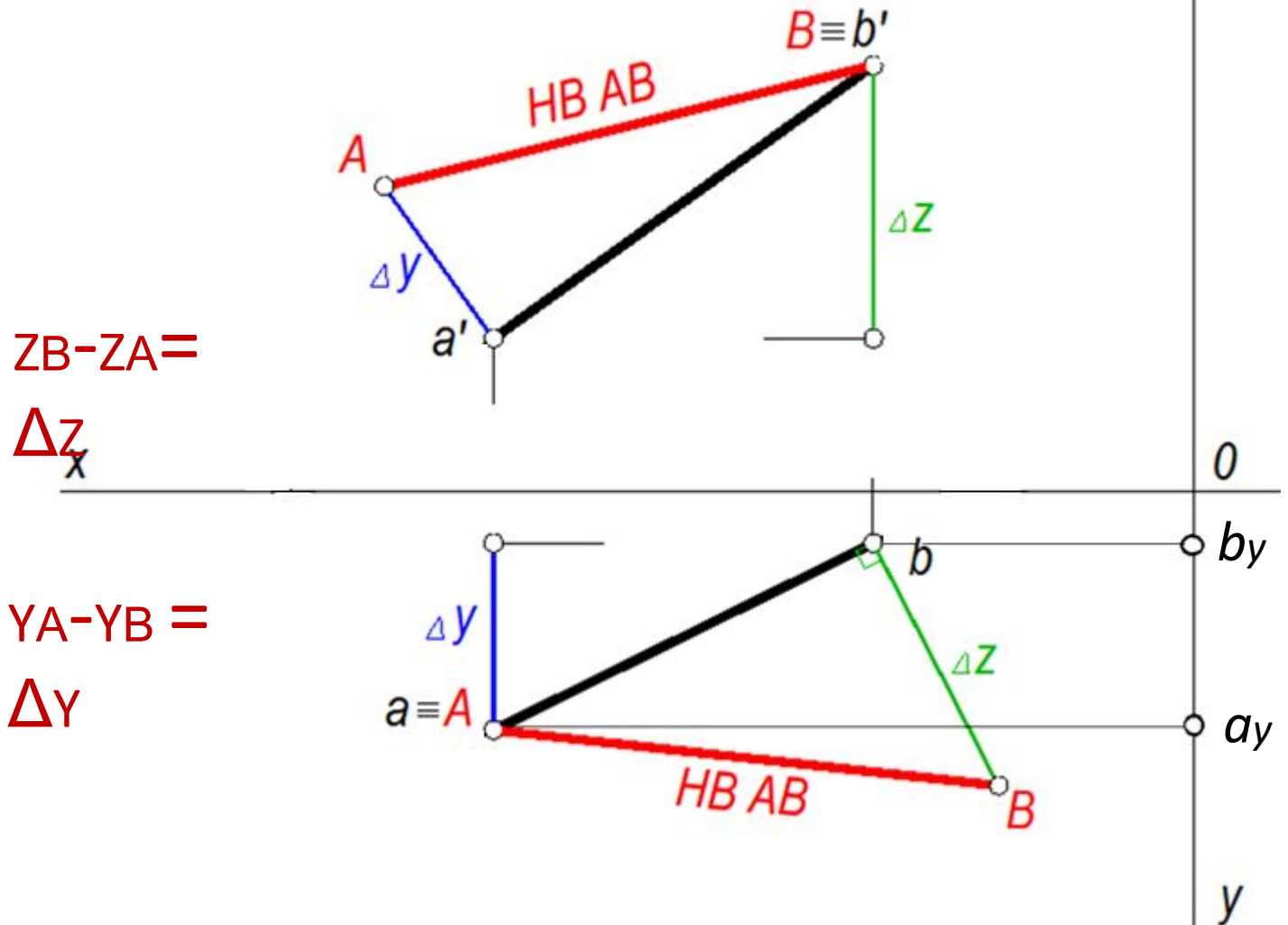




## Решение

### задачи

- Строим прямоугольные треугольники для определения натуральной величины отрезка  $AB$



