

# Способы решения уравнения $\sin X - \cos X = 1$

Работа Костричиной Полины, Косторева Ярослава Гледких  
Алексея, Плешкова Владислава

# Использование формулы понижения степени и двойного угла

$$\sin x - \cos x = 1$$

$$\sin x = 1 + \cos x$$

$$2\sin x/2 \cdot \cos x/2 = 2\cos^2 x/2 = 0$$

$$2\cos x/2 \cdot (\sin x/2 - \cos x/2) = 0$$

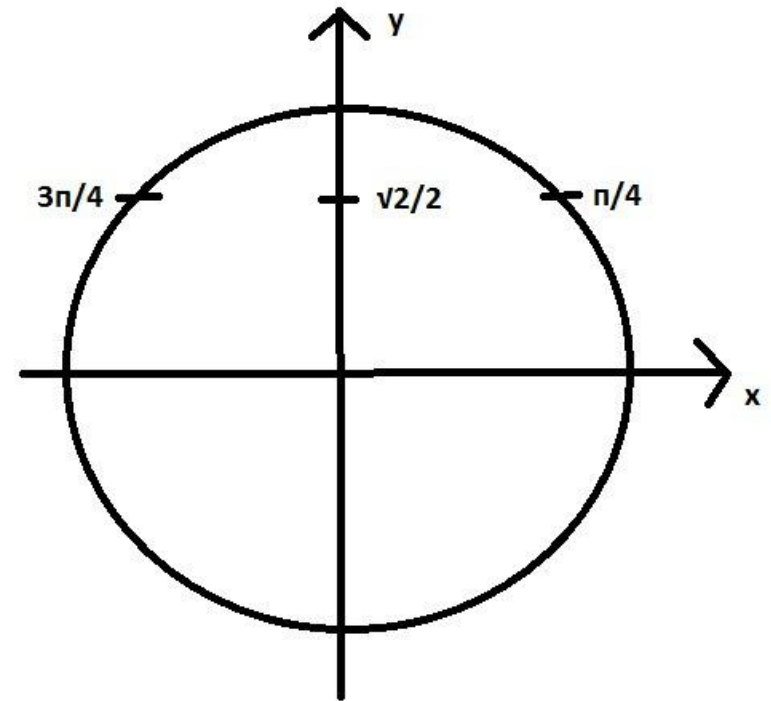
- $\cos x/2 = 0$
- $x/2 = \pi/2 + \pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- $\sin x/2 - \cos x/2 = 0 \mid : \cos x/2 \neq 0$
- $\operatorname{Tg} x/2 - 1 = 0$
- $\operatorname{Tg} x/2 = 1$
- $x/2 = \pi/4 + \pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- Ответ:  $x = \pi + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$

# Введение вспомогательного угла

- $\sin x - \cos x = 1$
- $\sqrt{2}(1/\sqrt{2}\sin x - 1/\sqrt{2}\cos x) = 1 \quad | : \sqrt{2}$
- $1/\sqrt{2}\sin x - 1/\sqrt{2}\cos x = 1/\sqrt{2}$
- $\cos \pi/4 \sin x - \sin \pi/4 \cos x = 1/\sqrt{2}$
- $\sin(x - \pi/4) = 1/\sqrt{2}$
- $x - \pi/4 = \pi/4 + 2\pi n \quad x -$   
 $\pi/4 = 3\pi/4 + 2\pi n$
- $x = \pi/2 + 2\pi n, n \text{ принад. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n, n \text{ принад. } \mathbb{Z}$
- Ответ:  $x = \pi/2 + 2\pi n, n \text{ принад. } \mathbb{Z}$

