

# ГРАФЫ



Граф - это конечная совокупность вершин, некоторые из которых соединены ребрами т.е. это совокупность точек, называемых вершинами, и линий, соединяющих некоторые из вершин, называемых ребрами или дугами в зависимости от вида графа.

(н-р, схема метрополитена, генеалогическое дерево, дерево папок и каталогов и др.)

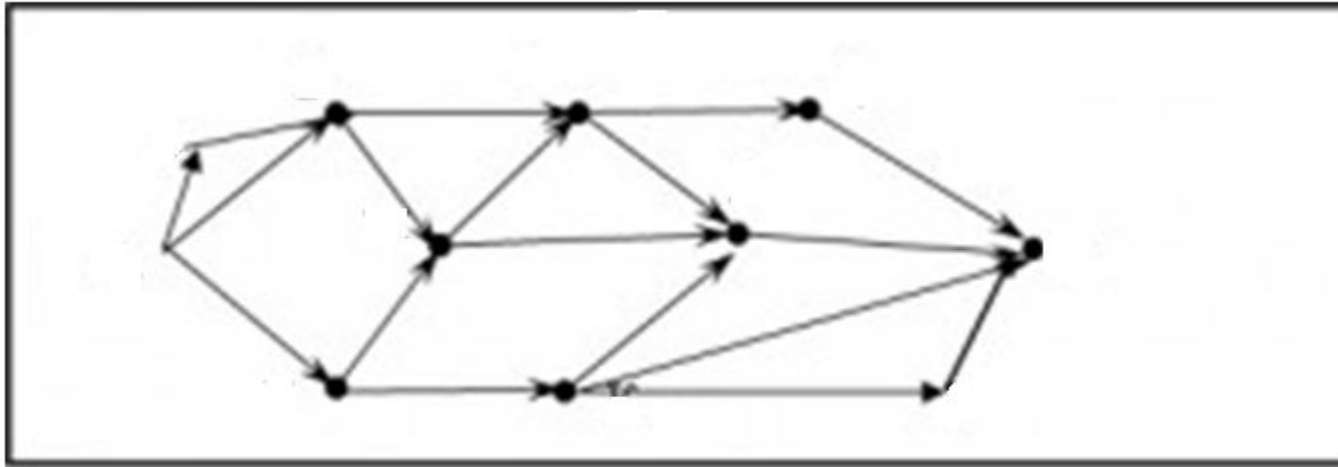
## Виды (примеры) графов:

- **Обычный (неориентированный) граф**

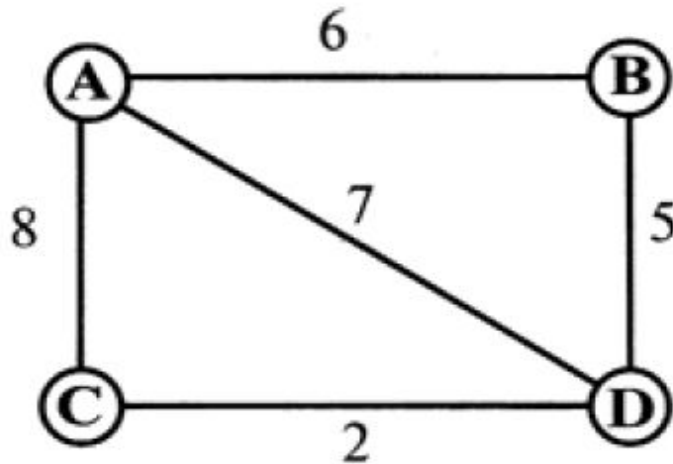
2 вершины могут быть соединены только одним ребром. Соединяющие линии называются ребрами.