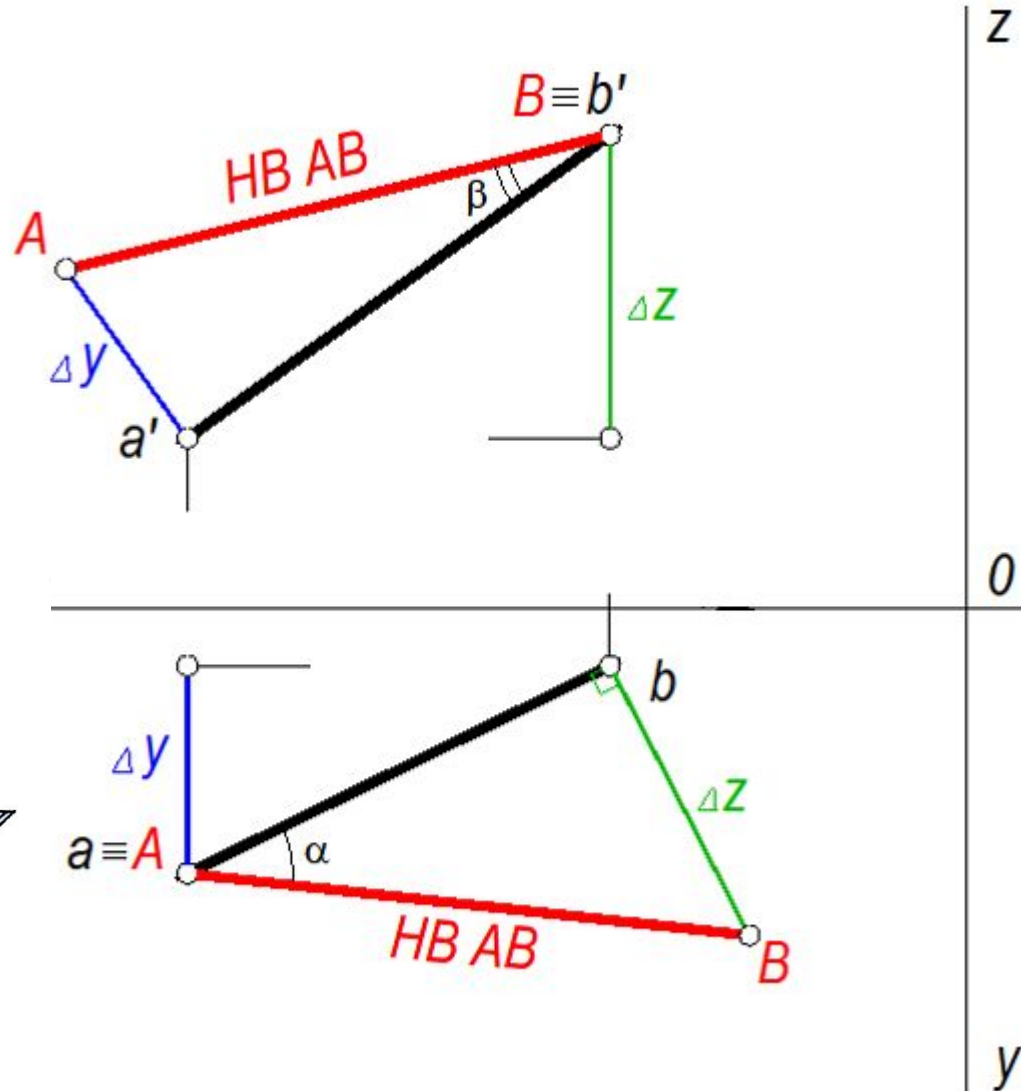
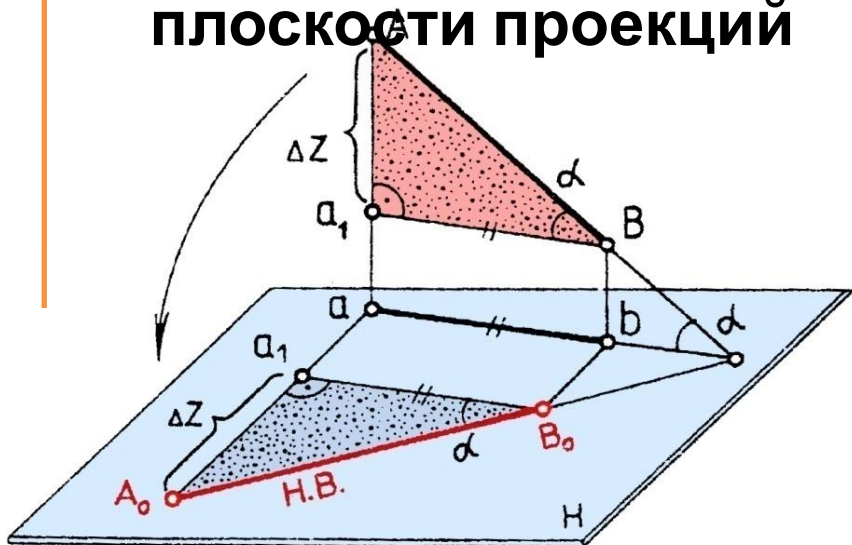
## Решение задачи

- Определяем углы наклона прямой к плоскостям проекций

:

$\alpha$  – к горизонтальной плоскости проекций

$\beta$  – к фронтальной плоскости проекций



## Прямая линия

### Прямые частного

### положения

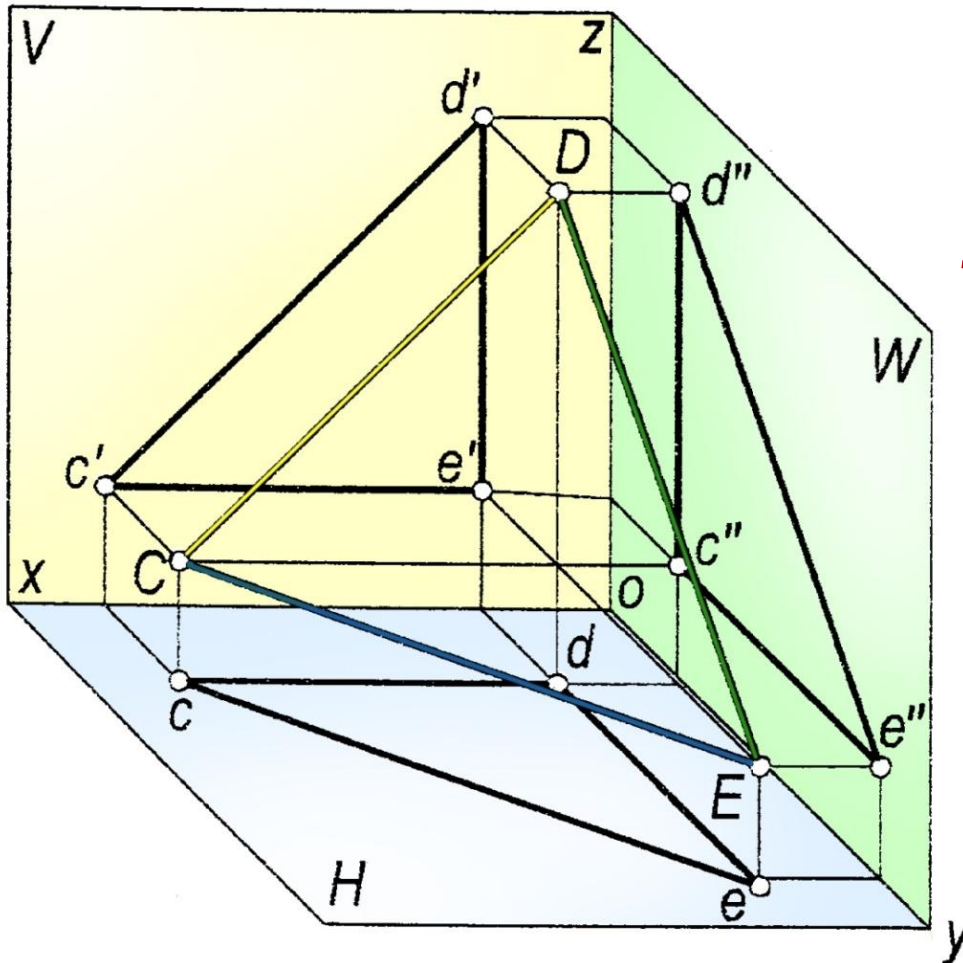
**Прямые, параллельные плоскостям проекций называются прямыми уровня**

Различают :