$$1/\sqrt{2} = \cos \pi/4$$

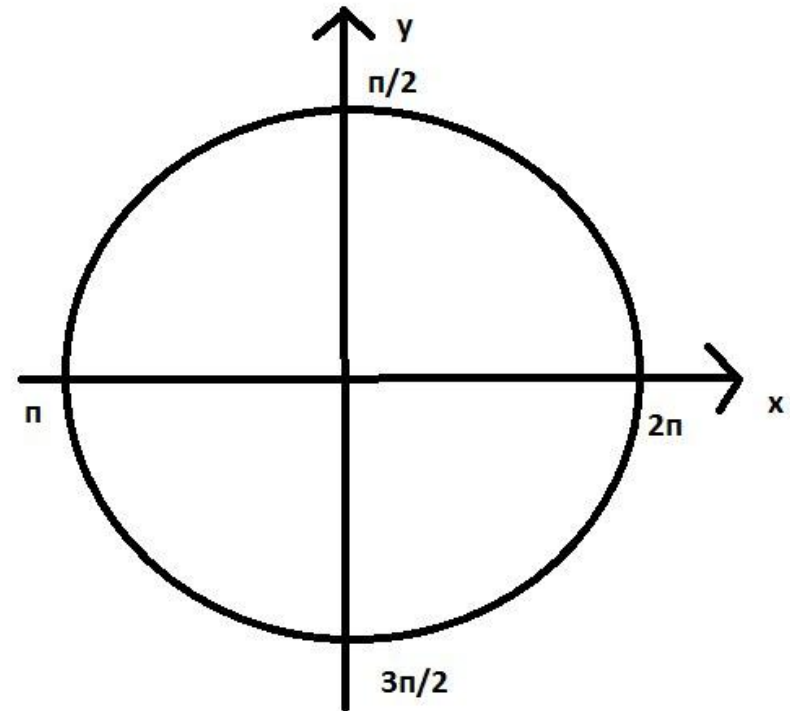
$$1/\sqrt{2} = \sin \pi/4$$



# Возведение в квадрат

- $\sin x - \cos x = 1$
- $(\sin x - \cos x)^2 = 1^2$
- $\sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 1$
- $1 - 2\sin x \cdot \cos x = 1$
- $2\sin x \cdot \cos x = 0$
- $\sin 2x = 0$
- $2x = \pi n \quad x = \pi n / 2, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi / 2 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = 3\pi / 2 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$



# Проверка: $\sin x - \cos x$

$$1) \sin 2\pi - \cos 2\pi = 1$$

$$0 - 1 = 1$$

$$-1 \neq 1$$

$$3) \sin \pi + \cos \pi = 1$$

$$0 - (-1) = 1$$

$$1 = 1 +$$

Ответ:  $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n$

принад.  $Z$

$$x = \pi + 2\pi n, n \text{ принад. } Z$$

$$2) \sin \pi/2 - \cos \pi/2$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 = 1 +$$

$$4) \sin 3\pi/2 - \cos 3\pi/2 = 1$$

$$-1 - 0 = 1$$

$$-1 \neq 1$$

# Формулы универсальной подстановки

- $\sin x = 2 \operatorname{tg} x/2 / 1 + \operatorname{tg}^2 x/2$
  - $\cos x = 1 - \operatorname{tg}^2 x/2 / 1 + \operatorname{tg}^2 x/2$
  - $2 \operatorname{tg} x/2 / 1 + \operatorname{tg}^2 x/2 - 1 - \operatorname{tg}^2 x/2 / 1 + \operatorname{tg}^2 x/2 = 1 \cdot 1 + \operatorname{tg}^2 x/2 \neq 0$  так как  $\operatorname{tg} 2x/2 \geq 0$
  - $2 \operatorname{tg} x/2 - 1 + \operatorname{tg}^2 x/2 = 1 + \operatorname{tg}^2 x/2$
  - $2 \operatorname{tg} x/2 = 2 \mid : 2$
  - $x \neq \pi + 2\pi n$   $n$  принад. $\mathbb{Z}$
  - Проверим:
  - $\sin x - \cos x = 1$
  - $\sin \pi - \cos \pi = 1$
  - $0 - (-1) = 1$
  - $1 = 1 +$
- $\operatorname{tg} x/2 = 1$
- $x/2 = \pi/4 + \pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- Ответ:
- $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$