(смежные вершины – это 2 вершины, соединенные ребром)

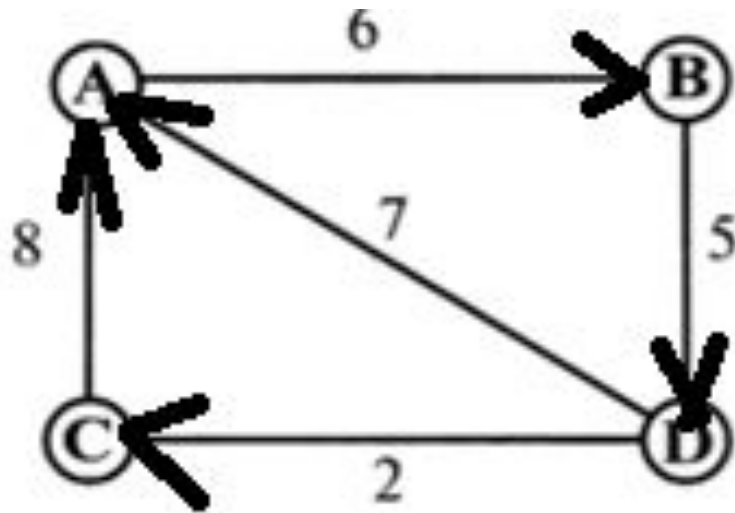




- **Ориентированный граф (орграф)**  
- это граф, у которого на линиях, соединяющих вершины, указано направление (соединяющие линии называются дугами)



- **Нагруженный граф** - это граф, у которого около каждого ребра проставлено число, характеризующее связь между соответствующими вершинами (граф с помеченными ребрами).



- **Сеть**- это орграф, у которого около каждого ребра проставлено число, характеризующее связь между соответствующими вершинами (орграф с помеченными ребрами).

Решение задачи,  
моделируемой  
нагруженным графом или  
сетью, сводится, как  
правило, к нахождению  
оптимального в том или  
ином смысле маршрута,  
ведущего от одной  
вершины к другой



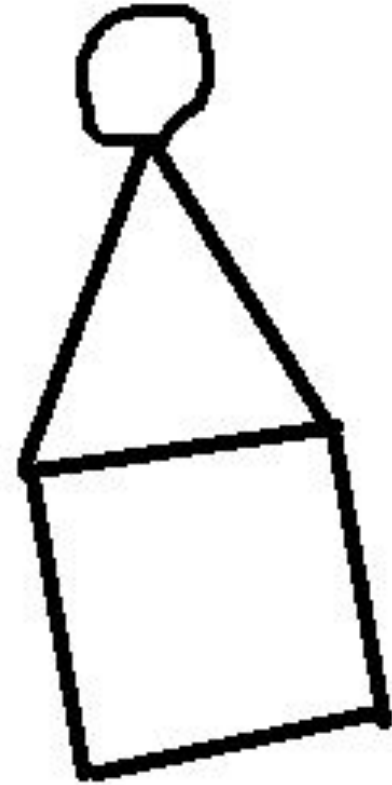
- **Семантический граф**- это граф или орграф, у которого около каждого ребра проставлено не число, а иная информация, характеризующее связь между соответствующими вершинами.



- **Мультиграф**
- 2 вершины соединены 2 ребрами и более (кратные ребра)

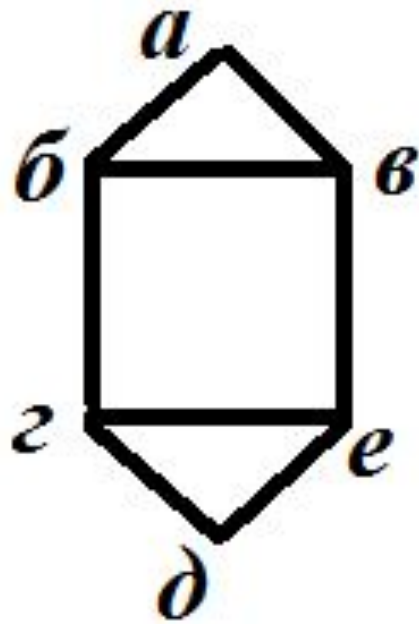


- **Петля в графе**
- (ребро соединяет вершину саму с собой)



# γ

Понятие степени вершины графа - это количество ребер, выходящих из одной вершины



$$\gamma(a) = 2$$

$$\gamma(б) = 3$$

$$\gamma(в) = 3$$

$$\gamma(г) = 3$$

$$\gamma(д) = 2$$

$$\gamma(е) = 3$$

# СВОЙСТВА ГРАФОВ:

- 1) Для любого графа  $\sum \gamma(i) = 2 \cdot P$
- сумма степеней вершин равна удвоенному количеству ребер
- 2) Для любого графа количество вершин нечетной степени всегда четно (аналог задачи: в любой момент времени количество людей, сделавших нечетное количество рукопожатий, четно)
- 3) В любом графе есть по крайней мере 2 вершины, имеющие одинаковую степень.