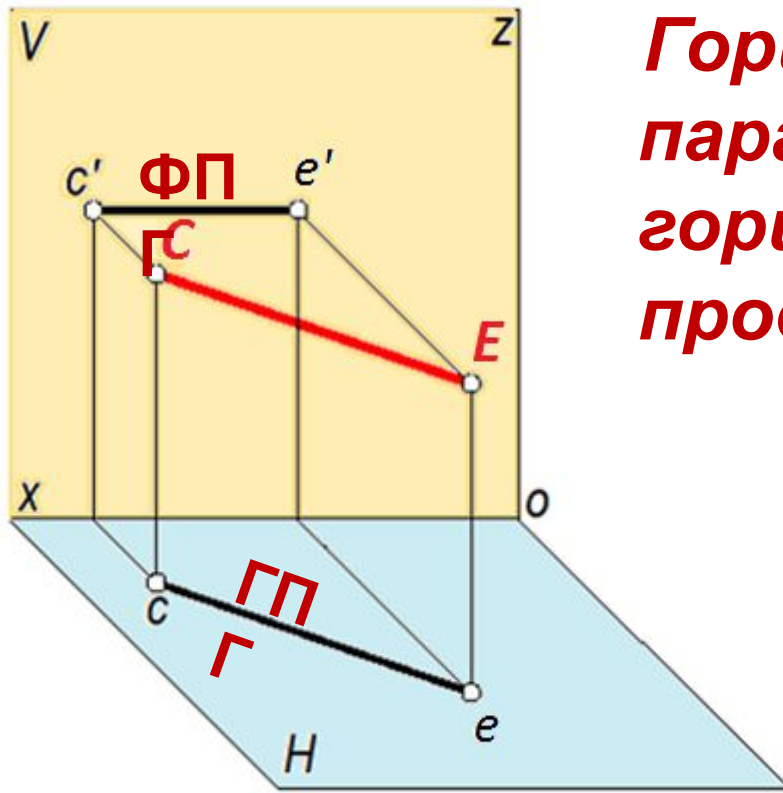
**$CE \parallel H$**  – горизонталь

**$CD \parallel V$**  – фронталь

**$ED \parallel W$**  – профильная  
прямая

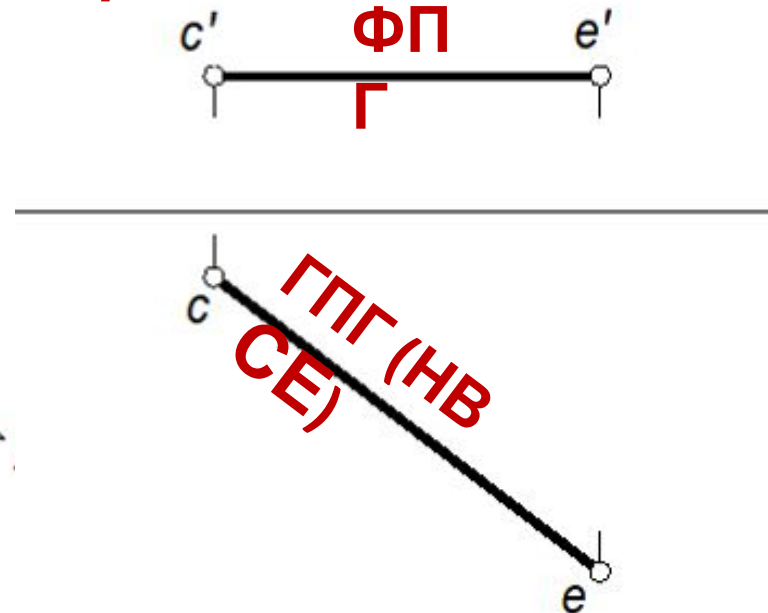


## Прямая линия



**$CE \parallel H$**  - горизонтальная  
прямая

**Горизонталь - прямая  
параллельная  
горизонтальной плоскости  
проекций**

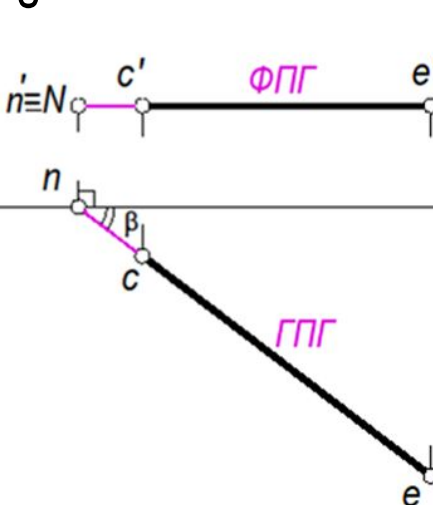


**ФПГ** - фронтальная проекция горизонтали  
**ГПГ** - горизонтальная проекция  
горизонтали

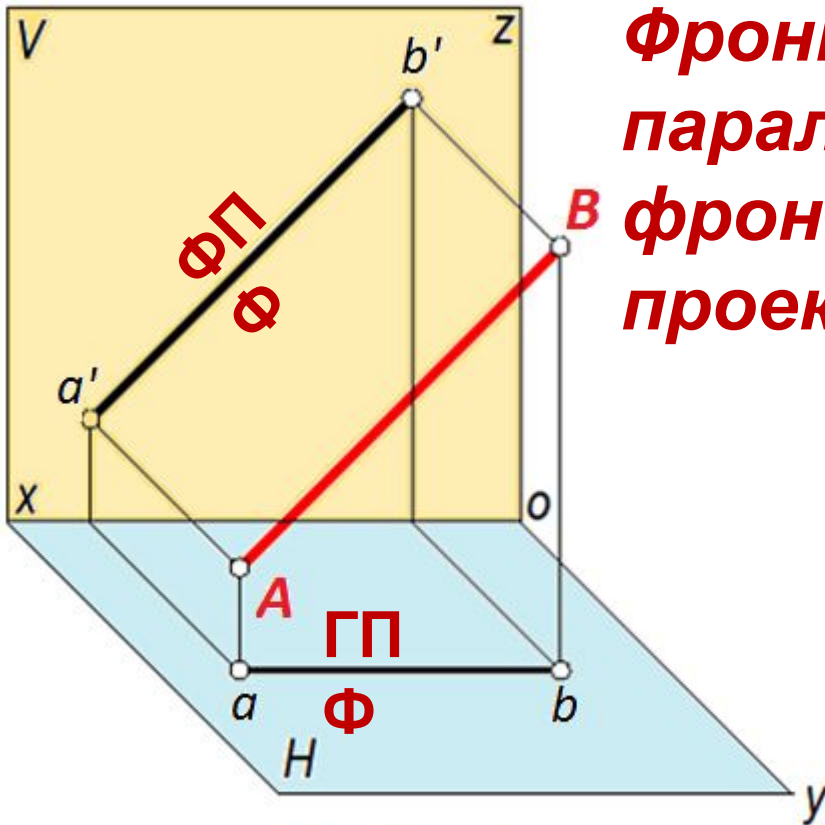
**НВ** - натуральная величина отрезка **СЕ**

## Решение задачи

Задача: Определить следы прямой **CE** и углы наклона

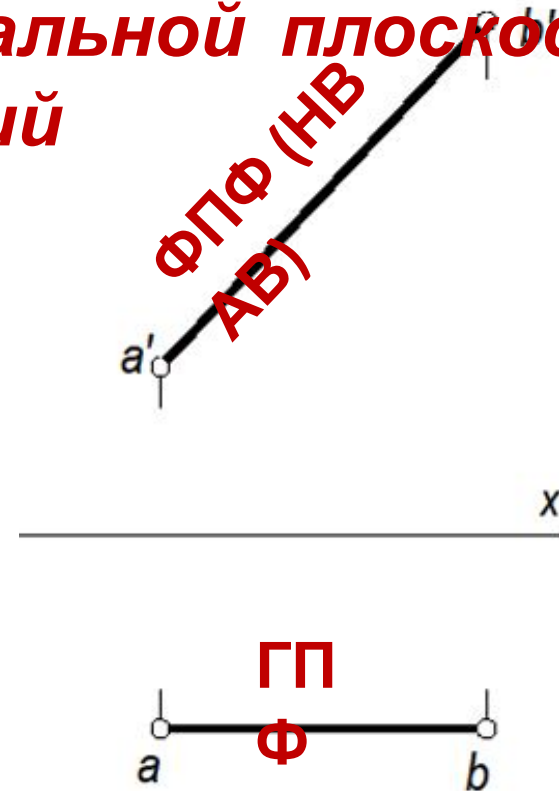
			
<p>Горизонтальную проекцию прямой <b>ce</b> продлеваем до пересечения с осью <b>Ox</b> - получаем точку <b>n</b></p>	<p>Через точку <b>n</b> проводим перпендикуляр к оси <b>Ox</b></p>	<p>Определяем фронтальный след прямой <b>CE</b> - точку <b>N ≡ n'</b></p>	<p>Находим угол наклона прямой <b>CE</b> к фронтальной плоскости проекций – угол <b>β</b> Угол <b>α = 0</b></p>