# Графический

$$\sin x - \cos x = 1$$

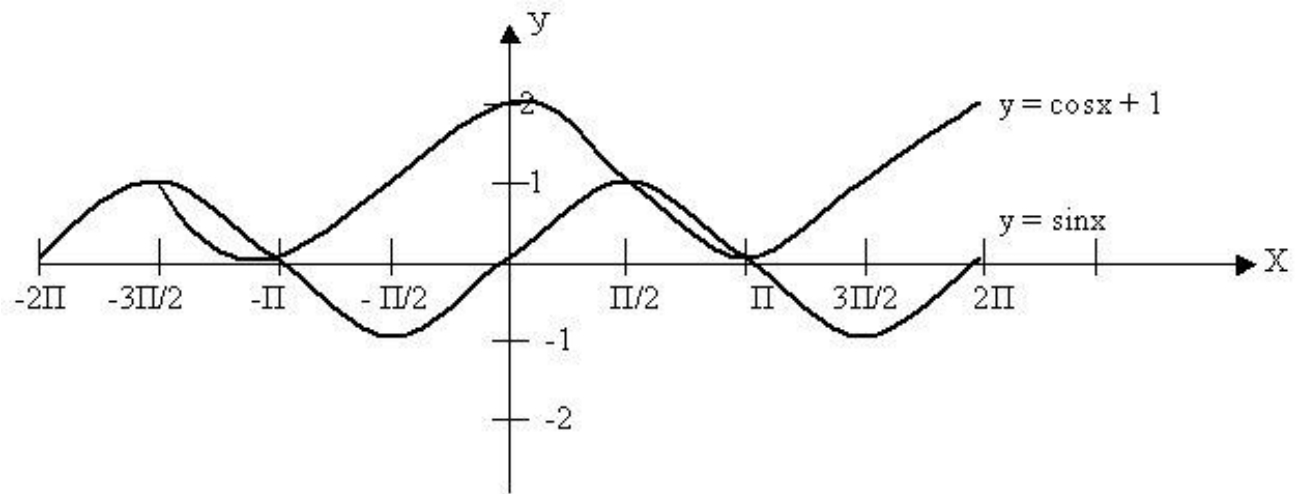
$$\sin x = 1 + \cos x$$

$$y = \sin x$$

$$y = 1 + \cos x$$

Ответ:  $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$

$x = \pi + 2\pi n$ ,  $n$  принад. $\mathbb{Z}$



# Сведение к однородному

$$\sin x - \cos x = 1$$

$$2\sin x/2 \cos x/2 - \cos^2 x/2 + \sin^2 x/2 + \cos^2 x/2$$

$$2\sin x/2 \cos x/2 - \cos^2 x/2 + \sin^2 x/2 - \sin^2 x/2 - \cos^2 x/2 = 0$$

$$2\sin x/2 \cos x/2 - \cos^2 x/2 = 0$$

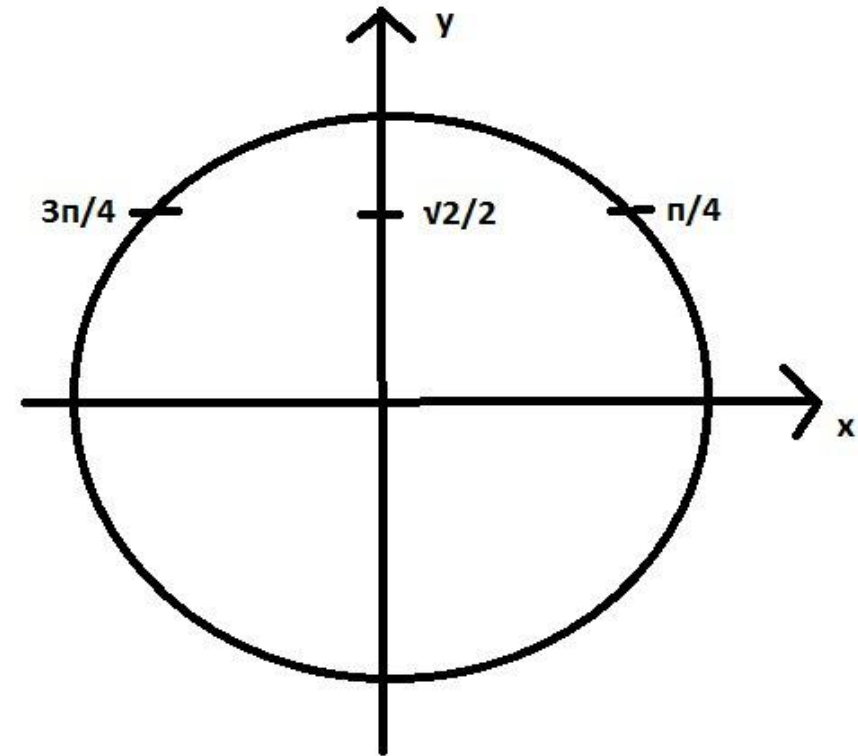
$$2\cos x/2 (\sin x/2 - \cos x/2) = 0$$

- $\cos x/2 = 0$
- $x/2 = \pi/2 + \pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $\sin x/2 - \cos x/2 = 0 \quad | : \cos x/2 \neq 0$
- $\operatorname{Tg} x/2 - 1 = 0$
- $\operatorname{Tg} x/2 = 1$
- $x/2 = \pi/4 + \pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi/2 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- Ответ:  $x = \pi/2 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$



# Использование формулы приведения и формулы суммы:

- $\sin x - \cos x = 1$
- $\sin x - \sin(\pi/2 - x) = 1$
- $2\sin((x - \pi/2 - x)/2) \cos((x + \pi/2 - x)/2) = 1$
- $2\sin(x - \pi/4) \cos \pi/4 = 1$
- $2\sin(x - \pi/4) * \sqrt{2}/2 = 1$
- $\sin(x - \pi/4) = \sqrt{2}/2$
- $x - \pi/4 = \pi/4 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x - \pi/4 = 3\pi/4 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi/2 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$



- Ответ:  $x = \pi/2 + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$
- $x = \pi + 2\pi n, n \text{ принадлеж. } \mathbb{Z}$

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ**