Системы уравнений и их графическое решение.

«Мне приходиться делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует для данного момента, а уравнения будут существовать вечно» А. Эйнштейн.

Работу выполнил ученик 7»Г» класса МАОУ «Медико-биологический лицей» Артюхин Сергей

Руководитель Храмова С.В.

- **Цель:** Выяснить, является ли графический способ самым рациональным для решения систем уравнений.

- **Задачи исследования:**

  Рассмотреть различные аналитические и графический способы решения систем уравнений.

  Научиться решать задачи с помощью систем уравнений.

  Создать программу, помогающую упростить решение систем уравнений графическим способом.

- **Методы исследования:**

  Подумать самостоятельно;

  Посмотреть книги;

  Обратиться к компьютеру, посмотреть в глобальной сети Интернет;

  Познакомиться с опытом других людей

Системы уравнений и методы их решений.

Системой уравнений называется набор из нескольких (больше одного) уравнений, соединённых фигурной скобкой.

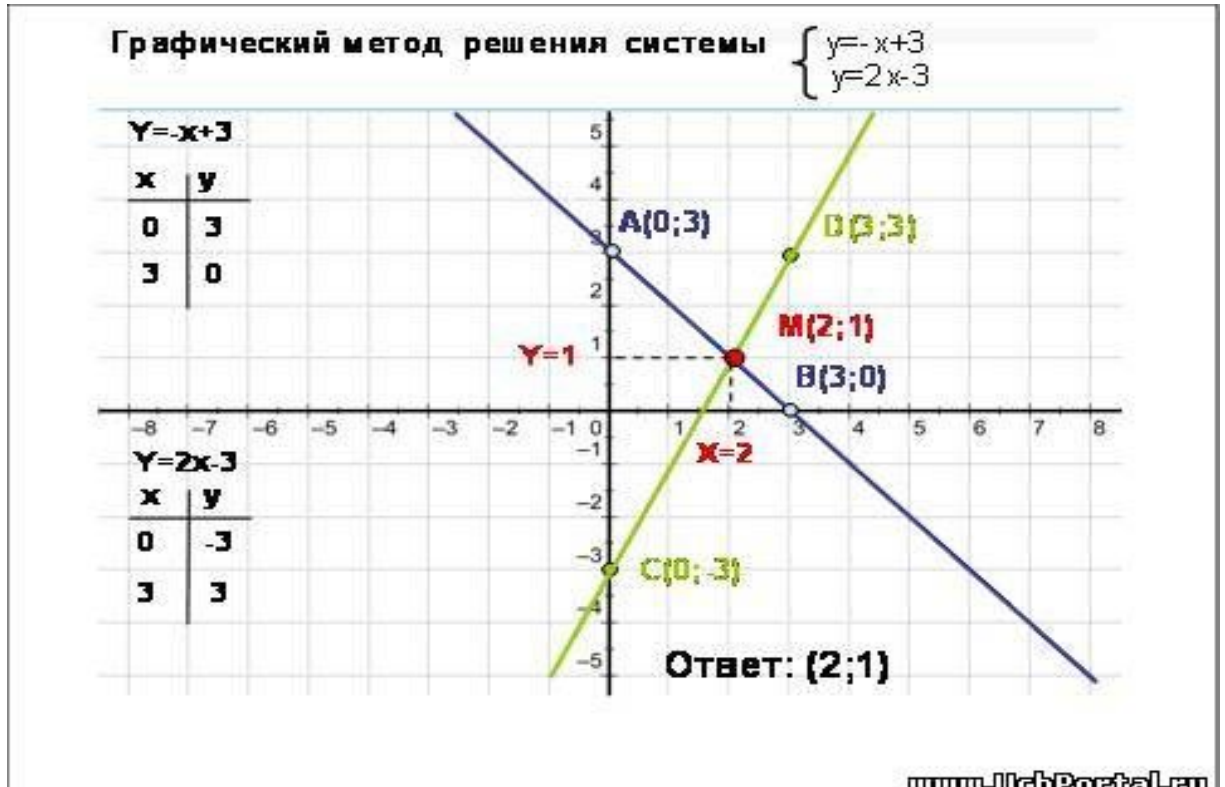
$$\begin{cases} F_1(x_1, x_2, \ldots, x_M) = 0 \\ F_2(x_1, x_2, \ldots, x_M) = 0 \\ \ldots \\ F_N(x_1, x_2, \ldots, x_M) = 0 \end{cases}$$

