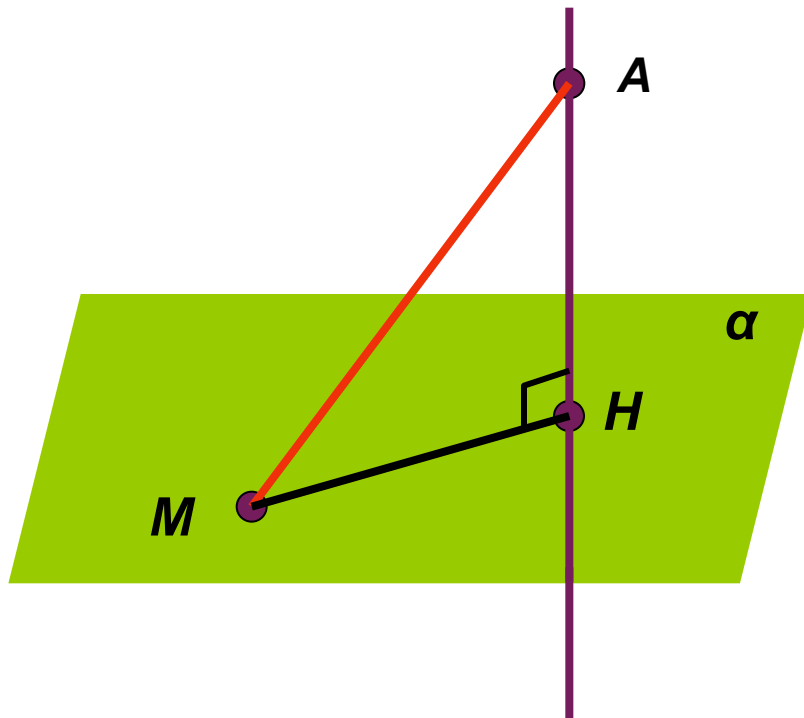


ПОСЛЕДНИ
МЕРУПОР

ИЗАРЛОШЬС

***Расстояние от точки
до плоскости***

Расстояние от точки до плоскости



Решите задачи:
№ 138а, 139

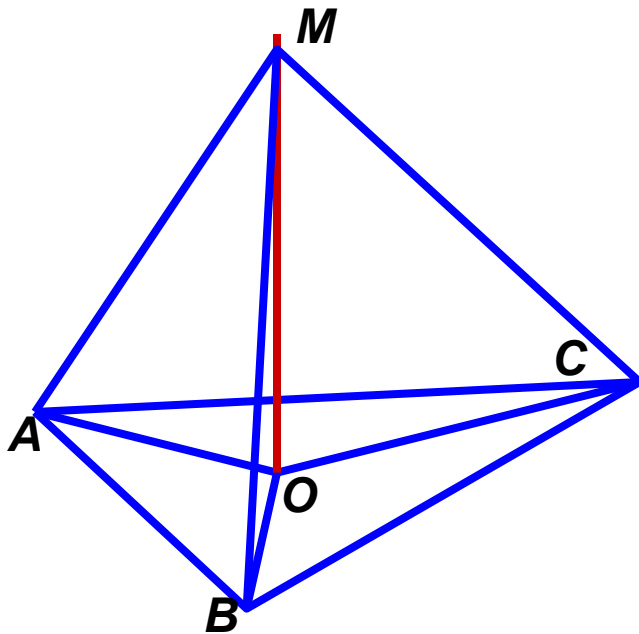
Отрезок AH – перпендикуляр, проведённый из точки A к плоскости α . Точка H – основание перпендикуляра.

Отрезок AM – наклонная. Точка M – основание наклонной. Отрезок MH – проекция наклонной.

$\triangle AMH$ – прямоугольный.
 AH – катет, AM – гипотенуза.
Поэтому $AH < AM$.

Длина перпендикуляра, проведённого из точки A к плоскости α , называется расстоянием от точки A до плоскости α .

Свойство наклонных и их проекций: Если из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные, то: 1) если наклонные равны, то равны и их проекции; 2) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные.