- 1) **Маршрут на графе** – это последовательность ребер, в которой конец одного ребра служит началом следующего (циклический маршрут – если конец последнего ребра последовательности совпадает с началом 1-го ребра)
- 2) **Цепь** – это маршрут, в котором каждое ребро содержится не более одного раза
- 3) **Цикл** – это цепь, являющаяся циклическим маршрутом
- 4) **Простая цепь** – это цепь, проходящая через каждую свою вершину ровно 1 раз
- 5) **Простой цикл** – это цикл, являющийся простой цепью
- 6) **Связанные вершины** – это вершины (например, А и В), для которых существует цепь, начинающаяся в А и заканчивающаяся в В
- 7) **Связный граф** – это граф, у которого любые 2 вершины связаны. Если граф несвязен, то в нем можно выделить так называемые связанные компоненты (т.е. множества вершин, соединенных ребрами исходного графа, каждое из которых является связным графом)

Один и тот же граф может быть изображен по-разному.

# Пример 1

- $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ -это множество вершин графа. Для каждого из перечисленных ниже случаев изобразите граф и определите все степени вершин
- а) вершины  $x$  и  $y$  соединены ребром тогда и только тогда, когда  $(x-y)/3$  целое число
- б) вершины  $x$  и  $y$  соединены ребром тогда и только тогда, когда  $x+y=9$
- в) вершины  $x$  и  $y$  соединены ребром тогда и только тогда, когда  $x+y$  содержится в множестве  $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
- г) вершины  $x$  и  $y$  соединены ребром тогда и только тогда, когда  $|x-y|<3$  (выполнить самостоятельно)
- д) вершины  $x$  и  $y$  соединены ребром тогда и только тогда, когда  $x$  и  $y$  не взаимно просты (выполнить самостоятельно)

$$\gamma(1) = 3$$

$$\gamma(2) = 2$$

$$\gamma(3) = 2$$

$$\gamma(4) = 3$$

$$\gamma(5) = 2$$

$$\gamma(6) = 2$$

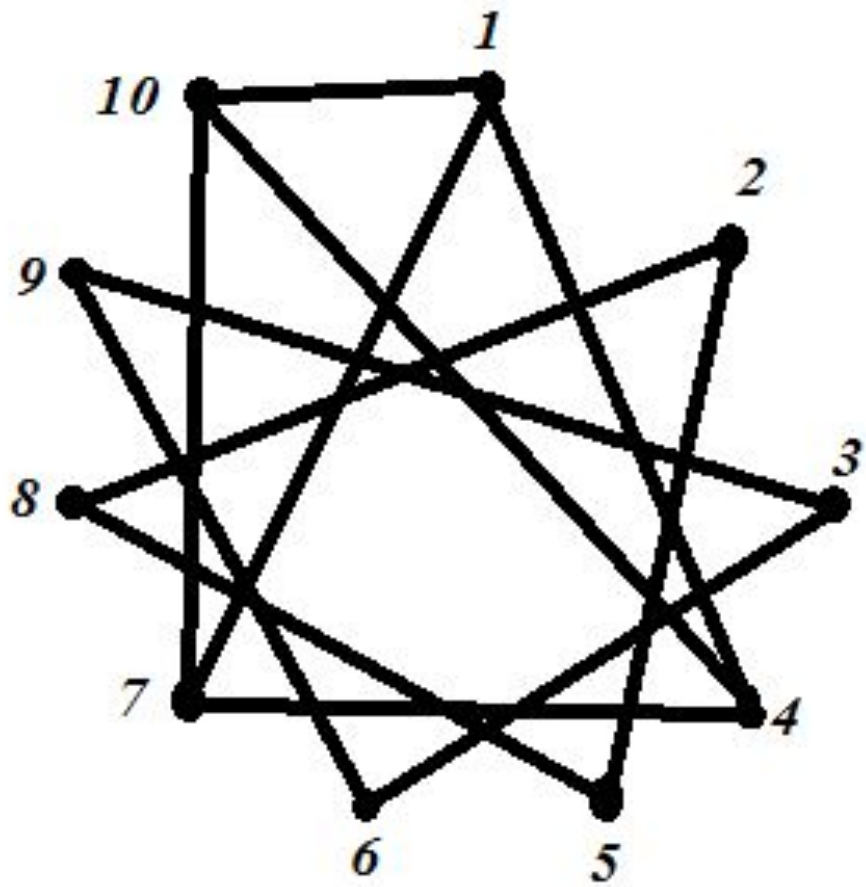
$$\gamma(7) = 3$$

$$\gamma(8) = 2$$

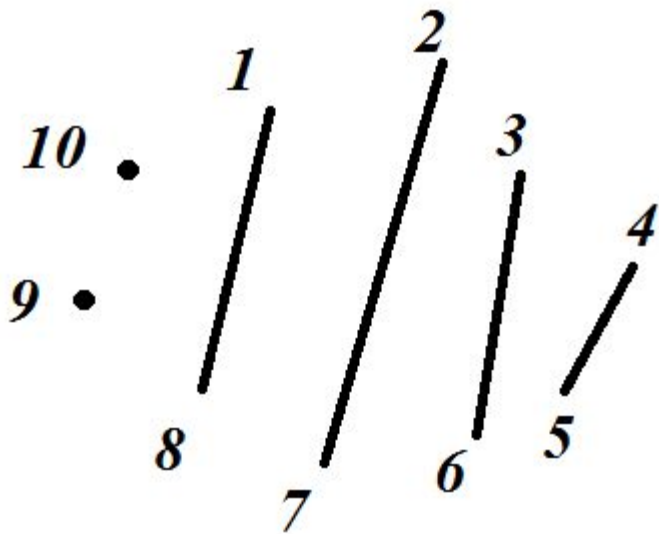
$$\gamma(9) = 2$$

$$\gamma(10) = 3$$

a)



6)



$$\gamma(1) = 1$$

$$\gamma(2) = 1$$

$$\gamma(3) = 1$$

$$\gamma(4) = 1$$

$$\gamma(5) = 1$$

$$\gamma(6) = 1$$

$$\gamma(7) = 1$$

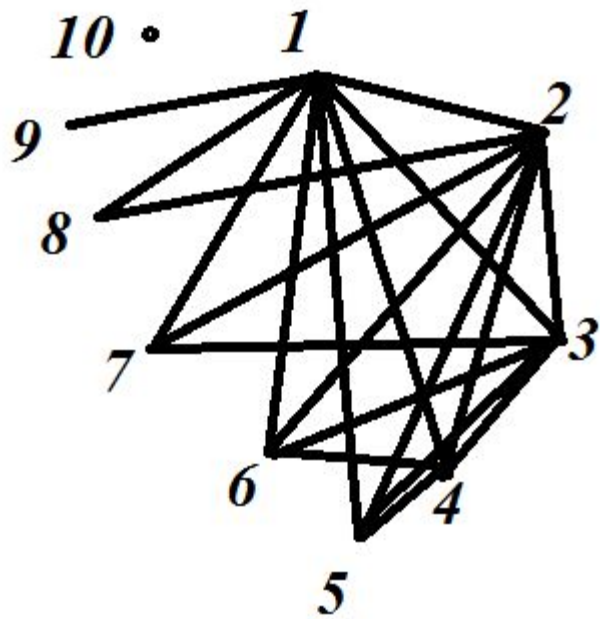
$$\gamma(8) = 1$$

$$\gamma(9) = 0$$

$$\gamma(10) = 0$$



B)



$$\gamma(1) = 8$$

$$\gamma(2) = 7$$

$$\gamma(3) = 6$$

$$\gamma(4) = 5$$

$$\gamma(5) = 4$$

$$\gamma(6) = 4$$

$$\gamma(7) = 3$$

$$\gamma(8) = 2$$

$$\gamma(9) = 1$$

$$\gamma(10) = 0$$

# Пример 2: Решение логических задач

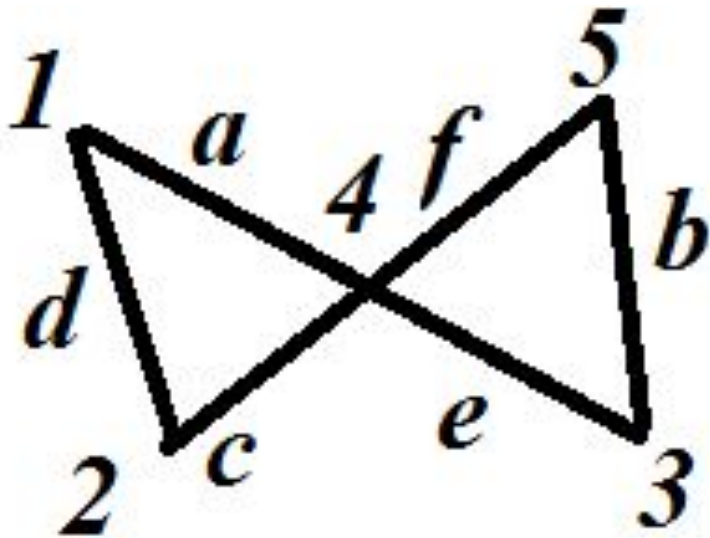
- 1) Может ли в государстве, в котором из каждого города выходят ровно 3 дороги, быть ровно 100 дорог?
- Ответ: Нет (по формуле  $3n=2*100$ , откуда  $n$ -количество городов- не целое)
- 2) – Наша шпионская сеть была хорошо законспирирована, - признался на допросе агент 007. – В ней было 77 агентов, но каждый знал только семерых. Почему наверняка можно утверждать, что агент врет?
- Ответ: По условию задачи  $7*77=2*n$ , откуда  $n$  - не целое.

# Способы представления графов:

- 1) графический
- 2) табличный (таблица смежности)

# Пример 3

- Дан граф. Выбрать его табличное представление



Выбрать его табличное представление:

1)

	1	2	3	4	5
1		a		b	
2	a			c	
3				f	d
4	b	c	f		e
5			d	e	

2)

	1	2	3	4	5
1		a		b	
2		a		c	
3				f	d
4	b	c	f		e
5			d	e	

3)

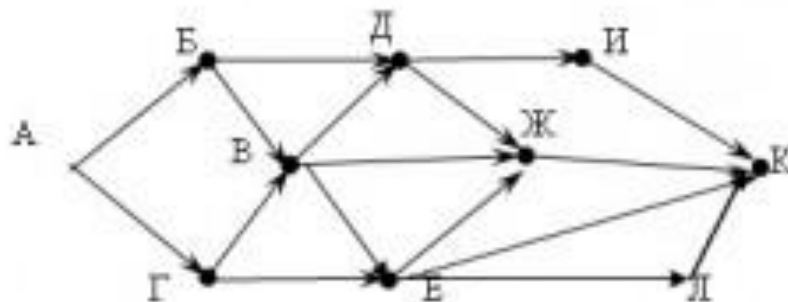
	1	2	3	4	5
1		d		a	
2	d			c	
3				e	b
4	a	c	e		f
5			b	f	

4)

	1	2	3	4	5
1	a	a		b	
2				c	
3				f	d
4	b	c	f	d	e
5				e	

# Пример 4

Сколько различных путей существует из А в К.