Аналитические методы

решения систем алгебраических уравнений:

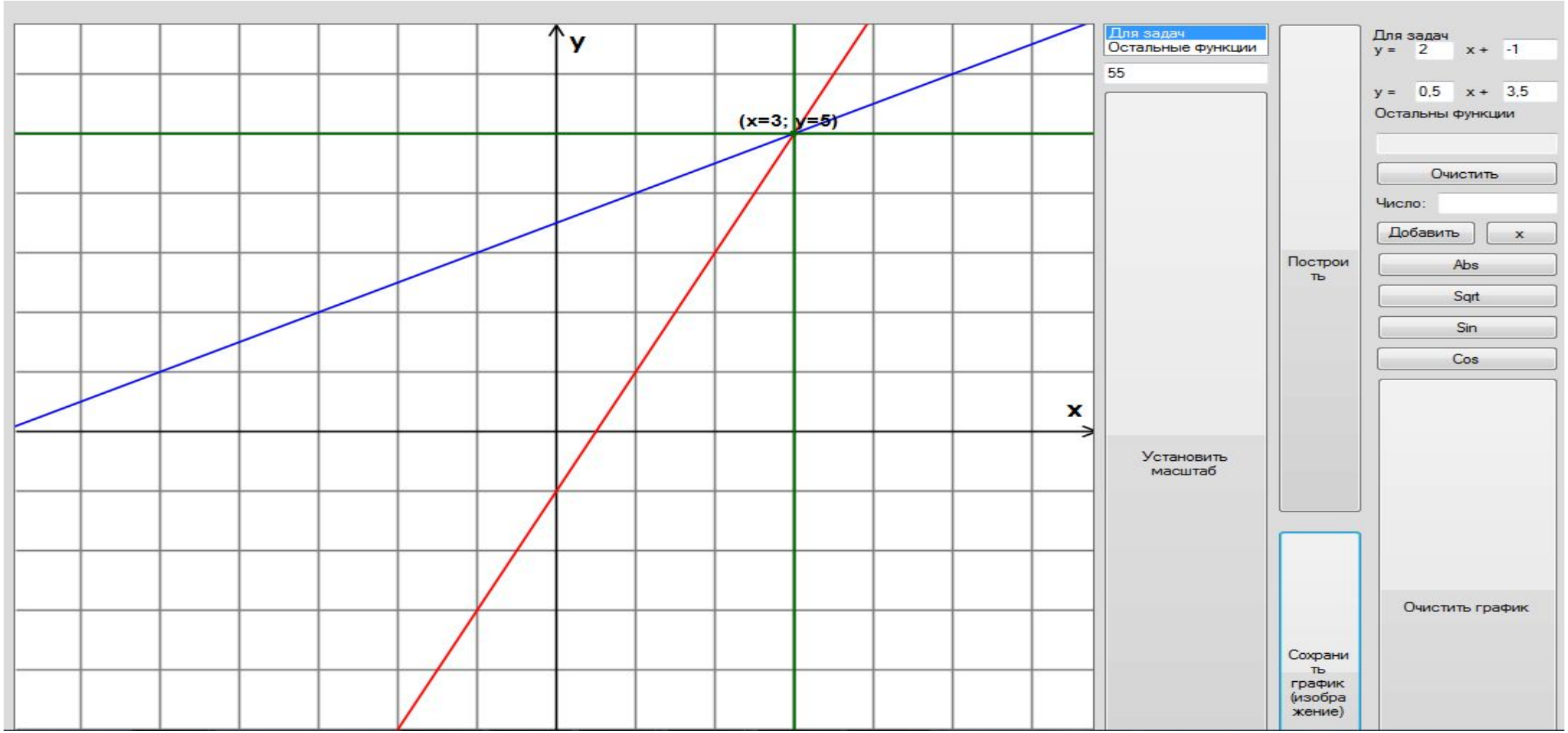
- метод подстановки,
- метод сложения,
- метод Гаусса,
- метод Крамера.

Графический метод



Программа, упрощающая решение систем уравнений графическим методом.

- Программа позволяет ускорить решение систем уравнений графическим способом. Написана на языке программирования c# в среде Microsoft Visual Studio.



Плюсы и минусы графического метода решения систем уравнений.