## Прямая линия



$AB \parallel V$  - фронтальная  
прямая

**Фронталь - прямая  
параллельная  
фронтальной плоскости  
проекций**

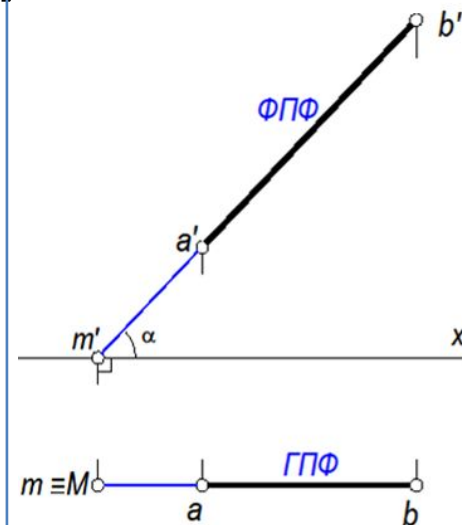
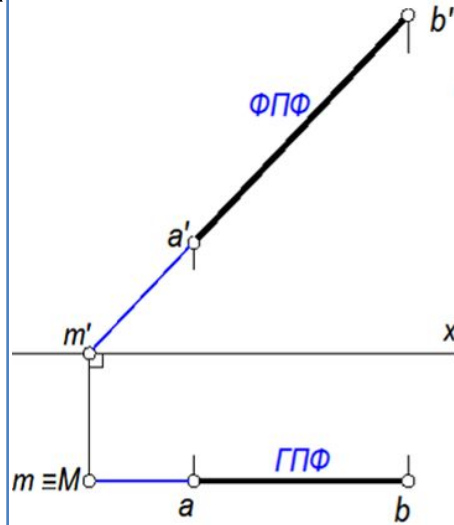
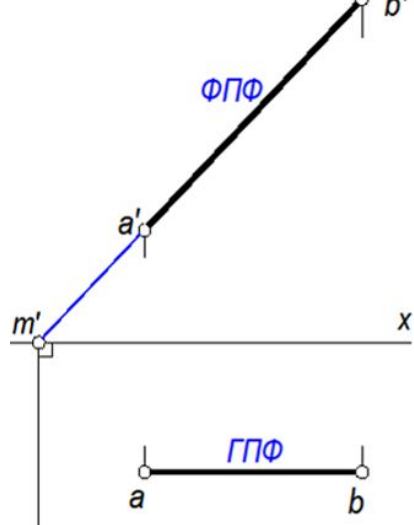
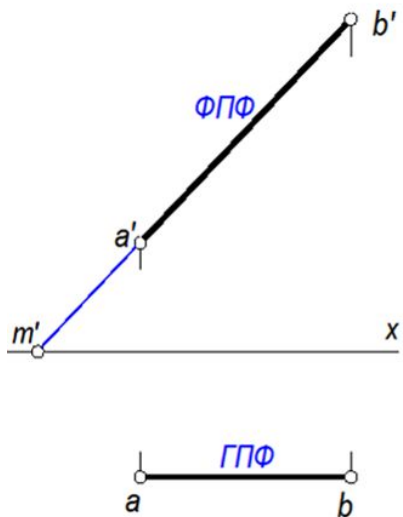


**ГПФ - горизонтальная проекция  
фронтали  
ФПФ - фронтальная проекция**

## Решение задачи

**Задача: Определить следы прямой АВ и углы наклона**

до и плоскостям проекций



Фронтальную проекцию прямой  $a'b'$  продлеваем до пересечения с осью  $Ox$  - получаем точку  $m'$

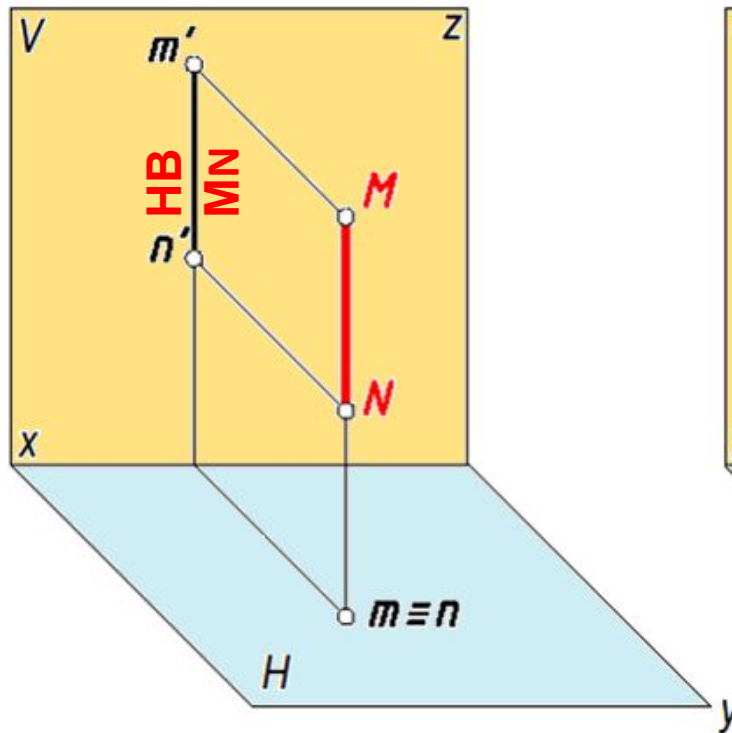
Через точку  $m'$  проводим перпендикуляр к оси  $Ox$