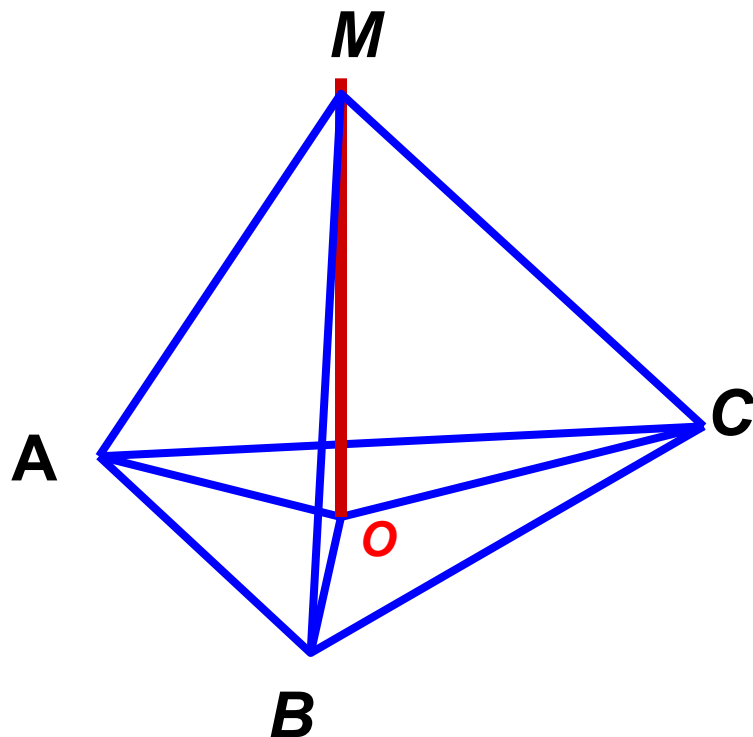


Важная задача: Если точка равноудалена от всех вершин n -угольника, то она проецируется в центр описанной около n -угольника окружности.

Верно и обратное утверждение: Если точка лежит на перпендикуляре, проходящем через центр описанной около многоугольника окружности, то она равноудалена от вершин этого многоугольника

Решите:
№ 140, 143

№143



Дано: $\triangle ABC$ -правильный,
 $AB=6\text{ см}$, $M \in (ABC)$,
 $AM=BM=CM=4\text{ см}$.

Найдите расстояние
от M до (ABC) .

1. $MO \perp (ABC)$.

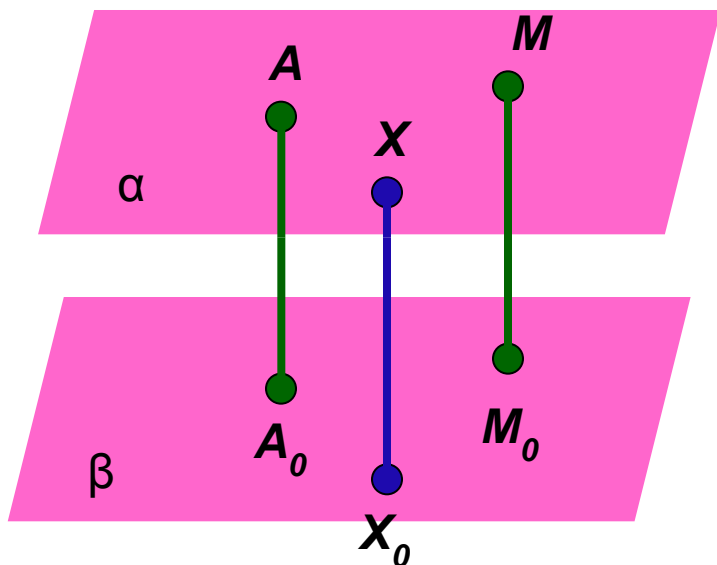
2. $\triangle AOM = \triangle BOM = \triangle COM \Rightarrow$
 $AO=BO=CO$, т.е. O - центр
описанной окр-ти.

3. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}, R = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}\text{ см}$

4. $\triangle МОС$ -прямоуг., значит

$$MO = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16 - 12} = 2\text{ см}.$$

Расстояние между параллельными плоскостями

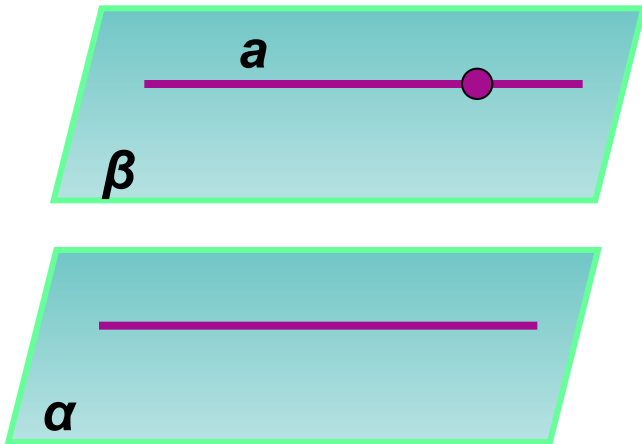


$AA_0 \perp \beta$, $MM_0 \perp \beta$, значит $AA_0 \parallel MM_0$.
Отсюда следует, что $AA_0 = MM_0$
(по свойству 2⁰ параллельных
прямых), т.е. расстояние от
любой точки X пл. α до пл. β равно
длине отрезка AA_0 .

