СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

Определенный интеграл
Формула интегрирования по частям

Пример 4

Попова Елена Александровна
К. пед. н., доцент
доцент кафедры ММиИТ ТЭИ, СФУ
popova_elena15@mail.ru

9 апреля 2020
Красноярск

- *Формула интегрирования по частям*

$$\int_a^b u \cdot dv = u \cdot v \Big|_a^b - \int_a^b v \cdot du$$

- Пример 4. Вычислить:

$$\int_0^2 x\ln(1+x)\,dx$$

- Пример 4. Вычислить:

$$\int_0^2 x\ln(1+x)\,dx = \left| \begin{array}{ll} u=\ln(1+x) & dv = xdx \\ du=\dfrac{dx}{1+x} & v=\dfrac{x^2}{2} \end{array} \right| =$$

- Пример 4. Вычислить:

$$\int_0^2 x\ln(1+x)\,dx = \left| \begin{matrix} u=\ln(1+x) & dv = xdx \\ du=\dfrac{dx}{1+x} & v=\dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| =$$

$$= \ln(1+x)\cdot\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dx}{1+x} =$$

- Пример 4. Вычислить:

$$\int_0^2 x\ln(1+x)\,dx = \left| \begin{matrix} u=\ln(1+x) & dv = xdx \\ du=\dfrac{dx}{1+x} & v=\dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| =$$

$$=\ln(1+x)\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dx}{1+x} = \ln(1+2)\cdot\frac{2^2}{2} - \ln(1+0)\cdot 0 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2-1+1}{1+x}\,dx =$$

- Пример 4. Вычислить:

$$\int_0^2 x\ln(1+x)\,dx = \left| \begin{matrix} u=\ln(1+x) & dv=xdx \\ du=\dfrac{dx}{1+x} & v=\dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| =$$

$$=\ln(1+x)\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dx}{1+x} = \ln(1+2)\cdot\frac{2^2}{2} - \ln(1+0)\cdot 0 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2-1+1}{1+x}\,dx =$$

$$=2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2-1}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{dx}{1+x} =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2 - 1}{1 + x}\,dx - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{dx}{1 + x} =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2 - 1}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{dx}{1+x} =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(x-1)(x+1)}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\ln(1+x)\Big|_0^2 =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2 - 1}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{dx}{1+x} =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(x-1)(x+1)}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\ln(1+x)\Big|_0^2 =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 (x-1)\,dx - \frac{1}{2}(\ln 3 - \ln 1) =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{x^2 - 1}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{dx}{1+x} =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(x-1)(x+1)}{1+x}\,dx - \frac{1}{2}\ln(1+x)\Big|_0^2 =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^2 (x-1)\,dx - \frac{1}{2}(\ln 3 - \ln 1) =$$

$$= 2\ln 3 - \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Bigg|_0^2 - \frac{1}{2}\ln 3 =$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{x^2-1}{1+x}\,dx-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{dx}{1+x}=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{(x-1)(x+1)}{1+x}\,dx-\frac{1}{2}\ln(1+x)\Big|_0^2=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2(x-1)\,dx-\frac{1}{2}(\ln 3-\ln 1)=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_0^2-\frac{1}{2}\ln 3=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\left(\frac{4}{2}-2-0\right)-\frac{1}{2}\ln 3$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{x^2-1}{1+x}\,dx-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{dx}{1+x}=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{(x-1)(x+1)}{1+x}\,dx-\frac{1}{2}\ln(1+x)\Big|_0^2=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2(x-1)\,dx-\frac{1}{2}(\ln 3-\ln 1)=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Bigg|_0^2-\frac{1}{2}\ln 3=$$

$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\left(\frac{4}{2}-2-0\right)-\frac{1}{2}\ln 3=\frac{3}{2}\ln 3$$