## 1 СПОСОБ РЕШЕНИЯ:

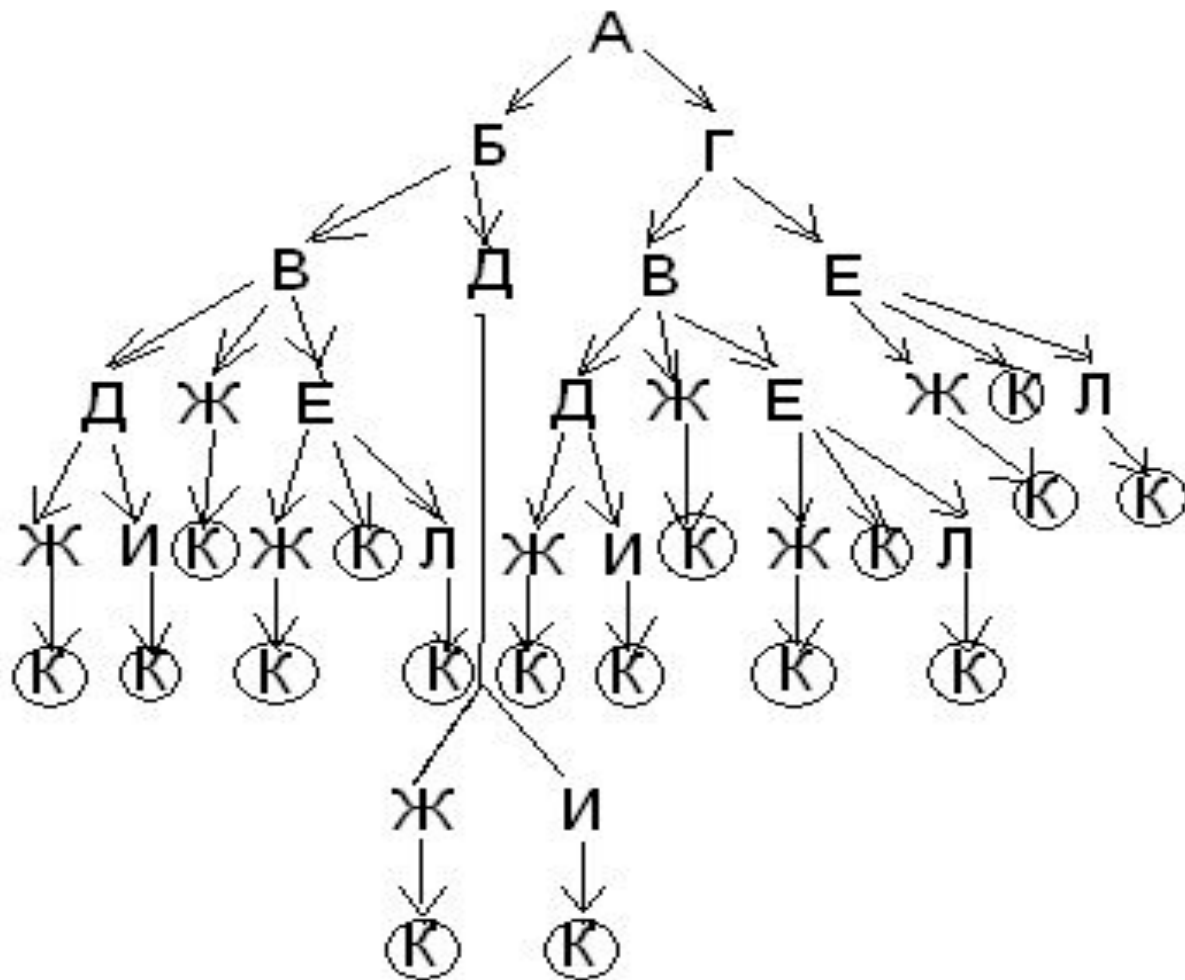
РУЧНОЙ (ВРУЧНУЮ СЧИТАЕМ КОЛИЧЕСТВО ПУТЕЙ ИЗ А В К)

ОТВЕТ: 17

## 2 СПОСОБ РЕШЕНИЯ:

ПОСТРОЕНИЕ ДЕРЕВА РЕШЕНИЯ

ОТВЕТ: 17



### 3 СПОСОБ РЕШЕНИЯ: с помощью построения таблицы

(вершина, куда идем, количество путей)