Система 1.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -x^2 + 2x + 5 \end{cases}$$

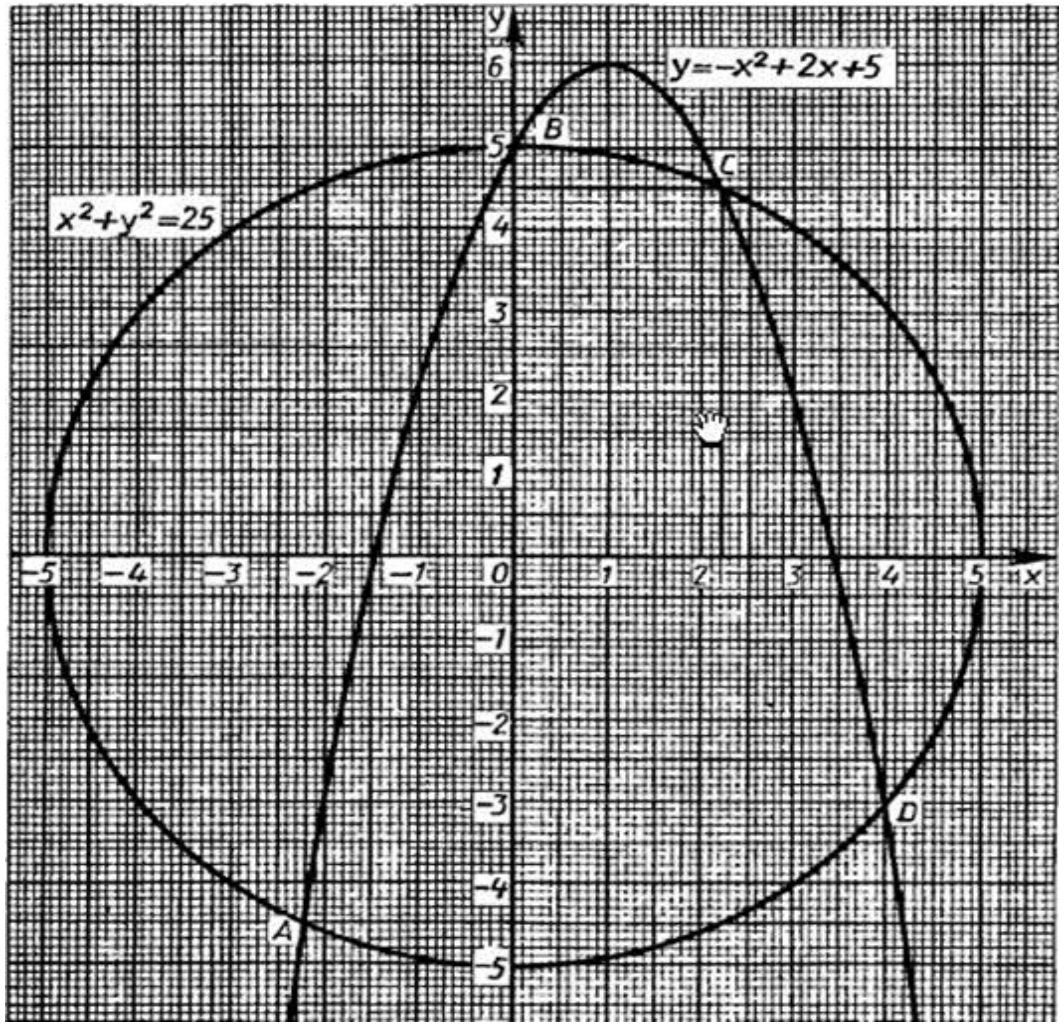
Решение.

Получаем следующие результаты:

A(-2,2;-4,5), C(2,2;4,5) – приближенные значения

B(0;5), D(4,-3) – точные значения корней.

Графический метод часто используется, чтобы оценить количество корней и примерные их значения.