Определяем горизонтальный след прямой  $AB$  - точку  $M \equiv m$

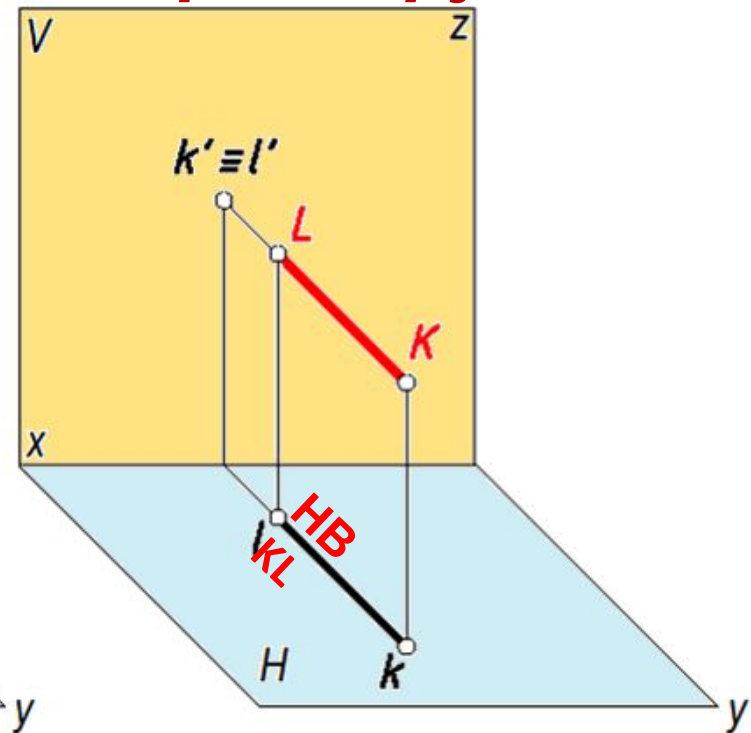
Находим угол наклона прямой  $AB$  к горизонтальной плоскости проекций - угол  $\alpha$   
Угол  $\beta = 0$

## Прямая линия

**Прямые частного положения**  
**Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций, называются проецирующими**



$MN \perp H$  - горизонтально проецирующая



$KL \perp V$  - фронтально проецирующая

Прямая на одну из плоскостей проекций проецируется в точку, на другую - в натуральную величину