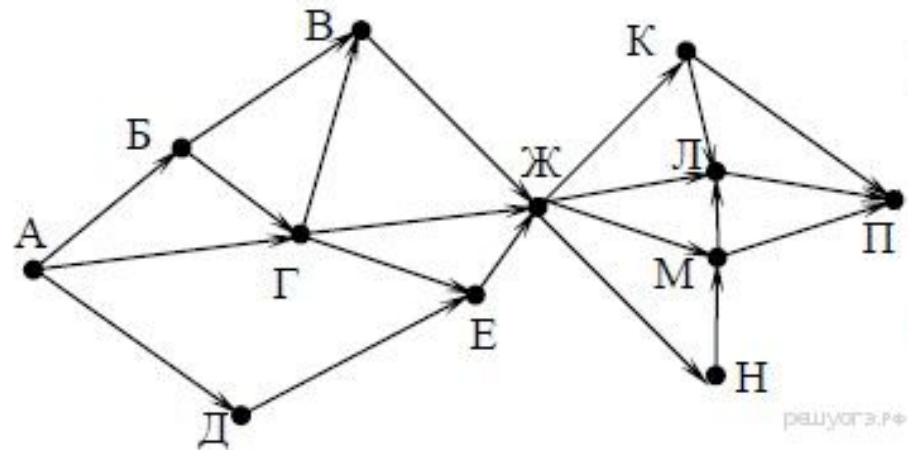
<i>№ просмотра</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Вершина</i>	К	И	Ж	Л	Е	Д	В	Г	Б	А
<i>Куда идем</i>	-	К	К	К	Ж,Л, К	И,Ж	Д,Е,Ж	В,Е	В,Д	Б,Г
<i>К-во путей</i>	1	1	1	1	3	2	6	9	8	17

# Домашнее задание

- Решить задачи
- Прислать на почту [ranferovalv@yandex.ru](mailto:ranferovalv@yandex.ru)

# Задача 1

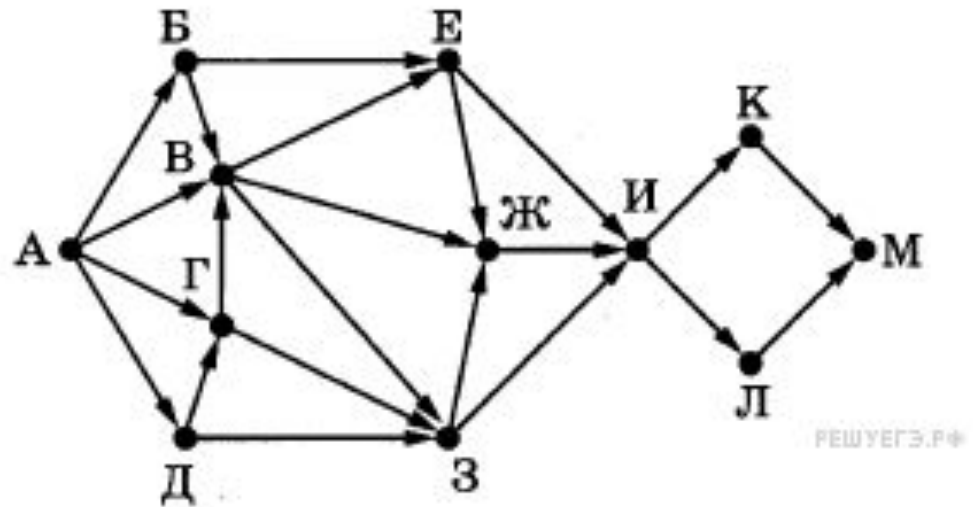
- На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, К, Л, М, Н, П. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.
- Сколько существует различных путей из города А в город П, проходящих через город Н?





## Задача 2

- На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.
- Сколько существует различных путей из города А в город М, проходящих через город Л, но не проходящих через город Е?



# Задача 3

- На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