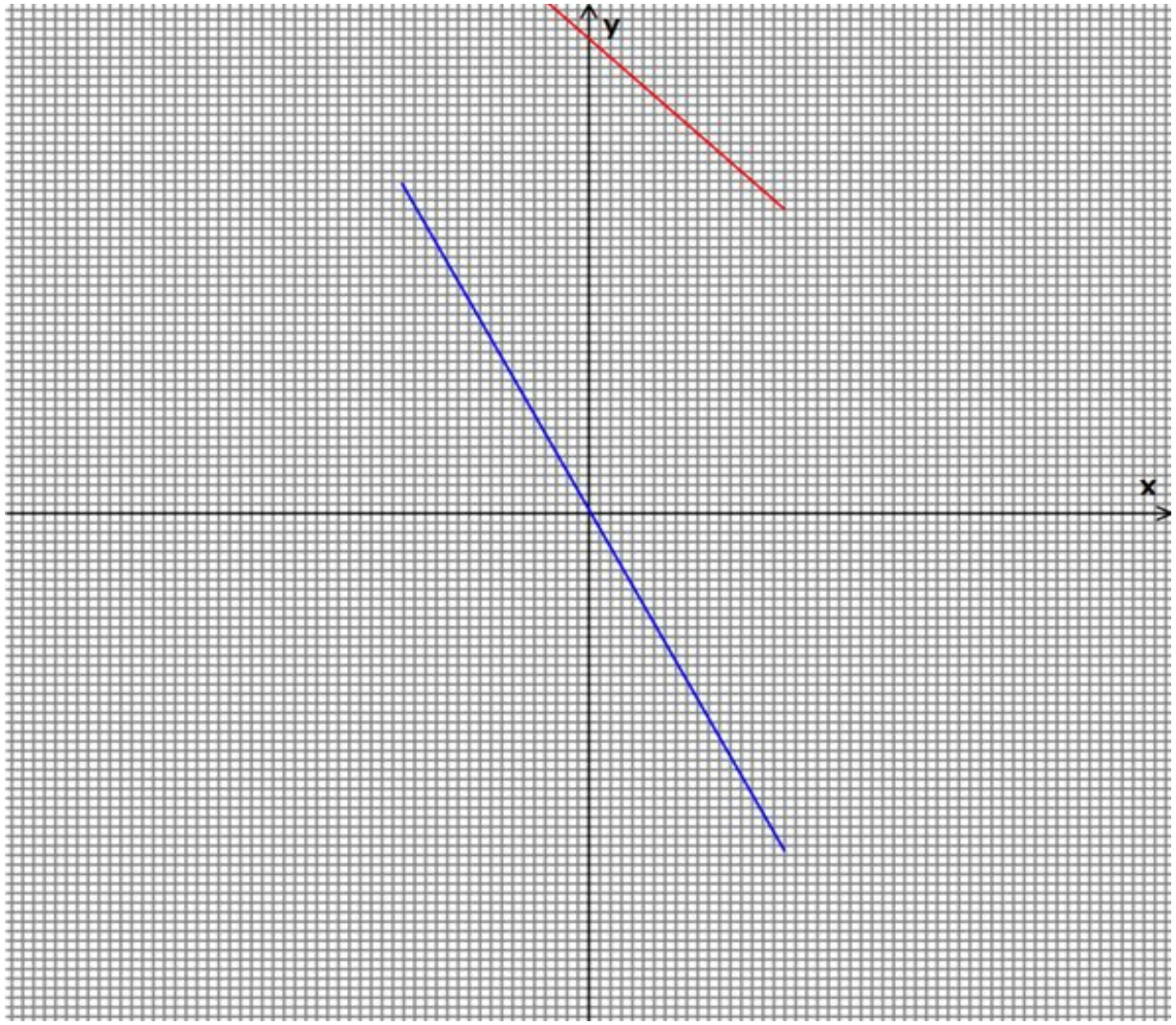


- **Система 2.** $$\begin{cases} x + y = 50, \\ 10x + 5y = 2 \end{cases}$$

Решение.

Выделим переменную y в каждом уравнении. Получим

$$\begin{cases} y = 50 - x, \\ y = 0{,}4 - 2x \end{cases}$$



Графически решение системы не найдено, так как программа не позволяет увидеть точку пересечения графиков из-за невозможности выбора масштаба.

Система 3 $\begin{cases} 6{,}751x + 3{,}249y = 26{,}751 \\ 3{,}249x + 6{,}751y = 23{,}249 \end{cases}$