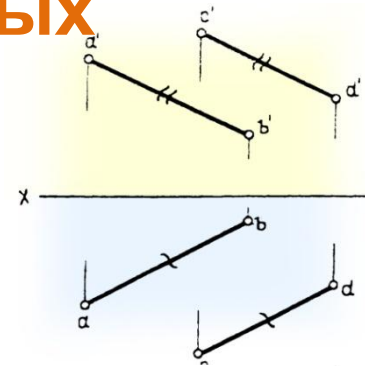


## Прямая линия

### Взаимное расположение прямых

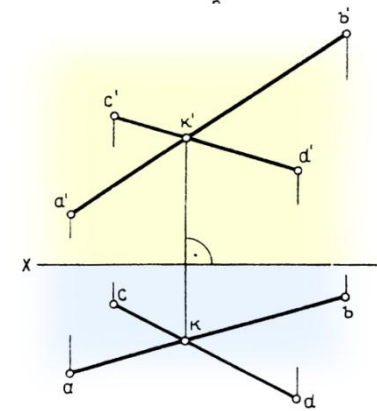
- **Параллельные прямые**

Проекции параллельных прямых на плоскость – параллельны



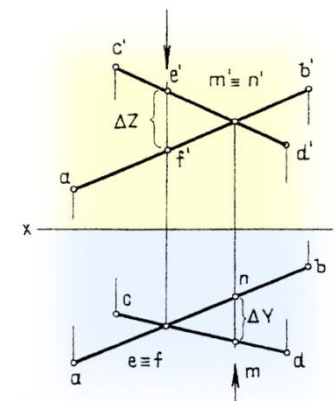
- **Пересекающиеся прямые**

Точки пересечения одноименных проекций прямых находятся на одной линии связи



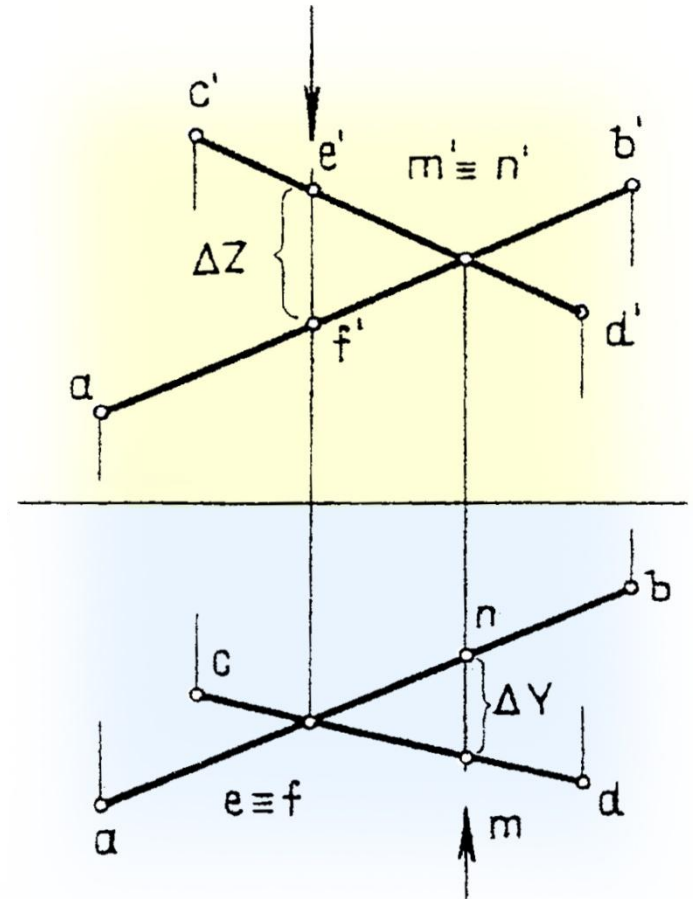
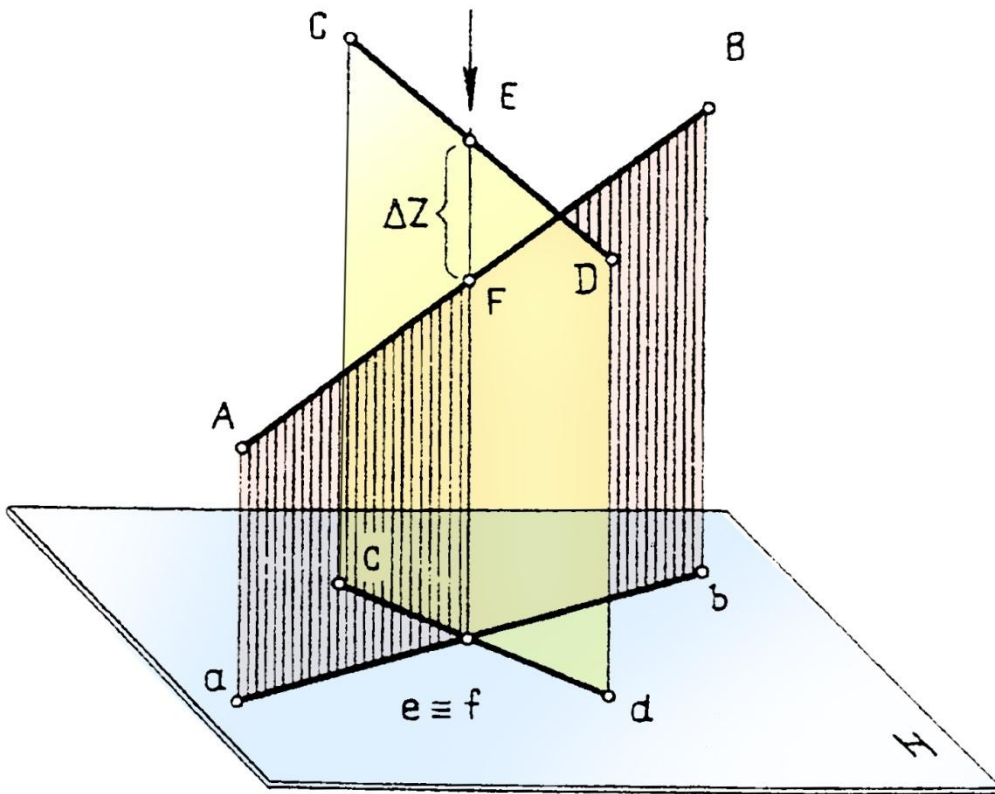
- **Скрещивающиеся прямые**

