

Угол между векторами

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ
ВЕКТОРОВ

УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ

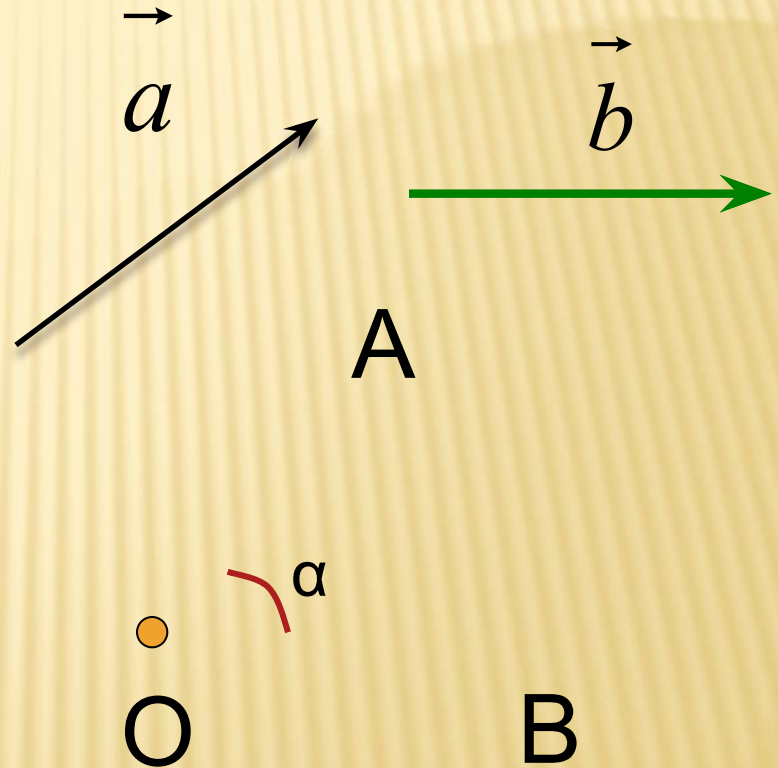
\vec{a} и \vec{b} не являются
сонаправленными

O – произвольная точка

$$\vec{OA} = \vec{a}, \quad \vec{OB} = \vec{b}$$

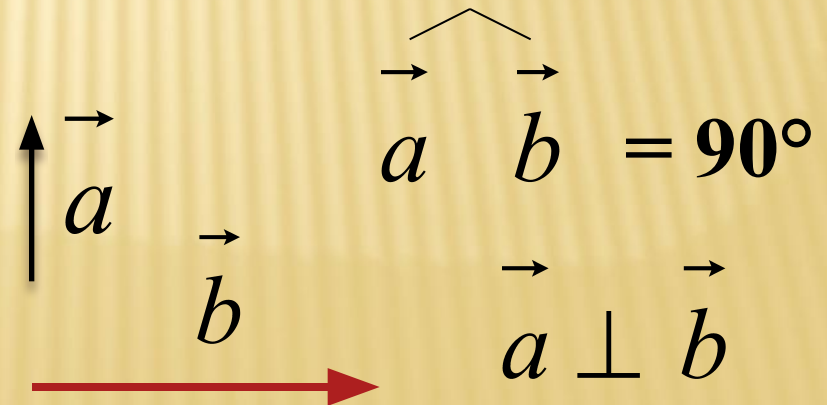
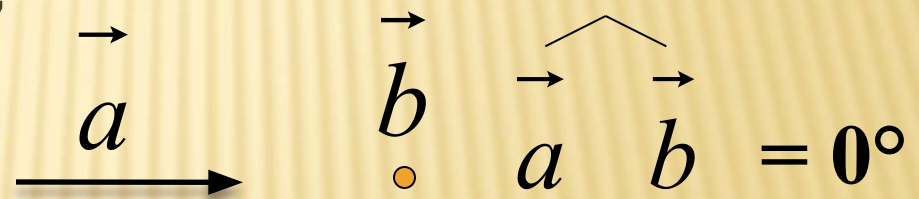
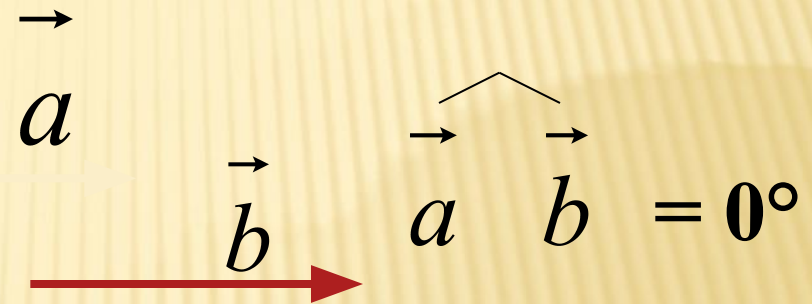
$$\angle AOB = \alpha$$

$$\widehat{\vec{a} \ \vec{b}} = \alpha$$



УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ

- Если векторы \vec{a} и \vec{b} сонаправлены, в частности один из них или оба нулевые, то угол между векторами равен 0° .
- Два вектора называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен 90°