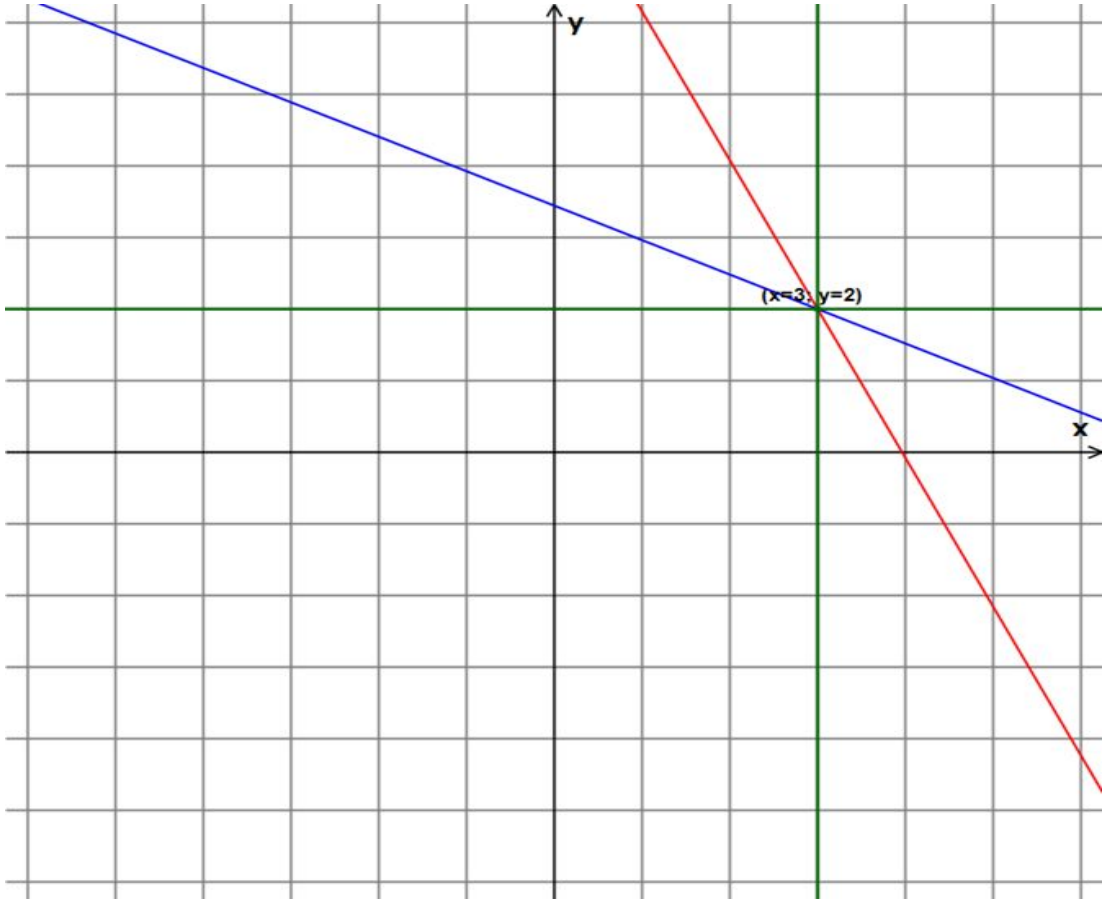
Аналитическое решение

- Применив метод сложения, получаем y = 5 – x
- Так же используя метод сложения, находим значение x
- $\begin{cases} 6{,}751^2x + 3{,}249 * 6{,}751y = 26{,}751 * 6{,}751 \\ 3{,}249^2x + 6{,}751 * 3{,}249y = 23{,}249 * 3{,}249 \end{cases}$
-
- $(6{,}751^2 - 3{,}249^2)x = (20 + 6{,}751) * 6{,}751 - (20 + 3{,}249) * 3{,}249$
-
- $(6{,}751^2 - 3{,}249^2)x = 20 * 6{,}751 + 6{,}751^2 - 20 * 3{,}249 - 3{,}249^2$

$x = \frac{20*6{,}751+6{,}751^2-20*3{,}249-3{,}249^2}{6{,}751^2 - 3{,}249^2}$

- $x = \frac{20(6{,}751-3{,}249)}{(6{,}751-3{,}249)(6{,}751+3{,}249)} + 1$
- $x = \frac{20}{10} + 1$
- x = 3
- y = 2
- Ответ: (3; 2)

Графическое решение



Графическое решение задачи с помощью программы, рисующей графики.

Задача.

В прямоугольнике, периметр которого 52 см, разность длин двух сторон равна 4 см. Найдите стороны прямоугольника.