Точки пересечения одноименных проекций прямых не находятся на одной линии связи



# Прямая линия

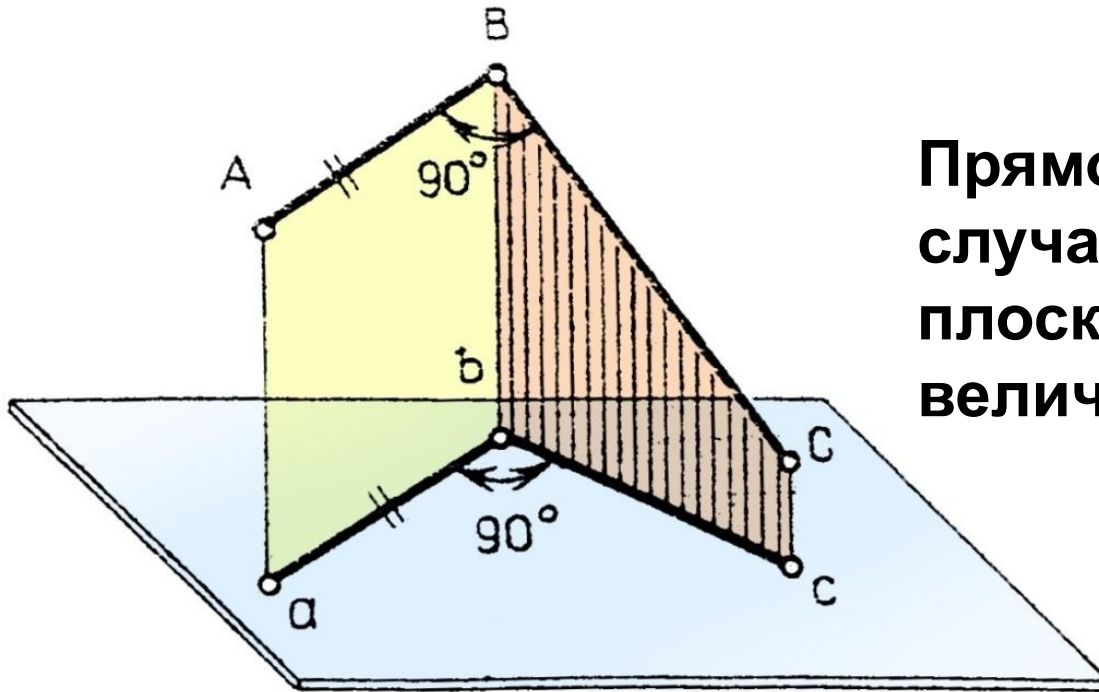
## Скрещивающиеся прямые



Использование конкурирующих точек **E** и **F** для определения видимости прямых

## Прямая линия

### Взаимно перпендикулярные прямые

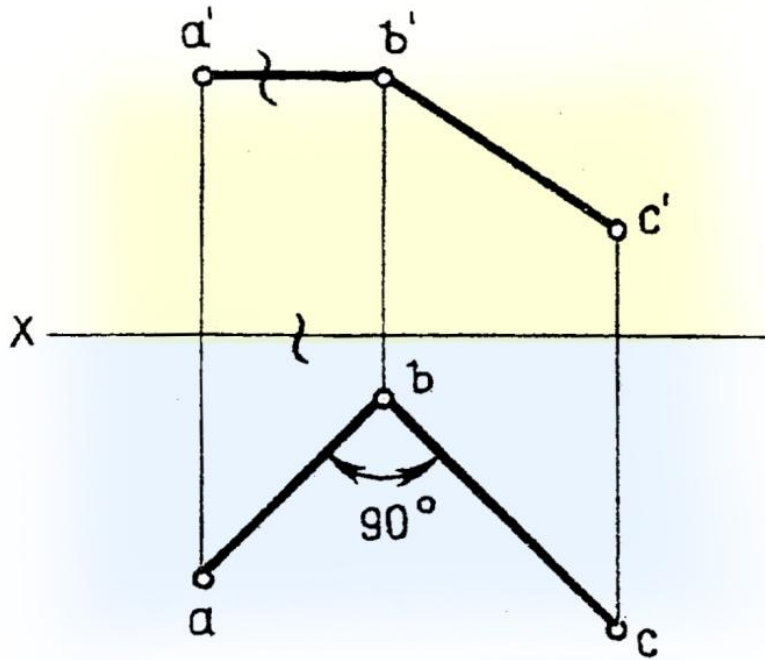


Прямой угол в общем случае не проецируется на плоскость в натуральную величину

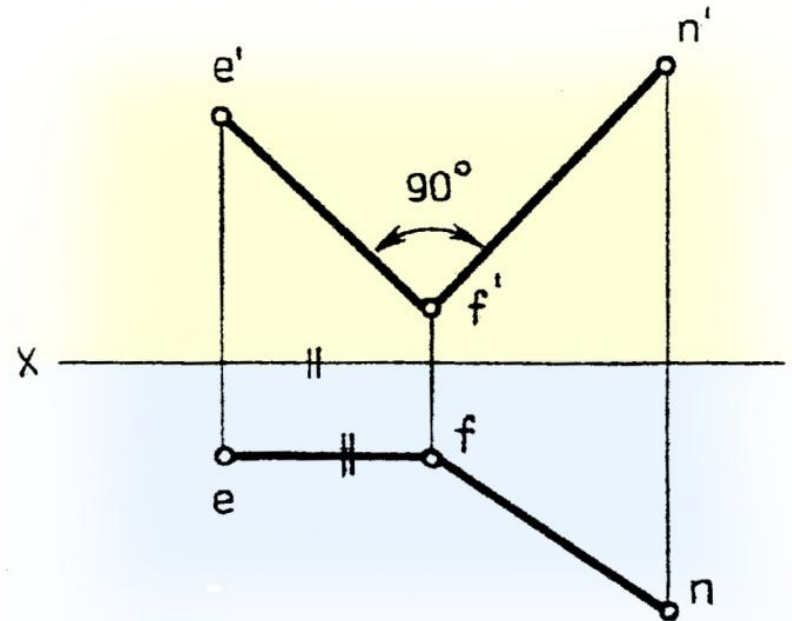
**Теорема о проецировании прямого угла**  
**Прямой угол проецируется на плоскость в натуральную величину, если одна из его сторон параллельна этой плоскости**

## Прямая линия

### Взаимно перпендикулярные прямые



- Угол **ABC** проецируется на плоскость **H** в натуральную величину, так как **AB // H**



- Угол **EFN** проецируется на плоскость **V** в натуральную величину, так как **EF // V**