**Если $\alpha \parallel \beta$, то все
точки одной плоскости
равноудалены от
другой плоскости.**

**Расстояние от произвольной
точки одной из параллельных
плоскостей до другой
плоскости называется
расстоянием между
параллельными плоскостями.**

№ 144: Если прямая (a) параллельна плоскости (α), то все точки этой прямой равноудалены от этой плоскости.



$a \parallel \beta$

1) Через какую – нибудь точку прямой a проведём пл. $\beta \parallel \alpha$ (№59).

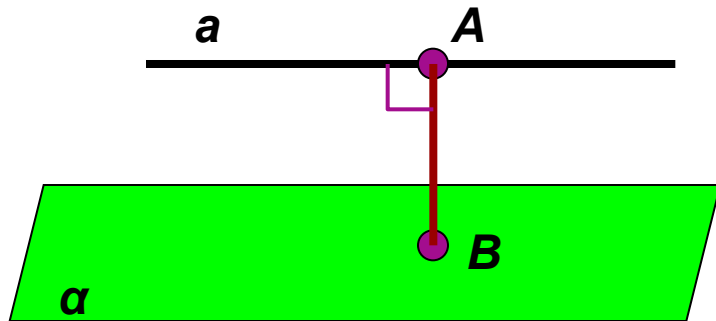
№59: через точку, не лежащую в плоскости, проходит плоскость, параллельная данной плоскости, и притом только одна.

2) $a \in \beta$, т.к. в противном случае она пересекает пл. β , а значит и пл. α (№55), что невозможно.

№55: Если прямая пересекает плоскость, то она пересекает также любую плоскость, параллельную данной плоскости

3) Все точки пл. β , а значит и прямой a равноудалены от плоскости α .

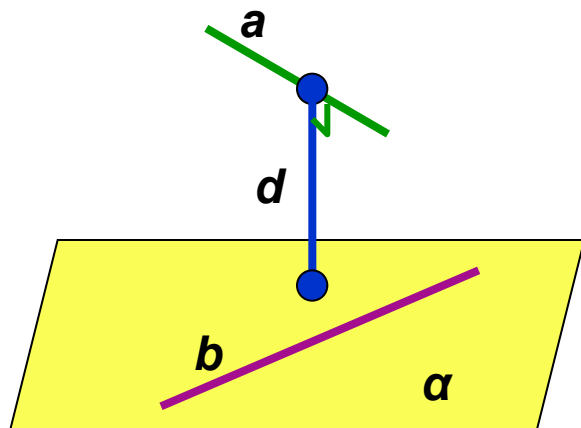
Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью



Все точки прямой равноудалены от плоскости. Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью.

Расстояние между скрещивающимися прямыми

$a \parallel \alpha$



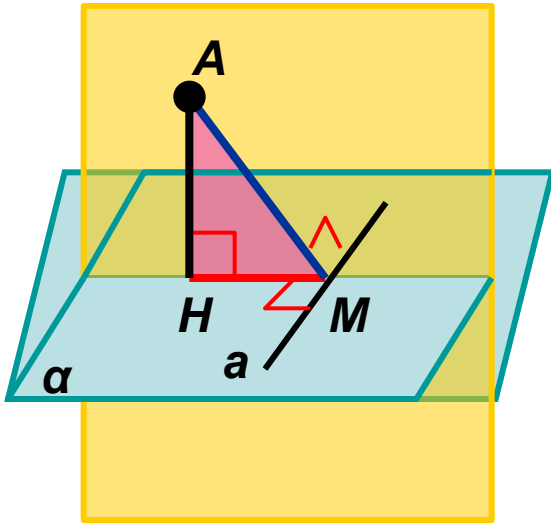
d – искомое расстояние

По теореме о скрещивающихся прямых (п.7) через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна. Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется расстоянием между скрещивающимися прямыми.

***Теорема
о трёх перпендикулярах***

Теорема о трёх перпендикулярах

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



Три перпендикуляра:
 AH , NM и AM .

Верна и обратная
теорема –
задача № 153.