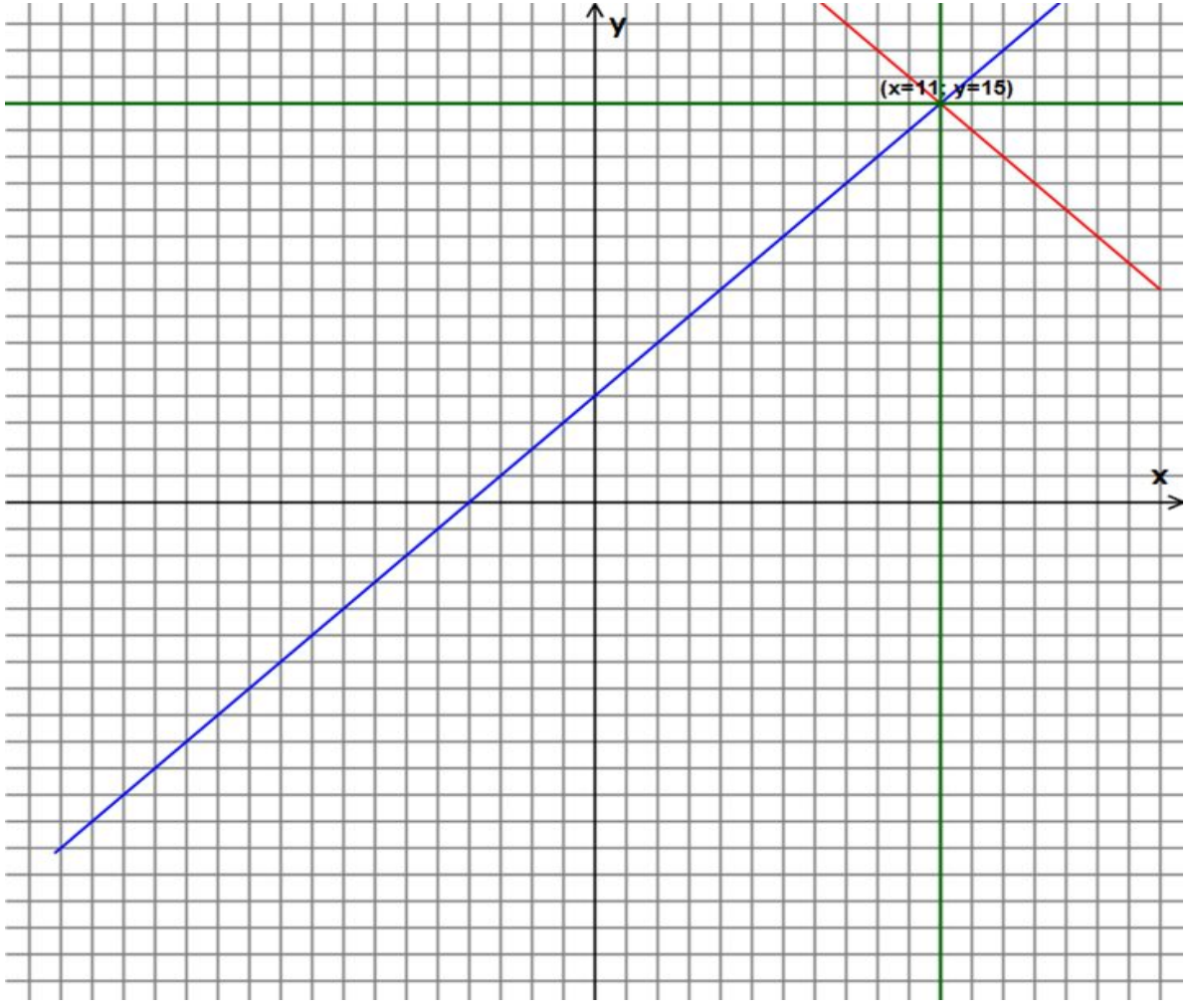
Решение.

Пусть x, y – стороны прямоугольника. (y>x).
Использовав данные задачи, мы получили систему уравнений $\begin{cases} 2x + 2y = 52, \\ y - x = 4. \end{cases}$

Выделим из системы переменную y: $\begin{cases} y = 26 - x, \\ y = 4 + x. \end{cases}$

Точка (11;15) – решение полученной системы.

Ответ: 11 см, 15 см.



Заключение.

В процессе работы я понял, что графический способ не является самым рациональным при решении систем уравнений. Не всякую систему уравнений можно решить этим методом, так как он имеет свои преимущества и недостатки.

Преимущества:

- сложно или практически невозможно решить аналитически систему уравнений
- быстрота построения графиков и нахождения корней,
- Наглядность и геометрическая иллюстрация наличия корней.
- полезен для проверки уже найденного решения.

Недостатки:

- если система уравнений легко разрешима аналитически, то не имеет смысла решать ее графически.
- Невозможность выбора масштаба для построения графиков.
- Неточность при действительных или рациональных корнях.