НАЙДИТЕ УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ

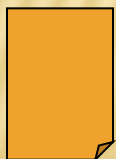
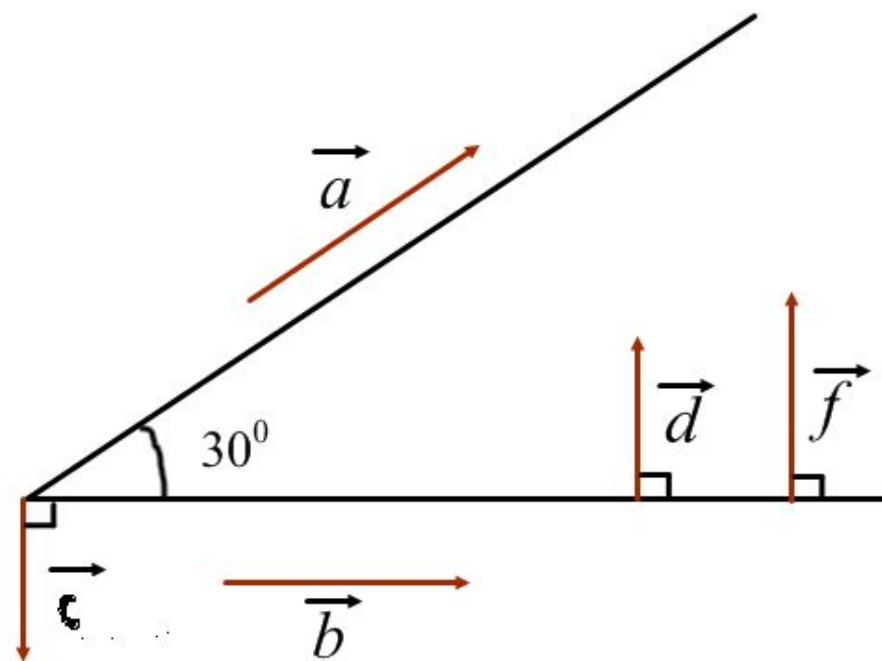
$$\widehat{a b}$$

$$\widehat{a c}$$

$$\widehat{c b}$$

$$\widehat{d f}$$

$$\widehat{d c}$$



СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Опр-ние: **Скалярным произведением двух векторов наз-ся**

произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{\vec{a} \vec{b}} \right)$$

Пример:

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3,$$

α – угол между векторами \vec{a} и \vec{b}

$$\alpha = 135^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 3 \cdot \cos 135^\circ = 6 \cdot (-\cos 45^\circ) = -6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -3\sqrt{2}$$

НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ РАВЕНСТВА НУЛЮ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Скалярное произведение **ненулевых**
векторов

равно нулю **тогда и только тогда**, когда эти
векторы **перпендикулярны**.

$$1) \left. \begin{array}{l} \vec{a} \neq \vec{0} \\ \vec{b} \neq \vec{0} \\ \vec{a} \perp \vec{b} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$2) \left. \begin{array}{l} \vec{a} \neq \vec{0} \\ \vec{b} \neq \vec{0} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$1) \left. \begin{array}{l} \vec{a} \neq \vec{0} \\ \vec{b} \neq \vec{0} \\ \vec{a} \perp \vec{b} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$2) \left. \begin{array}{l} \vec{a} \neq \vec{0} \\ \vec{b} \neq \vec{0} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{a b} \right)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^{\circ}$$

$$\cos 90^{\circ} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{a b} \right) = 0$$

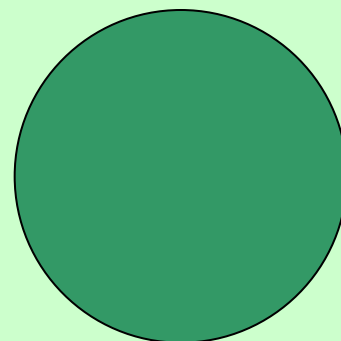
$$\vec{a} \neq \vec{0} \Rightarrow |\vec{a}| \neq 0; \vec{b} \neq \vec{0} \Rightarrow |\vec{b}| \neq 0$$

$$\cos \left(\widehat{a b} \right) = 0 \Rightarrow \widehat{a b} = 90^{\circ}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b}$$

Отдых для глаз

Не отрывая глаз, смотрите на
двигающийся круг



СКАЛЯРНЫЙ КВАДРАТ

Скалярное произведение

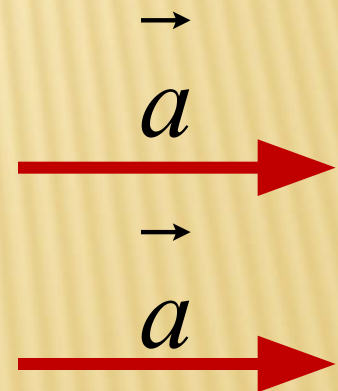
$$\begin{array}{c} \vec{a} \cdot \vec{a} \\ \vec{a} \cdot \vec{a} \end{array}$$

называется **скалярным квадратом** вектора

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cos \left(\widehat{\vec{a} \vec{a}} \right)$$

$$\cos \left(\widehat{\vec{a} \vec{a}} \right) = \cos 0^{\circ} = 1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| = |\vec{a}|^2$$



Свойство.

Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- Пп. 101-102
- N°1039(в,е)
- N°1040(б)
- N° 1042(б)
- N° 1043

ПРИМЕНЕНИЕ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ В ФИЗИКЕ

- Работа A постоянной силы \vec{F} при перемещении тела из точки M в точку N , равна произведению длин векторов силы и перемещения на косинус угла между ними.
- Т.е. работа силы \vec{F} равна скалярному произведению векторов силы и перемещения

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{MN}| \cdot \cos \varphi$$

$$A = \vec{F} \cdot \vec{MN}$$

САМОЕ ГЛАВНОЕ

- ▣ Скалярным произведением векторов называется **произведение** их на **косинус угла** между ними.
- ▣ Скалярное произведение **ненулевых** векторов **тогда и только тогда** когда эти векторы **перпендикулярны**.
- ▣ Скалярное произведение вектора самого на себя называется **скалярным квадратом** вектора.
- ▣ Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.