Дано: AH – перпендикуляр к пл. α ;
 AM – наклонная; $a \perp \alpha$, $M \in a$, $a \perp NM$.
Доказать: $a \perp AM$

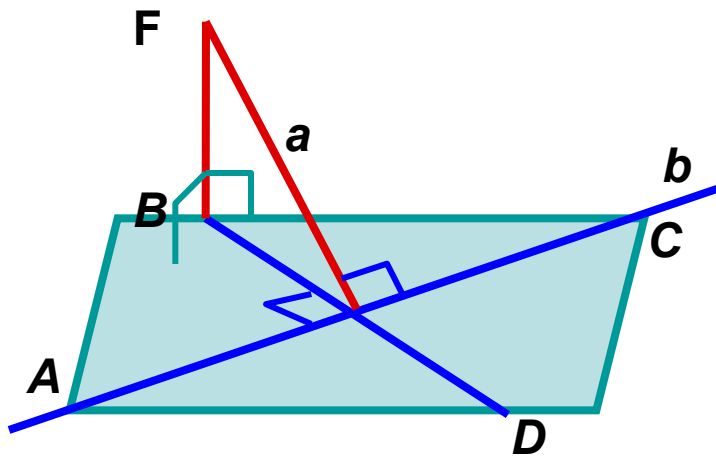
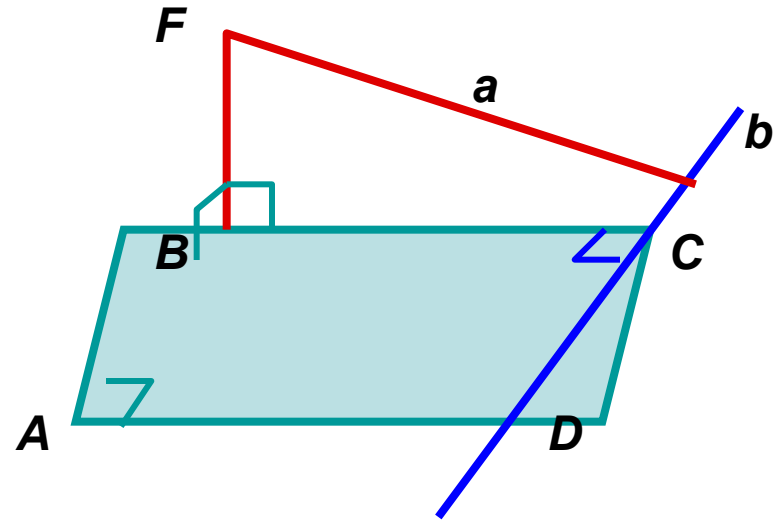
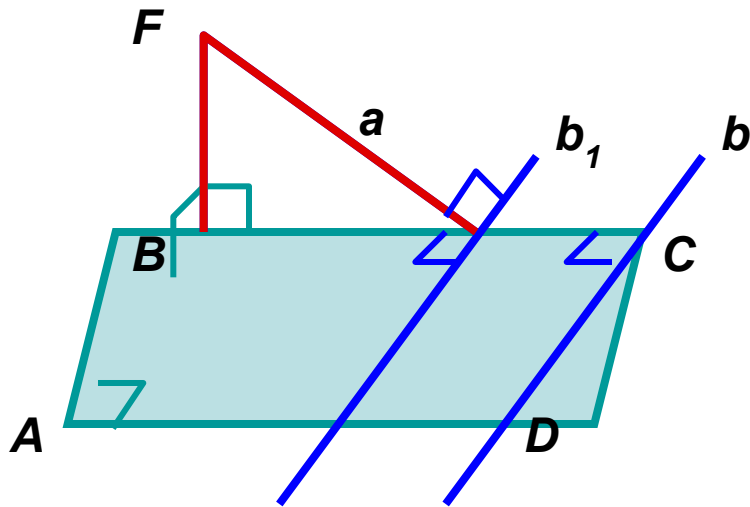
Доказательство:

Рассмотрим плоскость AMN .

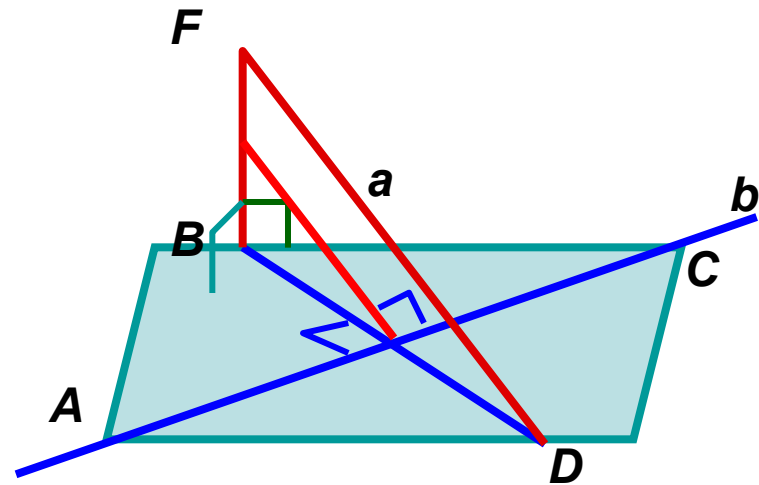
Т.к. $a \perp NM$ по условию и $a \perp AH$,
потому что $AH \perp \alpha$, то: $a \perp (AMN)$.

Отсюда следует, что прямая a
перпендикулярна к любой прямой,
лежащей в плоскости AMN , т.е.
наклонной AM . Теорема доказана.

3. Установите по рисункам положение прямых a и b .

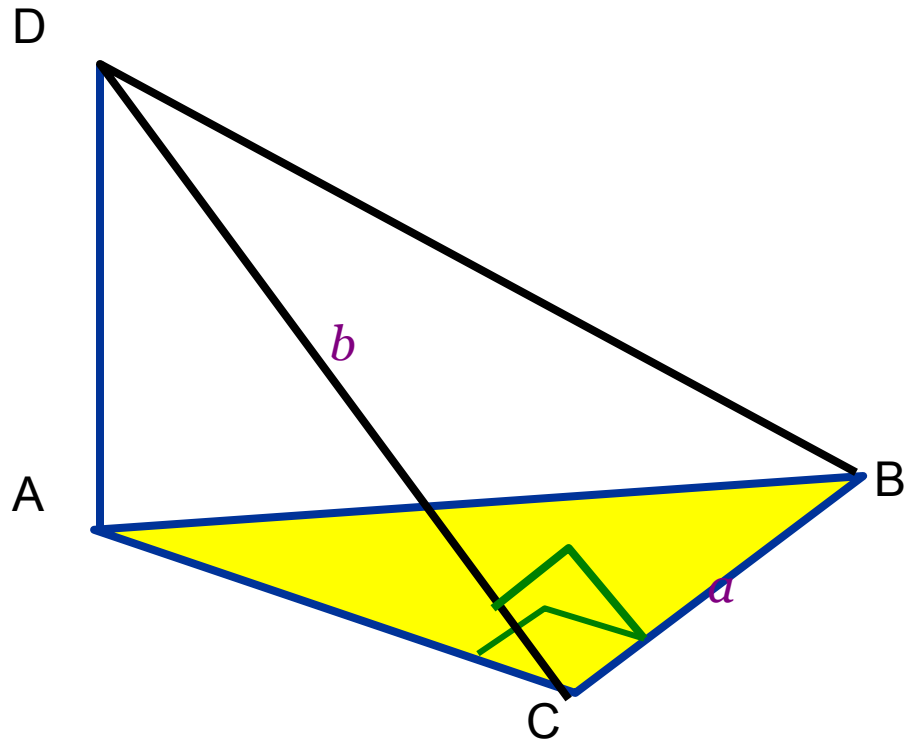


$ABCD$ – ромб.

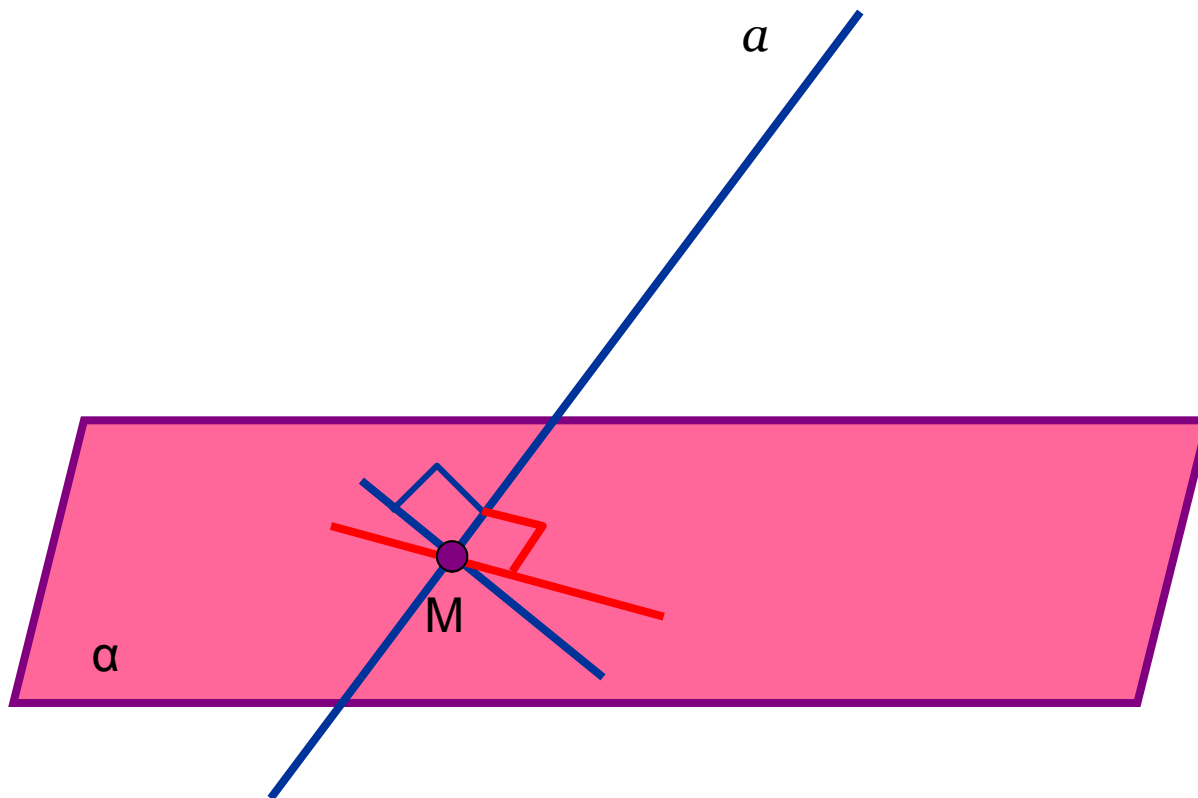


$ABCD$ – ромб.

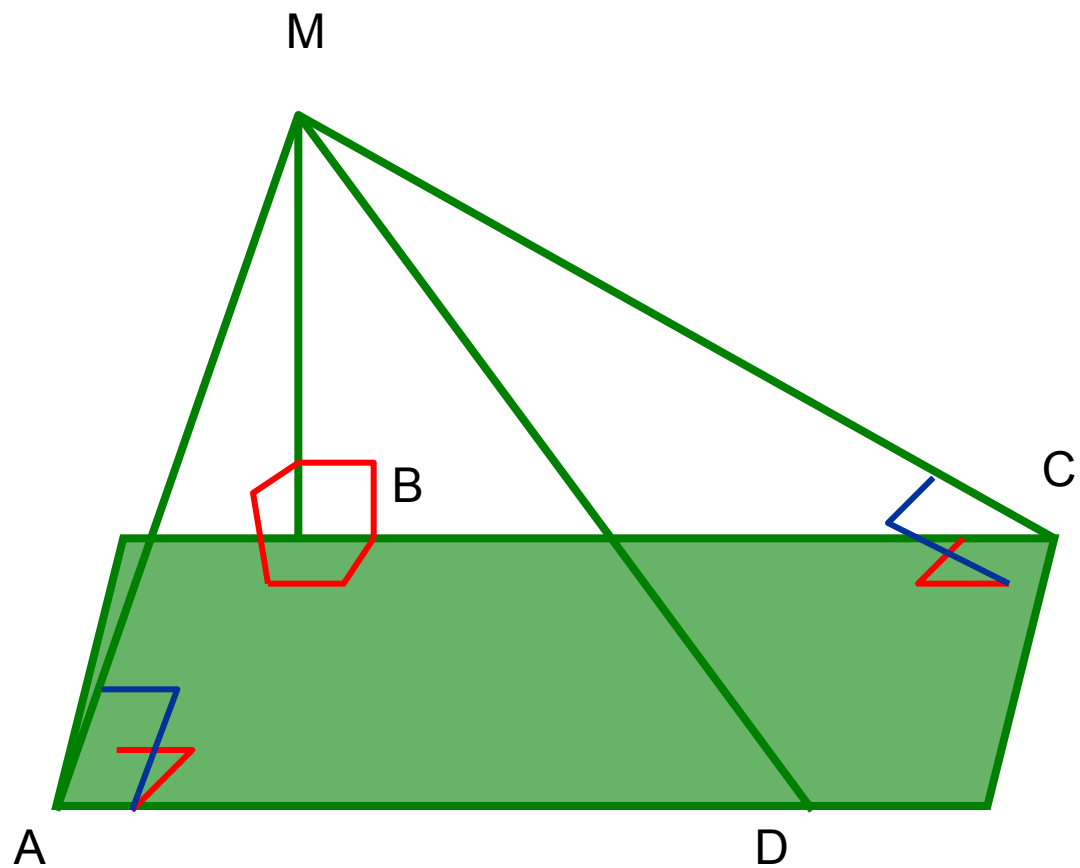
№145



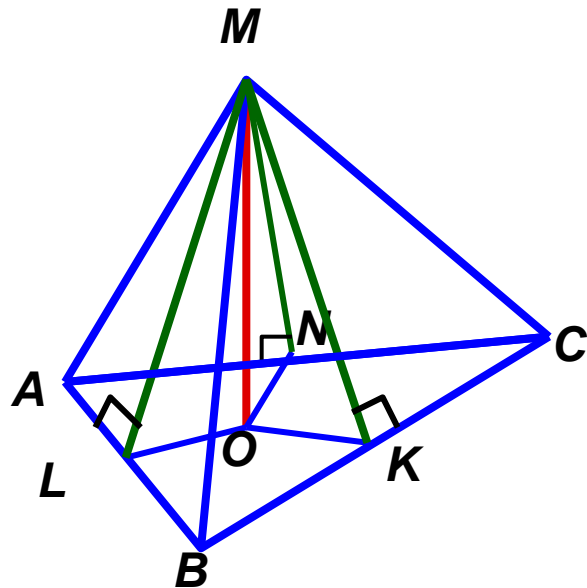
№146



No147



Важная задача: Если точка равноудалена от всех сторон многоугольника, то она проецируется на его плоскость в центр вписанной окружности.



Дано: $ML=MK=MN$, $ML \perp AB$, $MK \perp BC$, $MN \perp AC$.

Доказать: O – центр вписанной в n - угольник окружности.

Доказательство: 1) Проведём $MO \perp (ABC)$.

2) $ML \perp AB$, ML – наклонная, OL – проекция, значит $OL \perp AB$. Аналогично $OK \perp BC$, $ON \perp AC$.

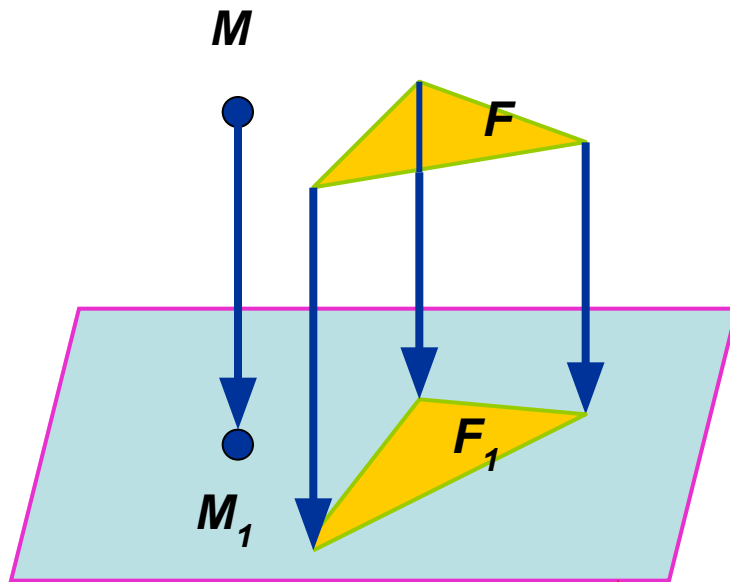
3) $OL = OK = ON$ (как проекции равных наклонных).

4) Точка O равноудалена от всех сторон n – угольника, следовательно является центром вписанной в него окружности.

Верно и обратное утверждение: Если точка лежит на перпендикуляре, проведённом через центр вписанной в многоугольник окружности, то она равноудалена от сторон этого многоугольника.

Угол между прямой и плоскостью

Прямоугольная проекция фигуры на плоскость



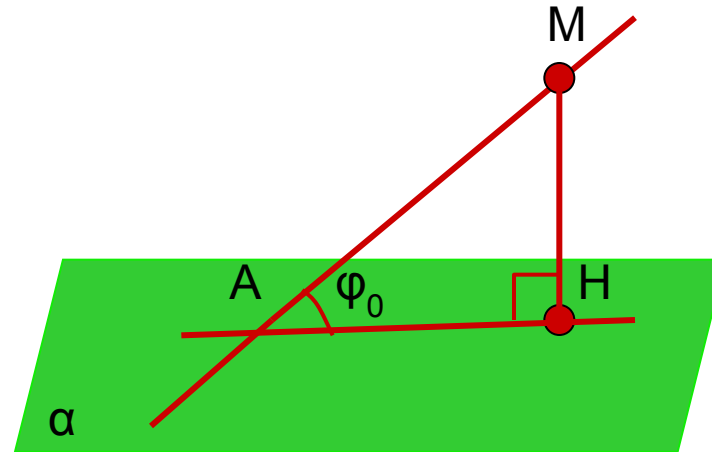
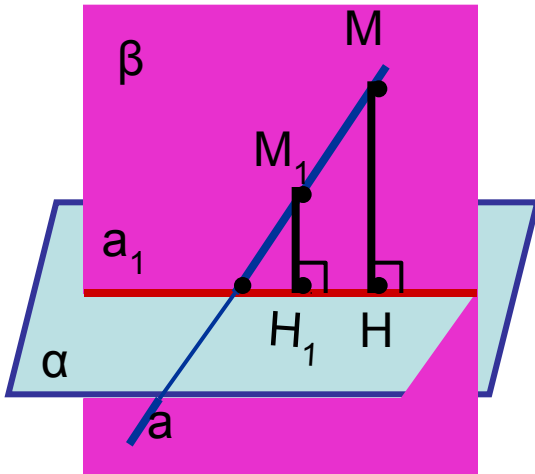
**Свойства
параллельного
проектирования (проект-
тируемые фигуры не
параллельны прямой
проектирования):**

Проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, проведённого из этой точки к плоскости, если точка не лежит в плоскости, и сама точка, если она лежит в плоскости.

- 1. Проекция прямой есть прямая.*
- 2. Проекция отрезка есть отрезок.*
- 3. Проекции параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.*
- 4. Проекции параллельных отрезков параллельны самим отрезкам. Проекция середины отрезка есть середина отрезка.*

Угол между прямой и плоскостью

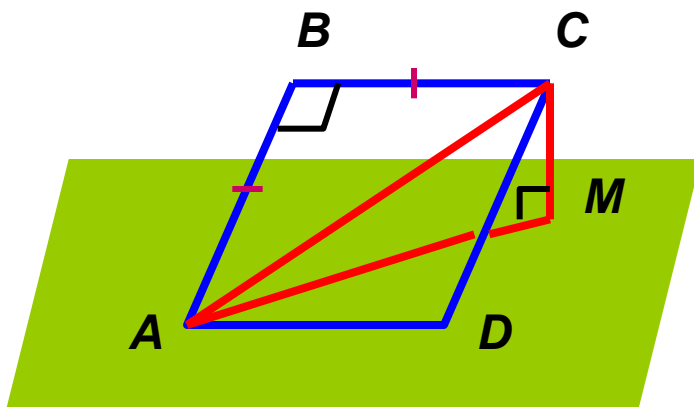
Свойство 1: Проекция прямой на плоскость, не перпендикулярную к этой прямой, является прямой.



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость

5.

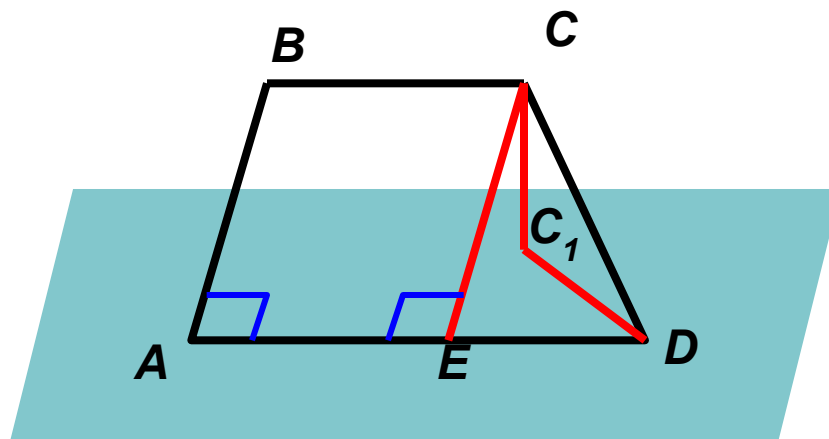
Через сторону квадрата, площадь которого равна 4, проведена плоскость. Расстояние от другой стороны квадрата до этой плоскости равно 6. Найти угол между прямой AC и плоскостью.



Ответ: 60°

6.

Через большее основание прямоугольной трапеции проведена плоскость, составляющая с большей боковой стороной угол в 30° . Меньшее основание отстоит от плоскости на расстояние 8 см. Найти периметр трапеции, если известно, что вне её можно вписать окружность, и острый угол равен 60° .



Ответ: $32 + 16\sqrt{3}$